Mathématique : Dossier de révisions

Printemps 2020

CORRECTIF

NOMBRES ET OPÉRATIONS

NO - Les priorités des opérations

Dans chaque calcul, les opérations doivent se faire dans l'ordre suivant :

	$3 \cdot \underline{(5 - 9 : 3)} + (-3)^2 - 4$
1) Parenthèses	$= 3 \cdot 2 + \underline{(-3)^2} - 4$
2) Exposants	$= \underline{3 \cdot 2} + 9 - 4$
3) Multiplications / Divisions	$= \underline{6 + 9 - 4}$
4) Additions / Soustractions	$= 11$

Petit moyen mnémotechnique : **PEMDAS**.

À l'intérieur des **parenthèses**, on applique l'ordre **PEMDAS** aux différentes opérations.

Exemple : $(5 + \underline{2 : 2}) \cdot 3 = (5 + 1) \cdot 3$
$= 6 \cdot 3$
$= 18$

Dans le cas de **plusieurs** additions / soustractions ou multiplications / divisions successives, on les exécute dans **l'ordre** de **lecture**.

Exemple : $\underline{2 \cdot 6} : 3 + 5 = 12 : 3 + 5$
$= 4 + 5$
$= 9$

Exerce-toi

1. **Calcule** en appliquant les règles de priorité.

$(4 - 6) \cdot (5 - 7) = -2 \cdot (-2)$

$= 4$

$(4-6).5-7$ $= -2 . 5 - 7$

$= -10 - 7$

$= -13$

$3.(-2)^3 + 2.(-3)^2$ $= 3 . (-8) + 2 . 9$

$= -24 + 18$

$= -6$

$-2 + (-1)^3.4 - 8$ $= -2 + (-1) . 4 - 8$

$= -2 - 4 - 8$

$= -14$

$-6 + 2.(-3)^3$ $= -6 + 2 . (-27)$

$= -6 - 54$

$= -60$

$(2.3-1)^2$ $= (6-1)^2$

$= 5^2$

$= 25$

$1-(-4).(-2) + 3^2$ $= 1 + 4 . (-2) + 9$

$= 1 - 8 + 9$

$= 2$

$1 + 4.(-2 + 3^2)$ $= 1 + 4 . (-2 + 9)$

$= 1 + 4 . 7$

$= 1 + 28$

$= 29$

2. **Relie** chaque calcul à son résultat.

$-5 \,.\, 4 - 3 \,.\, 2$ — -10

$-5 \,.\, (4-3) \,.\, 2$ — -26

$-5 - 4 \,.\, (-3) - 2$ — 25

$(-5-4) \,.\, (-3) - 2$ — 5

$-5 \,.\, (-4) - 3 \,.\, 2$ — 14

$-5 \,.\, (4-3)^2$ — ~~-10~~ **-89**

$-5 \,.\, 4 - 3^2$ — -29

$-5 \,.\, 4^2 - 3^2$ — ~~25~~ **31**

$(-5+4) \,.\, 2$ — -5

$-5 + 4 \,.\, 3^2$ — ~~14~~ **-2**

3. **Barre**, dans chaque ligne, la ou les expression(s) qui ne conduisent pas au même résultat que le calcul écrit dans la première colonne.

	Ce calcul	peut s'écrire aussi	
1	$3 + 6 \,.\, 7$	$3 + (6 \,.\, 7)$	$\cancel{(3+6) \,.\, 7}$
		$\cancel{(3+6) \,.\, (3+7)}$	$3 + 6 \,.\, 7 + 6 \,.\, 0$
2	$\frac{4+6}{5-3}$	$(4+6) : (5-3)$	$\cancel{4 + (6:5) - 3}$
		$\cancel{(4+6) : 5 - 3}$	$\cancel{4 + 6 : (5-3)}$
3	$2 \,.\, (2+2) : 2$	$\cancel{2 \,.\, 2 + 2 : 2}$	$\cancel{(2 \,.\, 2) + 2 : 2}$
		$\cancel{(2 \,.\, 2) + (2 : 2)}$	$2 \,.\, 2 \,.\, (2 : 2)$
4	$2^3 \,.\, 3 + 2$	$\cancel{2^3 \,.\, (3+2)}$	$(2^3 \,.\, 3) + 2$
		$8 \,.\, 3 + 2$	$\cancel{6 \,.\, 3 + 2}$
5	$8 \,.\, (8-8) + 8$	$\cancel{0}$	8
		$\cancel{(8 \,.\, 8) - (8+8)}$	$\cancel{(8 \,.\, 8) - 8 + 8}$
6	$4 \,.\, 5^2 - 10$	$\cancel{4 \,.\, (25-10)}$	$\cancel{0}$
		$\cancel{4 \,.\, 5 \,.\, (5-10)}$	$(4 \,.\, 5^2) - 10$

