


Bonjour à tous.

J'espère que vous restez en forme et que vous gardez un peu de motivation. C'est important de consacrer le temps qui reste pour combler certaines lacunes. Pour cela, il faut refouiller dans son cours et s'investir un peu. Cela ne sert absolument à rien de reprendre le travail de quelqu'un d'autre et de le recopier. Je compte sur vous ...

J'ai préparé **des exercices de remédiation sur les formules de trigonométrie** (ce module est vivement conseillé pour certains élèves qui n'avaient pas réussi les interros), **des ex de remédiation sur CE et domaine de fonctions** car les exercices du fichier 4 et du fichier 5 concernant la résolution des CE ne m'ont pas convaincue (il est fortement conseillé de relire les correctifs déjà envoyés à ce sujet). Il y a aussi un **travail sur la géométrie vectorielle (pour tous) et un module de remédiation sur les limites**. 

Ces parties sont à **rentrer avant le vendredi 5/6**.

Il y a ensuite une feuille **d'exercices de consolidation sur les limites et asymptotes (à rendre avant le vendredi 12/6)**. Regardez les exercices résolus dans le cours et dans les différents correctifs envoyés pour ne plus faire les mêmes erreurs.

J'ai conçu un **module de dépassement sur le passage des limites aux dérivées** pour ceux qui ont envie de découvrir un peu les dérivées. Ce module est à rendre **pour le lundi 15/6**.

Vous devez m'envoyer vos réponses complètes (en laissant tous vos calculs) à l'adresse professionnelle suivante : **sciorre.valerie@agrisaintgeorges.be**
Vous pouvez faire une photo (claire) ou scanner vos feuilles de résolution.
Ecrivez lisiblement et n'oubliez pas d'indiquer votre nom et prénom.
Si vous avez d'autres questions, n'hésitez pas à me les poser.
Un correctif sera envoyé et des commentaires si le délai est respecté.
Prenez soin de vous.
Mme Sciorre

Remédiation trigonométrie
(obligatoire pour Pierre, François, Denis, Jibril, Sarah, Olivier, Adrien)

1) Si $\cos a = \frac{-3}{7}$ et $a \in [\pi \text{ rad}; 2\pi \text{ rad}]$,

- a) détermine à quel quadrant appartient l'angle a .
- b) détermine la valeur exacte sans machine de $\sin a$ et $\cot a$.

2) A l'aide des formules d'addition et de duplication,

sachant que $\sin a = \frac{1}{4}$ avec a est dans le 2^{ème} quadrant et $\cos b = \frac{2}{3}$ avec $b \in \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$,

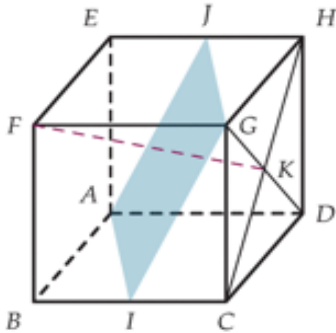
- a) calcule la valeur exacte de $\sin(a - b)$
- b) calcule la valeur exacte de $\cos 2a$
- c) à partir de la réponse précédente, détermine à quels quadrants pourrait appartenir l'angle $2a$.

3) Avec les formules de Simpson, vrai ou faux. Justifie ta réponse.

$$\frac{\sin 5a + \sin 3a}{\cos 3a + \cos a} = 2 \sin 2a$$

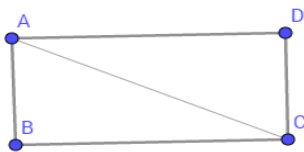
**Travail géométrie vectorielle
(obligatoire pour tous)**

A) On considère un cube ABCDEFGH d'arête 1. Soient I et J les milieux respectifs de [BC] et [EH] et K le centre de la face CDHG.



