

Mathématique : 2èmes

Voici quelques exercices d'entretien des connaissances sur des matières abordées en classe. Prenez bien soin de vous et de vos proches.

Nombres et opérations

1. Nombres entiers

Dans les égalités suivantes que représente le nombre **- 4** :
une somme, un produit, une différence, un quotient, un terme, un facteur, un dividende ou un diviseur ?

Ecris sur les le mot de vocabulaire correct.

$-6 + 2 = -4$	-4 représente	une somme
$8 : (-4) = -2$	-4 représente	un diviseur
$-4 + 6 = 2$	-4 représente	un terme
$2 \cdot (-4) = -8$	-4 représente	un facteur
$-4 : (-2) = 2$	-4 représente	un dividende
$-2 \cdot 2 = -4$	-4 représente	un produit
$15 - 19 = -4$	-4 représente	une différence
$-16 : 4 = -4$	-4 représente	un quotient

Simplification d'écriture (Signes consécutifs)

Un signe + suivi d'un signe + est remplacé par un signe +	$+(+ \dots) \rightarrow +$
Un signe + suivi d'un signe - est remplacé par un signe -	$+(- \dots) \rightarrow -$
Un signe - suivi d'un signe + est remplacé par un signe -	$-(+ \dots) \rightarrow -$
Un signe - suivi d'un signe - est remplacé par un signe +	$-(- \dots) \rightarrow +$

Somme de deux nombres entiers

- Pour additionner deux nombres entiers de même signe, on conserve le signe et on additionne les valeurs absolues.

$$(+3) + (+5) = +8$$

- Pour additionner deux nombres entiers de signes différents, on donne à la somme le signe du terme ayant la plus grande valeur absolue et on soustrait les valeurs absolues (« la plus grande moins la plus petite »).

$$(+3) + (-9) = -6$$

★ **La somme de deux nombres opposés est nulle** (elle vaut 0).

Ex : $18 + (-18) = 0$

$$-5 + 5 = 0$$

Calcule

$$-7 - 8 = -15$$

$$-9 - (-4) = -9 + 4 = -5$$

$$1 - 3 = -2$$

$$-12 + 7 = -5$$

$$-117 + 65 = -52$$

$$53 - (46) = 7$$

$$-109 + 88 = -21$$

$$25 - 38 = -13$$

$$-17 - 45 = -62$$

$$17 - 35 = -18$$

Somme de plusieurs entiers

Après simplification, grâce à la règle des signes consécutifs, on peut calculer la somme

- de gauche à droite,
- en groupant les nombres positifs et les nombres négatifs entre eux.

Effectue les calculs suivants

$$1) -5 + 8 + (-2) = -5 + 8 - 2 = 1$$

$$2) -8 + 6 + (-3) + -8 = 6 - 3 = 3$$

$$3) 14 + (-9) + 13 + (-4) + (-14) = -9 + 13 - 4 = 0$$

$$4) 17 + (-6) + (-3) + (-9) + 0 = 17 - 6 - 3 - 9 = -1$$

$$5) -18 + (-4) + 7 + 9 + (-18) = -18 - 4 + 7 + 9 - 18 = -24$$

Produit de nombres entiers

- Le produit de 2 nombres entiers négatifs est **positif**
- Si notre produit contient plusieurs facteurs (plus de 2)
 - ▶▶▶ et que le nombre de facteurs négatifs est *PAIR*, alors le produit est **POSITIF**
 - ▶▶▶ et que le nombre de facteurs négatifs est *IMPAIR*, alors le produit est **NEGATIF**

Astuce

- 1°) détermine le signe du produit
- 2°) multiplie les valeurs absolues

Calcule

$$-8 \cdot 2 = -16$$

$$-7 \cdot 3 = -21$$

$$4 \cdot 5 = 20$$

$$9 \cdot (-2) = -18$$

$$(-3) \cdot 5 = -15$$

$$-7 \cdot (-5) = 35$$

$$-6 \cdot 3 = -18$$

$$-8 \cdot 4 = -32$$

$$-2 \cdot (-7) = 14$$

$$8 \cdot (-8) = -64$$

$$-2 \cdot (-12) = 24$$

$$-20 \cdot (-10) = 200$$

$$0,2 \cdot (-15) = -3$$

$$-12 \cdot (-12) = 144$$

$$-13 \cdot 5 = -65$$

$$19 \cdot (-3) = -57$$

Puissance d'un nombre entier

Pour calculer une puissance, on observe ...