NO - Les puissances

1. Définitions

Soit n un naturel non nul et a un entier non nul, **la n^{e} puissance du nombre a** est le produit de **n** facteurs égaux à **a**.

Exemple : $(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4)$

2. Vocabulaire de puissances particulières

2^{3} se lit 2 au **cube**.

4^{2} se lit 4 au **carré**.

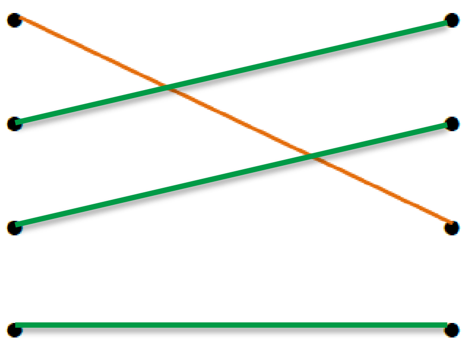
3. Puissances particulières

- Tout nombre entier non nul élevé à la puissance 0 donne 1 comme résultat.
  Exemples : $3^{0} = \mathbf{1}$ $\quad (-4)^{0} = \mathbf{1}$
- Tout nombre entier élevé à la puissance 1 donne lui-même comme résultat.
  Exemples : $3^{1} = \mathbf{3}$ $\quad (-4)^{1} = \mathbf{-4}$
- 0 élevé à la puissance 0 donne un résultat impossible.
  Exemple : $0^{0} =$ /

Exerce-toi

1. **Relie** les puissances égales.

3^4		2^4
4^2		125^1
5^3		9^2
1^4		25^0



4. La règle des signes d'une puissance

- ✓ Toute puissance d'un entier positif est positive.
- ✓ Toute puissance d'un entier négatif est :
  - **positive** si l'exposant est **pair,**
  - **négative** si l'exposant est **impair**.

Exemples : $3^2 = 9$ $(-3)^2 = 9$ $(-3)^3 = -27$

Attention, ne pas confondre $\mathbf{(-3)^2}$ et $\mathbf{-3^2}$!!
$(-3)^2 = 9$ et $-3^2 = -(3)^2 = -9$

Exerce-toi

1. **Souligne** les puissances dont la base est négative ; **entoure** les exposants impairs de ces puissances. Ensuite, **détermine** le signe de chaque puissance.

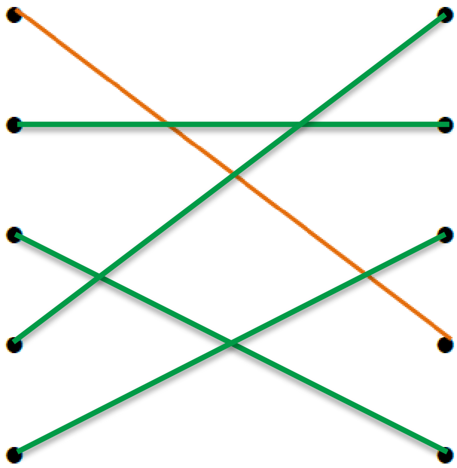
$(+2)^7$	+	$(+8)^4$	+	$\underline{(-4)}^5$	–
$\underline{(-5)}^2$	+	$\underline{(-6)}^2$	+	$\underline{(-1)}^{12}$	+
$\underline{(-15)}^3$	–	$\underline{(-3)}^7$	–	$\underline{(-12)}^3$	–

2. **Calcule** en déterminant **d'abord** le **signe** de la puissance.