- 1) Complète par une lettre : $\overrightarrow{A \dots} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{FG}$
- 2) Choisir un repère de l'espace (par exemple (par ex : $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$) et note les coordonnées de chaque sommet du cube, ainsi que celles de J, I, K.
- 3) Prouve à l'aide de la géométrie vectorielle que AIGJ est un parallélogramme.
- 4) Démontre avec le produit scalaire que FK est orthogonale à IJ.
- 5) Calcul l'amplitude de l'angle \widehat{FKI} .

B) On donne le rectangle ABCD de dimensions 3cm et 5cm. Calculer :



- a) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} =$
- b) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} =$
- c) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD} =$

Remédiation domaines de fonctions

	Condition(s) d'existence	Type de résolution
$\frac{A}{B}$	$B \neq 0$	Équation « pas de tableau de signes! »
\sqrt{A}	$A \geq 0$	Inéquation 1 tableau de signes (inutile si A est du 1 ^{er} degré)
$\sqrt{A} \pm \sqrt{B}$	$\begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \end{cases}$	Système d'inéquations 2 tableaux de signes Recherche de l'intersection des solutions (avec 2 droites)
$\sqrt{\frac{A}{B}}$	$\frac{A}{B} \geq 0$	Inéquation 1 tableau de signes
$\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$	$\begin{cases} A \geq 0 \\ B > 0 \end{cases}$	Système d'inéquations 2 tableaux de signes Recherche de l'intersection des ensembles de solutions (avec 2 droites)

Indiquer les CE, puis déterminer le domaine des fonctions suivantes :

- a) $f(x) = \frac{-2x+1}{9-x^2}$
- b) $f(x) = \frac{-x^2+3x-2}{\sqrt{2x-3}}$
- c) $f(x) = \frac{\sqrt{-x^2+3x-2}}{\sqrt{2x-3}}$
- d) $f(x) = \sqrt{\frac{-x^2+3x-2}{2x-3}}$

Travail sur les limites
(remédiation- consolidation)

A) Calcule les limites suivantes, après avoir déterminé l'adhérence du domaine.
Signale les cas d'indétermination et lève celle-ci.

$$1^{\circ}) \text{ a) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(-x+3)^2}{-3x^2 - 2x + 1}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(-x+3)^2}{-3x^2 - 2x + 1}$$

$$2^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}{(x+4)(x-1)}$$

$$3) \text{ a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2-4}}{3-x}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-4}}{3-x}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x(x^2+6)}{-9x^2+1}$$

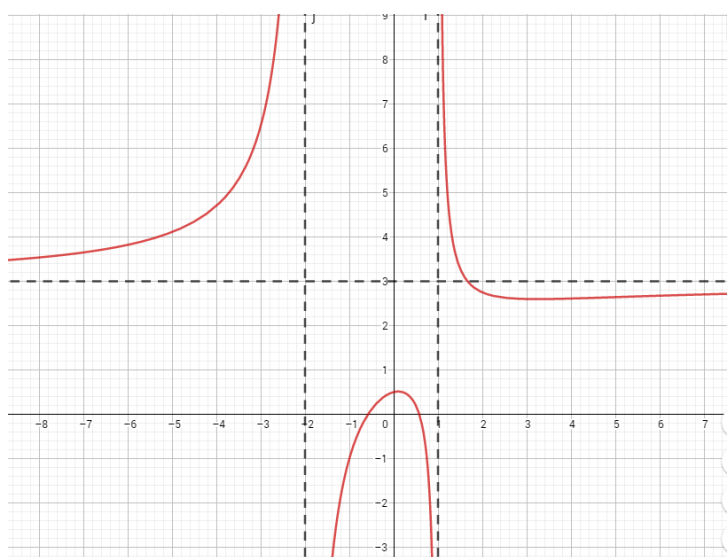
$$5) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{-9x^2+1}$$

**Travail sur limites est asymptotes (ancienne interro)
(pour tous)**

1) On donne le graphique suivant :