- ▶▶▶ si l'exposant est *PAIR*, alors la puissance est **POSITIF**
- ▶▶▶ si l'exposant est *IMPAIR*, alors la puissance est **NEGATIVE**

Calcule les puissances suivantes

$$(-3)^4 = 81$$

$$(-2)^6 = 64$$

$$(-6)^1 = -6$$

$$(-4)^3 = -64$$

$$(-2)^5 = -32$$

$$3^3 = 27$$

$$4^2 = 16$$

$$0,2^3 = 0,008$$

$$(-5)^3 = -125$$

$$(-11)^2 = 121$$

$$(-1)^6 = 1$$

$$(-1)^9 = -1$$

$$5^5 = 3\,125$$

$$(-0,01)^3 = -0,000\,001$$

$$10^6 = 1\,000\,000$$

$$(-0,05)^2 = 0,002\,5$$

Sans calculer, complète par = ou \neq .

$$(-3)^2 = 3^2$$

$$-4^2 \neq (-4)^2$$

$$5^3 \neq (-5)^3$$

$$(-3)^3 = -3^3$$

$$2^5 \neq -2^5$$

$$2^4 = (-2)^4$$

$$(-3)^4 \neq -3^4$$

$$-1^5 = (-1)^5$$

$$-5^8 \neq (-5)^8$$

$$4^9 \neq (-4)^9$$

$$2^{12} = (-2)^{12}$$

$$-7^{15} = (-7)^{15}$$

$$-(-2)^5 = 2^5$$

$$-9^4 = -(-9)^4$$

$$-(-16^5) = 16^5$$

$$(-1)^{75} \neq 1^{75}$$

Priorités des opérations

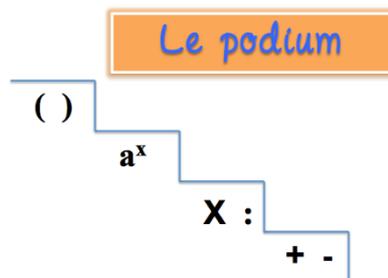
Dans les suites d'opérations, il faut respecter un certain ordre !!!

Parenthèses

Exposants

M D x :

A S + -



Calcule en respectant les priorités des opérations.

$$\begin{aligned} & 9 - 5 \cdot (-3)^2 \\ &= 9 - 5 \cdot 9 \\ &= 9 - 45 \\ &= -36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 9 - 5^2 \cdot (-3) \\ &= 9 - 25 \cdot (-3) \\ &= 9 + 75 \\ &= 84 \end{aligned}$$

$9^2 - 5 \cdot (-3)$ $= 81 - 5 \cdot (-3)$ $= 81 + 15$ $= 96$	$(9 - 5) \cdot (-3)^2$ $= 4 \cdot 9$ $= 36$
$(9 - 5)^2 \cdot (-3)$ $= 4^2 \cdot (-3)$ $= 16 \cdot (-3)$ $= -48$	$(9 - 5^2) \cdot (-3) \cdot$ $= (9 - 25) \cdot (-3)$ $= -16 \cdot (-3)$ $= 48$
$3^2 - 10^2 \cdot 5$ $= 9 - 100 \cdot 5$ $= 9 - 500$ $= -491$	$2^2 + (3 - 5)^3 =$ $= 4 + (-2)^3$ $= 4 + (-8)$ $= -4$
$12^2 - (2 - 3^3)$ $= 12^2 - (2 - 27)$ $= 144 - (-25)$ $= 144 + 25$ $= 169$	$5^3 \cdot 2 - (7 - 2)^2$ $= 5^3 \cdot 2 - 5^2$ $= 125 \cdot 2 - 25$ $= 250 - 25$ $= 225$
$(4^2 - 5) \cdot (-2)^3$ $= (16 - 5) \cdot (-8)$ $= 11 \cdot (-8)$ $= -88$	$12 - (3^2 - 2)^2$ $= 12 - (9 - 2)^2$ $= 12 - 7^2$ $= 12 - 49$ $= -37$
$(-6)^3 - 3 \cdot (2 - 5)^2$ $= -216 - 3 \cdot (-3)^2$ $= -216 - 3 \cdot 9$ $= -216 - 27$ $= -243$	$(-7 + 2)^3 \cdot (-5 + 2^2)$ $= (-5)^3 \cdot (-5 + 4)$ $= -125 \cdot (-1)$ $= 125$

2. Divisibilité

Relation fondamentale de la division euclidienne

Le dividende est égal au PRODUIT du diviseur par le quotient entier augmenté du reste. Le reste est toujours supérieur ou égal à 0 mais inférieur au diviseur.

$$D = d \cdot q + r \quad 0 \leq r < d$$

Complète le tableau

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste	Relation euclidienne
86	7	12	2	$86 = 7 \cdot 12 + 2$
75	5	13	10	$75 = 5 \cdot 13 + 10$
132	14	9	6	$132 = 14 \cdot 9 + 6$
22	17	1	5	$22 = 17 \cdot 1 + 5$
53	6	8	5	$53 = 6 \cdot 8 + 5$

Dans une division euclidienne, le dividende est 4321, le quotient est 19 et le reste est 8.