$(-4)^3 = -64$	$(-11)^2 =$ 121	$(-10)^3 =$ -1000
$(\underline{-}3)^5 =$ -243	$(-5)^2 =$ 25	$(-1)^5 =$ -1
$(+2)^3 =$ 8	$1^3 =$ 1	$(-3)^1 =$ -3
$(+8)^2 =$ 16	$2^6 =$ 64	$(-5)^3 =$ -125

3. **Relie** chaque calcul à son résultat.

$(-2)^5$	9
$(-2)^3$	-8
$(-5)^2$	-4
$(-3)^2$	-32
$(-4)^1$	25



5. Les propriétés des puissances

Règle	Codage	Exemples
Produit de puissances de même base On conserve la base commune et on additionne les exposants.	* $a^m \cdot a^p = a^{m+p}$	$(-3)^2 \cdot (-3)^4 = (-3)^{2+4} = (-3)^6$ $a^3 \cdot a^2 = a^{3+2} = a^5$
Quotient de puissances de même base On conserve la base commune et on soustrait les exposants.	* $\dfrac{a^m}{a^p} = a^{m-p}$	$\dfrac{4^6}{4^2} = 4^{6-2} = 4^4$ $\quad \dfrac{a^7}{a^3} = a^{7-3} = a^4$ $\dfrac{5^3}{5^5} = 5^{3-5} = 5^{-2} = \dfrac{1}{5^2}$ $\dfrac{b^2}{b^8} = b^{2-8} = b^{-6} = \dfrac{1}{b^6}$
Puissance d'une puissance On conserve la base et on multiplie les exposants.	* $(a^m)^p = a^{m \cdot p}$	$((-3)^2)^4 = (-3)^{2 \cdot 4} = (-3)^8$ $(a^2)^3 = a^{2 \cdot 3} = a^6$
Puissance d'un produit On élève chaque facteur à la puissance indiquée et on multiplie les résultats.	* $(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$	$(ab)^5 = a^5 \cdot b^5$ $(-3a)^3 = (-3)^3 \cdot a^3 = -27a^3$
Puissance d'un quotient On élève chaque terme à la puissance indiquée et on effectue le quotient.	* $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}$	$\left(\dfrac{-2}{7}\right)^2 = \dfrac{(-2)^2}{7^2}$ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^7 = \dfrac{a^7}{b^7}$

* $\forall a, b \in \mathbb{Z}_0$ et $\forall m, p \in \mathbb{N}_0$.

Exerce-toi

1. **Applique** les propriétés des puissances.

$2^4 \cdot 2^7 = 2^{4+7} = 2^{11}$	$(4^3)^2 = 4^6$	$(3 \cdot 5)^2 = 15^2$
$3^1 \cdot 3^6 = 3^7$	$(2^3)^5 = 2^{15}$	$(4 \cdot 3)^3 = 12^3$
$(-5)^2 \cdot (-5)^4 = (-5)^6$	$[(-3)^2]^3 = (-3)^6$	$(-2 \cdot 6)^4 = -12^4$

$$\frac{2^9}{2^7} = 2^2 \qquad \frac{4^2}{4^7} = \frac{1}{4^5}$$

$$\frac{(-3)^4}{(-3)^6} = \frac{1}{(-3)^2}$$

2. **Repère** la propriété à appliquer et écris sous forme d'une **puissance d'un nombre.**

$3^2 \cdot 3^7 = 3^{7+2} = 3^9$	$2^4 \cdot 2^3 \cdot 2 = 2^8$	$(-2)^3 \cdot (-2)^5 = (-2)^8$
$\frac{5^2}{5^3} = 5^{2-3} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$	$(3^4)^4 = 3^{16}$	$(-2)^3 \cdot (-5)^3 = (-2.(-5))^3 = 10^3$
$(5^3)^2 = 5^6$	$3^2 \cdot 5^2 = (3 \cdot 5)^2 = 15^2$	$[(-3)^5]^2 = (-3)^{10}$
$4^3 \cdot 7^3 = (4 \cdot 7)^3 = 28^3$	$(5^2)^5 = 5^{10}$	$\frac{(-7)^6}{(-7)^8} = (-7)^{-2} = \frac{1}{7^2}$

3. **Complète** les pointillés par le nombre naturel qui convient.