Détermine $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots\dots$
 $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \dots\dots$
 $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \dots\dots$
 $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \dots\dots$
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \dots\dots$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots\dots$

Détermine les équations des asymptotes et leur type (AV,AH,AO)



2) Calcule les limites suivantes: a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^3 - 7x^2 + x + 2}{x^2 - 4}$ b) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^3 - 7x^2 + x + 2}{x^2 - 4}$

3) Pour la fonction $f(x) = \frac{-x^2 + 4}{x^2 - 9}$
 en appliquant les étapes 1° à 7° (voir dossier 4).
 Détermine le domaine de définition, son adhérence. A l'aide du calculs des limites, les équations des asymptotes verticales et horizontales. Esquisser un graphique avec les asymptotes et la position de la fonction près des asymptotes.

4) Pour la fonction $g(x) = \frac{-2x^3}{(x-3)^2} = \frac{-2x^3}{x^2 - 6x + 9}$
 Détermine l'asymptote verticale avec le calcul complet des limites et l'équation de l'asymptote oblique.

5) La fonction $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$ a uniquement une AO. Vrai ou faux? Justifie.

6) Pour la fonction $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2-9}}$

a) Détermine correctement son domaine.

b) Combien a-t-elle d'asymptotes verticales et d'horizontales? Justifie par calculs de limites.

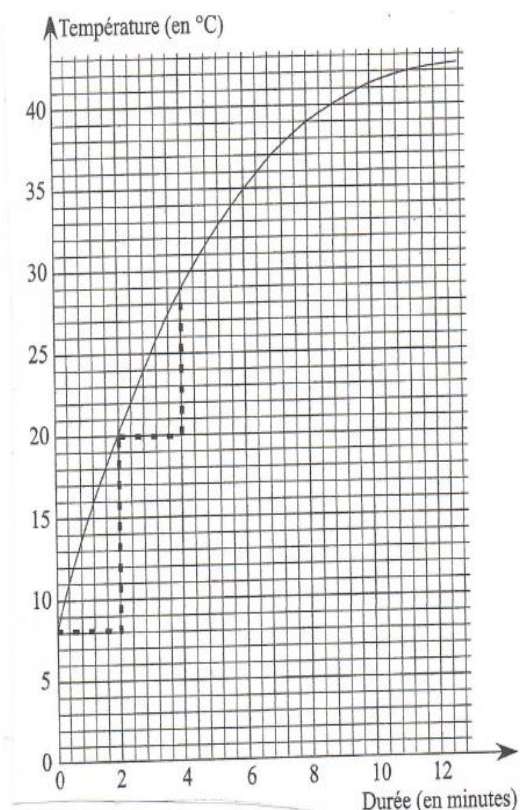
7) Esquisser le graphique d'une fonction telle que :

$\text{Dom}f = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$

Dépassement : des limites aux dérivées (partie 1)

Taux d'accroissement d'une fonction sur un intervalle

Activité 1 : On chauffe de l'eau. Le graphique suivant montre comment évolue la température.



Pendant la période située entre 0 et 2 minutes, la température passe de Elle augmente donc de°.

La vitesse de croissance de la température durant cette période est de°/min

Quelle a été la vitesse moyenne de croissance de la température durant les intervalles de temps indiqués dans le tableau ci-contre ?

Intervalle de temps (en min)	Vitesse moyenne de croissance (en °C/min)
[2,4]	$\frac{29-20}{4-2} = 4,5 \text{ °/min}$
[4,6]	
[6,8]	
[8,10]	
[10,12]	

On constate que la température augmente de vite

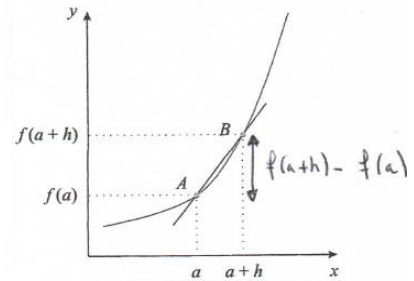
Définition du taux d'accroissement d'une fonction

Comment calculer un taux d'accroissement moyen d'une fonction f entre 2 points ?