Quel est le diviseur ?

$$4321 = d \cdot 19 + 8$$

$$\text{diviseur} = 227$$

Quels sont les restes possibles de la division euclidienne d'un nombre naturel :

- par 2 : 0, 1
- par 8 : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
- par n (n est un naturel non nul) : 0, ..., n-1

Dans une division euclidienne, le diviseur est 3 et le quotient est 7. Quels sont les dividendes possibles ? Restes possibles 0, 1 et 2 puisque le diviseur vaut 3

$$D = 3 \cdot 7 + 0 = 21$$

$$D = 3 \cdot 7 + 1 = 22$$

$$D = 3 \cdot 7 + 2 = 23$$

→ Les dividendes possibles sont 21, 22 et 23

Un nombre premier

Un nombre premier est un nombre qui admet exactement 2 diviseurs distincts, un et lui-même.

Les 10 premiers nombres premiers sont : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29

Décomposition en facteurs premiers

Pour décomposer un nombre en facteurs premiers, il suffit de le diviser successivement par des nombres premiers.

Décompose les nombres suivants en facteurs premiers

$$362 = 2 \cdot 181$$

$$\begin{array}{r|l} 362 & 2 \\ 181 & 181 \\ 1 & \end{array}$$

$$490 = 2 \cdot 5 \cdot 7^2$$

$$\begin{array}{r|l} 490 & 2 \\ 245 & 5 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$870 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 29$$

$$\begin{array}{r|l} 870 & 2 \\ 435 & 3 \\ 145 & 5 \\ 29 & 29 \\ 1 & \end{array}$$

PGCD

1°) on décompose chaque nombre en facteurs premiers

2°) on effectue le produit de tous les facteurs communs munis de leur plus PETIT exposant

PPCM

1°) on décompose chaque nombre en facteurs premiers

2°) on effectue le produit de tous les facteurs communs ou non munis de leur plus GRAND exposant

REMARQUE

Dans les problèmes,

- Si le nombre recherché doit être un nombre *inférieur* aux nombres de départ

→ **PGCD**

- Si le nombre recherché doit être un nombre *supérieur* aux nombres de départ

→ **PPCM**

Détermine les PGCD des nombres par la méthode de la décomposition en facteurs premiers.

PGCD (300, 350) =

300	2	350	2
150	2	175	5
75	3	35	5
25	5	7	7
5	5	1	
1			

$$300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$350 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7$$

$$\text{PGCD} = 2 \cdot 5^2 = 50$$

PGCD (125, 75) =

125	5	75	3
25	5	25	5
5	5	5	5
1		1	

$$125 = 5^3$$

$$75 = 3 \cdot 5^2$$

$$\text{PGCD} = 5^2 = 25$$

PGCD (90, 120) =

90	2	120	2
45	3	60	2
15	3	30	2
5	5	15	3
1		5	5
		1	

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{PGCD} = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

PGCD (700, 420) =

300	2	350	2
150	2	175	5
75	3	35	5
25	5	7	7
5	5	1	
1			

$$300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$350 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7$$

$$\text{PGCD} = 2 \cdot 5^2 = 50$$

Détermine les PPCM des nombres par la méthode de la décomposition en facteurs premiers.

PPCM (90, 120)

90	2	120	2
45	3	60	2
15	3	30	2
5	5	15	3
1		5	5
		1	

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{PPCM} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$$

PPCM (700, 420) =

300	2	350	2
150	2	175	5
75	3	35	5
25	5	7	7
5	5	1	
1			

$$300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$350 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7$$

$$\text{PPCM} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 2100$$

Le PPCM (420, 540) =

420	2	540	2
210	2	270	2
105	3	135	3
35	5	45	3
7	7	15	3
1		5	5
		1	

$$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \quad 540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$$

$$\text{PPCM} = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 = 3780$$

Loïc doit réaliser le plus grand nombre de sachets identiques de friandises pour son goûter d'anniversaire avec un paquet de 60 spéculoos et une boîte de 36 sucettes.

Combien de sachets identiques contenant le plus possible de friandises pourrait-il réaliser ? Comment peut-il s'y prendre ?

60	2	36	2
30	2	18	2
15	3	9	3
5	5	3	3
1		1	

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$\text{PGCD} = 2^2 \cdot 3 = 12$$

→ Il y aura 12 sachets identiques

→ Chaque sachet contiendra 5 spéculoos et 3 sucettes

PPCM (25, 60, 225) =

25	5	60	2	225	3
5	5	30	2	75	3
1		15	3	25	5
		5	5	5	5
		1		1	

$$25 = 5^2 \quad 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \quad 225 = 3^2 \cdot 5^2$$

$$\text{PPCM} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 900$$

Jules et Juliette, s'entraînent pour le marathon scolaire sur une piste tracée sur la cour de récréation de leur école. Jules parcourt un tour de piste en 42 secondes, Juliette en 60 sec.

Combien Jules aura-t-il parcouru de tours lorsqu'ils repasseront ensemble pour la 1^{re} fois la ligne d'arrivée ?

$$\begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{PPCM} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$$

- Ils repasseront ensemble la ligne d'arrivée après 420 secondes (=7 minutes)
 - Jules aura parcouru 10 tours ($420 : 42 = 10$)
 - Juliette aura parcouru 7 tours ($420 : 60 = 7$)
- (Non demandé dans l'énoncé)