$2^6 \cdot 2^2 = 2^8$	$(2^4)^{3} = 2^{12}$	$(4 \cdot 3)^{2} = 4^2 \cdot 3^2$	$(-3)^{5} \cdot (-3)^4 = (-3)^9$
$(3^5)^{5} = 3^{25 = 5.5}$	$7^4 \cdot 7^{1} = 7^5$	$[(-7)^3]^{3} = (-7)^9$	$(2 \cdot 7)^3 = 2^{3} \cdot 7^{3}$
$2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 5)^{4}$	$(5^{6})^3 = 5^{18}$	$6^3 \cdot 6^{3} = 6^6$	$(4^{1})^2 = 4^2$

4. **Colorie** la bonne réponse.

	Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
$2^3 . 2^2$	2^{15}	2^5	4^8
$(5^2)^3$	5^6	5^8	5^5
$[(-7)^3]^2$	$(-7)^6$	-7^6	$(-7)^5$
$(-2 . 5)^3$	$2^3 . 5^3$	$-2 . 5^3$	$(-2)^3 . 5^3$

6. Les puissances de 10

Si *n* est un naturel non nul,

$$10^n = \underbrace{10 . 10 . 10 . 10 \ldots 10}_{n \text{ facteurs}} = 1\underbrace{00\ 00 \ldots 00}_{n \textbf{ zéros} \text{ derrière le chiffre 1}}$$

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{1\underbrace{000..0}_{n \text{ zéros}}} = 0,\underbrace{00 \ldots 01}_{n \textbf{ chiffres} \text{ derrière la virgule}}$$

Exemples : $10^6 = 1\ 000\ 000$ (il y a 6 zéros derrière le 1.)

$10^{-5} = 0,00001$ (il y a 5 chiffres derrière la virgule.)

Le signe « – » de l'exposant signifie que le nombre est inférieur à 1 et pas qu'il est négatif.

6.1. Multiplier un nombre par 10^n

Pour multiplier un nombre décimal par $\mathbf{10^n}$:
- ✓ on déplace la **virgule** de n rangs vers la **droite,**
- ✓ on **ajoute** des **zéros** si nécessaire pour compléter les rangs.

Exemple : $7{,}85 \cdot 10^5 = 78\,500$

6.2. Multiplier un nombre par 10^{-n}

Pour multiplier un nombre décimal par $\mathbf{10^{-n}}$:
- ✓ on déplace la **virgule** de n rangs vers la **gauche,**
- ✓ on **ajoute** des **zéros** si nécessaire pour compléter les rangs.

Exemple : $913 \cdot 10^{-5} = 0{,}00913$

Exerce-toi

1. Achève de **compléter** le tableau ci – dessous à l'aide de puissances de 10.

0,00001	0,0001	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1 000
10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3

2. **Colorie** les réponses correctes.

	Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3	Réponse 4
10^{-2}	100	– 100	0,01	$\frac{1}{100}$
10^3	– 1 000	1000	$\frac{1}{1000}$	0,001
10^{-1}	0,1	$\frac{1}{10}$	10	– 10
10^5	100 000	– 100 000	$\frac{1}{100\,000}$	0,000 01
10^{-4}	$\frac{1}{10\,000}$	– 10 000	0,0001	10 000

7. La notation scientifique

L'écriture scientifique d'un nombre est l'écriture de ce nombre sous la forme :

$$a \cdot 10^{b}$$

dans laquelle **$a \in \mathbb{N}$ et $1 < a < 10$** et **$b \in \mathbb{Z}_0$**

7.1. Convertir un nombre décimal en notation scientifique

Pour convertir un nombre décimal en notation scientifique :
- ✓ on écrit le nombre avec **un chiffre non nul** devant la virugle,
- ✓ on **multiplie** le nombre par la **puissance de 10** correspondante.