On se donne 2 points du graphique : **a et $a + h$** (h est l'accroissement de la variable x en a).
 On observe la variation correspondante quand on fait varier x de a à $a + h$: **la variation de la fonction est $f(a + h) - f(a)$.**

Le taux d'accroissement moyen sur l'intervalle $[a; a + h]$ est le quotient :

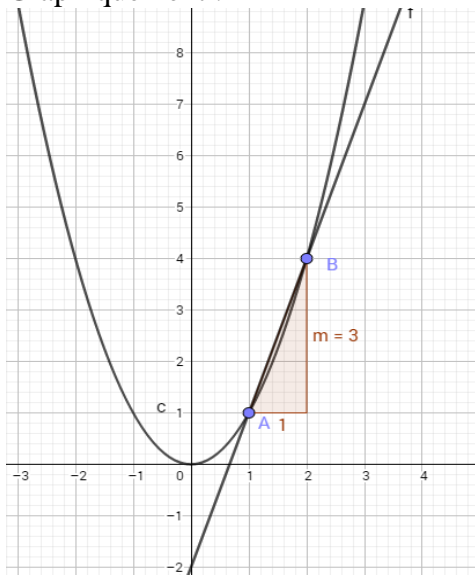
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$



Graphiquement, le taux d'accroissement moyen est la pente de la sécante passant par les points $A(a, f(a))$ et $B(a+h, f(a+h))$.

Exemple : Pour la fonction $f(x) = x^2$. Calculons le taux d'accroissement moyen entre $x = 1$ et $x = 2$

Graphiquement :



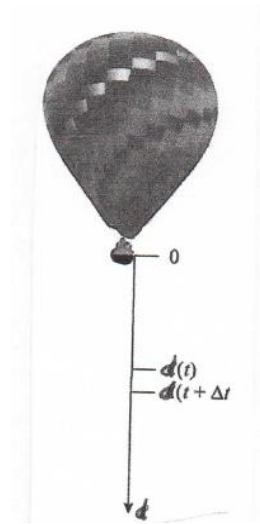
x	$f(x) = x^2$
1	$f(1) = \dots$
2	\dots

Taux d'accroissement moyen sur $[1; 2]$ est :

$$\frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = \dots$$

Taux d'accroissement instantané

Activité n°2 : Un sac de lest est lâché d'une nacelle de montgolfière immobilisée à 500m au dessus du sol. On a constaté par expérience que le chemin parcouru (d) par le lest en chute libre est $d(t) = 5t^2$
 Calcule la vitesse moyenne entre les moments demandés.



Intervalle de temps	Vitesse moyenne en m/s
[0,1]	$\frac{d(1) - d(0)}{1-0} = \frac{5-0}{1-0} = 5\text{m/s}$
[1,2]	
[2,3]	

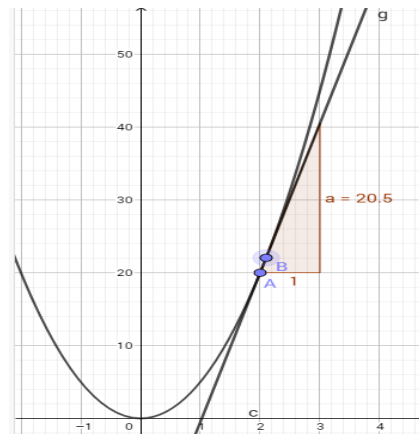
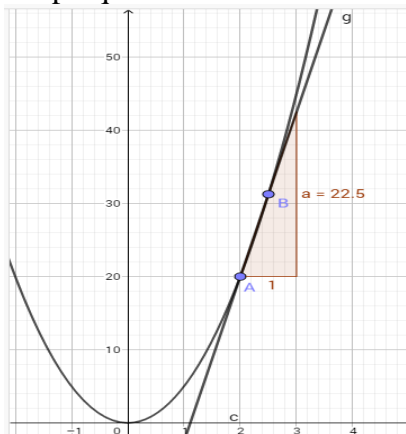
On constate que les vitesses moyennes ne sont pas constantes