Exemples : $149\,000 = 1{,}49 \cdot 10^{5}$ $0{,}006 = 6 \cdot 10^{-4}$

7.2. Convertir une notation scientifique en nombre décimal

Pour convertir une notation scientifique en nombre décimal :
- ✓ on **multiplie** le nombre par la **puissance de 10** correspondante.

Exerce-toi

1. **Colorie** la notation scientifique des nombres proposés.

58 300 000	$5{,}83 \cdot 10^{7}$	$58{,}3 \cdot 10^{6}$	$583 \cdot 10^{5}$
0,000 000 15	$15 \cdot 10^{-8}$	$1{,}5 \cdot 10^{-7}$	$0{,}15 \cdot 10^{-6}$
21,01	$210{,}1 \cdot 10^{-1}$	$2101 \cdot 10^{-2}$	$2{,}101 \cdot 10^{1}$

2. **Barre** les mauvaises réponses et **colorie** la notation scientifique.

72 000	$7{,}2 \cdot 10^{4}$	$72 \cdot 10^{3}$	~~$72 \cdot 10^{-3}$~~	$0{,}72 \cdot 10^{5}$
0,056	$56 \cdot 10^{-3}$	$0{,}56 \cdot 10^{-1}$	$5{,}6 \cdot 10^{-2}$	~~$5{,}6 \cdot 10^{-1}$~~
0,000 002 87	~~$2{,}87 \cdot 10^{-5}$~~	$2{,}87 \cdot 10^{-6}$	$28{,}7 \cdot 10^{-7}$	$287 \cdot 10^{-8}$
350 000 000	$0{,}35 \cdot 10^{9}$	$35 \cdot 10^{7}$	~~$3{,}5 \cdot 10^{7}$~~	$3{,}5 \cdot 10^{8}$

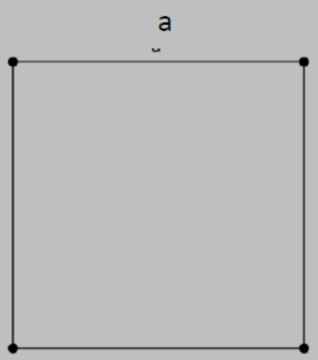
3. **Relie** les nombres égaux.

$45{,}09 \cdot 10^{2}$	450,9
$4509 \cdot 10^{-1}$	0,045 09
$4509 \cdot 10^{2}$	0,450 9
$4{,}509 \cdot 10^{-1}$	4,509
$450{,}9 \cdot 10^{-4}$	450 900
$4{,}509 \cdot 10^{1}$	4509
$4509 \cdot 10^{1}$	45,09
$4509 \cdot 10^{-3}$	45 090

NO – Calcul littéral

1. Vocabulaire

1.1. Une expression littérale



Une expression littérale est une expression mathématique dans laquellle interviennent des **nombres** et des **lettres**. Elle permet de **généraliser un calcul**.

Exemple : L'expression **4a** généralise le calcul du périmètre du carré de côté a.

1.2. Les composants d'une expression littérale

Le coefficient ⟵ **12a** ⟶ **La variable**

Les lettres constituent la **partie littérale** de l'expression.

Exemple : Dans l'expression 3x + z, les **variables** sont **x** et **z**.
3 est le **coefficient** de x ; **1** celui de z.

1.3. Les termes semblables

Dans une somme/une différence algébrique les **termes semblables** sont des termes qui ont la **même partie littérale.**

Exemple : Soit 3c – 8c.
3c et – 8c sont des termes semblables.

Contre – exemple : Soit 4a + 5b.
4a + 5b ne sont pas termes semblables.