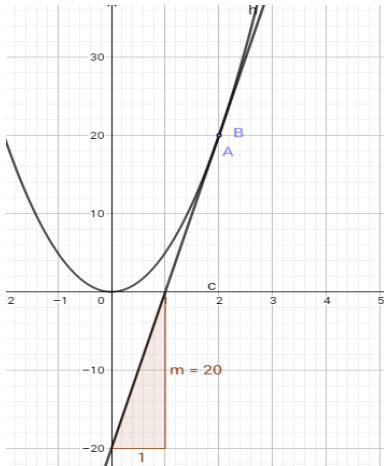
Comment calculer la vitesse instantanée du lest 2 secondes après le lâcher du lest ?
 Calculons des vitesses moyennes sur des intervalles de temps de plus en plus petits.

Intervalles de temps	Vitesse moyenne en m/s
[2 ;2,5]	$\frac{5.2,5^2 - 5.2^2}{2,5-2} = 22,5 \text{ m/s}$
[2 ;2,1]	
[2 ;2,01]	

La vitesse instantanée en $t = 2\text{s}$ est la limite des vitesses moyennes sur des intervalles de temps de plus en plus courts (contenant 2 ici) = m/s

Graphiquement :





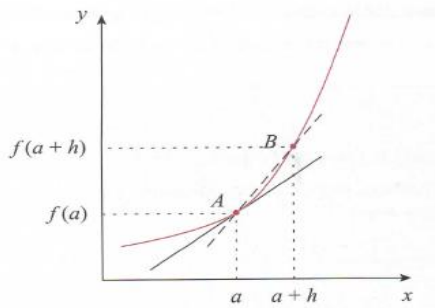
Lorsque le point A coïncide avec le point B. La droite AB est devenue une tangente à la courbe $y = 5t^2$ passant par A.

La pente de cette droite vaut 20 ce qui correspond à la vitesse instantanée en $t = 2s$.

Définition

Comment calculer un taux d'accroissement instantané d'une fonction f ?

Le taux d'accroissement instantané d'une fonction en un réel a est le taux d'accroissement moyen lorsque l'accroissement (Δx ou h) devient de plus en plus petit et s'approche de 0.



Ce taux d'accroissement instantané de f en a est **la pente de la tangente** au point du graphique d'abscisse $x = a$.

En résumé :

	<ul style="list-style-type: none"> Δx est la <u>variation</u> de la variable x $\Delta y = f(a+h) - f(a)$ = variation de la variable y $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ est le <u>taux moyen</u> de variation, d'accroissement sur l'intervalle $[a, a+h]$. Graphiquement, c' est la pente de la <u>sécante</u> AB. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ est le <u>taux instantané</u> de f en a. Si cette limite existe et est finie, sa valeur est appelée : nombre dérivé de f en a. Il est noté $f'(a)$. La fonction f est dite dérivable en a. Graphiquement, c' est la pente de la <u>tangente</u> T au graphique de f en A, son point d'abscisse a.
--	---

Quelques nombres dérivés et dérivées de fonctions usuelles

1. Pour la **fonction constante** $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \rightarrow k$

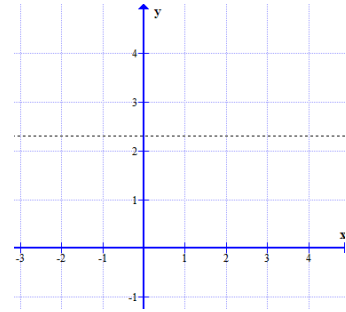
Calculons le nombre dérivé

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{k-k}{h} = 0$$

$$\boxed{k' = 0 \text{ et } \text{dom}f = \mathbb{R}}$$

La dérivée d'une constante vaut toujours 0.

Exemples : $(2)' = 0$ $6' = 0$



2. Pour la **fonction identique** $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \rightarrow x$

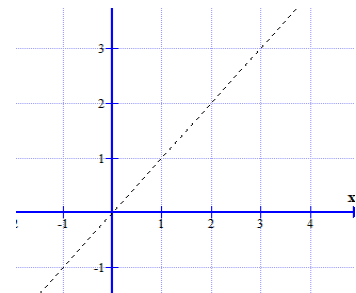
Calculons le nombre dérivé

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a+h-a}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h} = 1$$

$$\boxed{x' = 1 \text{ et } \text{dom}f = \mathbb{R}}$$

La dérivée de x vaut toujours 1.

C'est ainsi que nous pouvons démontrer toutes les formules de dérivées.



Si cela t'intéresse tu peux aller voir les vidéos suivantes sur youtube :

[Le nombre dérivé – Dérivation – Math 1^{ère} – les Bons Profs](#)

[Les dérivées usuelles – Dérivation – Math 1^{ère} – les Bons Profs](#)

<i>SYNTHESE</i>		
	Fonction f(x)	Dérivée f'(x)
1)	C (constante)	C' = 0
2)	x	x' = 1
3)	C x	(C x)' = C
4)	x²	(x²)' = 2x
5)	xⁿ (puissance de x)	(xⁿ)' = n . xⁿ⁻¹
6)	$\frac{1}{x}$ (inverse)	$(\frac{1}{x})' = \frac{-1}{x^2}$
7)	\sqrt{x} (racine carrée)	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
8)	sin (x)	(sin (x))' = cos (x)
9)	cos (x)	(cos (x))' = - sin (x)

Opérations sur les fonctions dérivables

Soient f et g fonctions des fonctions dérivables.

1°) Dérivée d'une somme de 2 fonctions est la somme des dérivées.

$$\boxed{(f + g)' = f' + g'}$$

2°) Dérivée d'un produit de 2 fonctions :

$$\boxed{(fg)' = f' g + f g'}$$

....

Si cela t'intéresse tu peux aller voir les vidéos suivantes sur youtube :
Dérivée d'une somme, d'un produit et d'un quotient – Math 1^{ère} – les Bons Profs

En résumé :

fonction	dérivée	exemples
1°) $f + g$	$(f+g)' = f' + g'$	$(x^2 + x)' = (x^2)' + x' = 2x + 1$ (voir formules 2 et 4)
2°) $f.g$	$(f.g)' = f'.g + f.g'$	$(x^2.\sin x)' = (x^2)' \sin x + x^2 . (\sin x)'$ $= 2x . \sin x + x^2 . \cos x$ (voir formules 4 et 8)
3°) $k.f$ avec $k =$ constante	$(kf)' = k . f'$	$(6x)' = 6 . x' = 6.1 = 6$ (voir formule 2) $(4x^2)' = 4 (x^2)' = 4.2x = 8x$ (voir formule 4)

A toi d'essayer :

Calcule la fonction dérivée des fonctions définies par les expressions suivantes :

- identifie d'abord s'il y a une opération telle qu'une somme (voir 1°) ou un produit de fonctions (voir 2°) ou un produit d'une fonction et d'une constante (voir 3°). Applique alors la formule 1°, 2° ou 3°.
- Utilise ensuite les formules de la synthèse (voir de 1 à 9)
- Simplifie au maximum le résultat obtenu:

- 1) 3
- 2) $4x$
- 3) $-5x+4$
- 4) $x^2 + 2x - 9$
- 5) x^3
- 6) $4x^6$
- 7) $-2x^8$
- 8) $-5x^3 + 4x^2 + 2x - 3$
- 9) $[(3x + 1)x]$
- 10) $(x^4 - 1)(2x + 3)$