2. Les conventions d'écriture

Dans le calcul littéral, tu dois respecter deux règles :

- on ne note pas le signe « . » de la multiplication,
  Exemple : On écrira 4ab plutôt que 4 . a . b
- on écrit les lettres dans **l'ordre alphabétique**.
  Exemple : On écrira – 8abc plutôt que – 9cab

Exerce-toi

1. Parmi les expressions suivantes, **entoure** la partie **littérale** et **souligne** le **coefficient**.

$\underline{2}a$ $\underline{2}a^2$ $\underline{3}ab$ $\underline{4}xy^2$ $\underline{3}a^2b$ $\underline{6}a^2b^2$

2. À chaque ligne, **colorie** les termes semblables.

1	2a	2	3a	2ab	a^2	a
2	$5xy^2$	$2x^2y$	x	x^2	x^2y	4
3	xy	x	9	3xy	$2xy^2$	y
4	x^2y	3xy	xy^2	$5x^2y$	$6x^2y^2$	x^2
5	ab^2	7	a	4ab	$3a^2b$	8ab

3. Le codage et décodage

Chaque **expression littérale** peut se **décoder** en **langage courant** à l'aide du vocabulaire des opérations.

Exemple : $(a - b)^3$ se traduit par « le cube de la différence de a et de b ».

A l'inverse, chaque traduction en **langage courant** peut se **coder** en une **expression littérale**.

Exemple : « Le double du carré de l'opposé de a » se code par $2(-a)^2$.

Exerce-toi

1. **Associe** chaque phrase à son expression algébrique.

La somme de a et b	$a - b$
Le produit de a par b	a^3
Le triple de a	$a \,.\, b$
Le cube de a	$3a$
La différence de a et b	$a + b$

2. **Écris** sous forme d'expression algébrique les expressions suivantes.

La somme du triple de b et du double de y : $3b + 2y$

La somme de p et du carré de f : $p + f^2$

Le quotient de la différence de a et b par le quadruple de r : $(a-b) : 4r$ ou $\dfrac{a-b}{4r}$

Le produit du carré de g et la cinquième puissance de f : $g^2 \,.\, f^5$

L'opposé de la différence de q et s : $-(q - s)$

Le carré de la somme de x et z : $(x + z)^2$

3. **Traduis**, sur les pointilles, les expressions algébriques suivantes en **langage courant**.

$3c$ Le triple de c

$2d + f$ **La somme du double de d et de f**

$4x : y$ **Le quotient du quadruple de x et de y**

$c - 3g$ **La différence entre c et le triple de g**

$3 . (d - e)$ **Le triple de la différence entre d et e**

$5 . (r + 2s)$ **Le quintuple de la somme de r et du double de s**

4. La réduction de termes semblables

4.1. Définition

Réduire une somme, c'est l'écrire avec le **minimum** de **termes**.
Réduire un produit, c'est l'écrire avec le **minimum** de **facteurs**.

4.2. La réduction d'une somme algébrique

Pour **réduire une somme algébrique** :
- ✓ on **recopie** les **parties littérales** des termes semblables,
- ✓ on **additionne** leurs **coefficients**.

Exemple : $2a + 7b - 3a = (-3 + 2)a + 7b$

$= -a + 7b$

4.3. La réduction d'un produit algébrique

Pour **réduire un produit algébrique** :
- ✓ on **multiplie** les **coefficients** entre eux,
- ✓ on **multiplie** les **parties littérales** entre elles.

Exemple : $5b . (-3ab) = 5 . (-3) . b . ab$

$= -15ab^2$

Exerce-toi

1. Associe chaque expression à sa forme réduite.

$2a - 3a$	$-5a$
$-2a - 3a$	a
$-2a + 3a$	$-a$
$2a + 3a$	$5a$

2. Réduis les expressions suivantes.

$\underline{2a} + \underline{a} + \underline{b} = 3a + b$

$\underline{-a} + \underline{2a} - \underline{b} =$ **a - b**

$-a \cdot 2a + b =$ **$-2a^2 + b$**

$c - 2d + c =$ **2c – 2d**

$-g \cdot g \cdot u =$ **$-g^2u$**

3. Complète les pointillés par + ou .

$-2x$ **+** $2x = 0$ $\qquad$ $-2x$ **.** $2x = -4x^2$ $\qquad$ $-2x$. **+** $(-2x) = -4x$

5. La valeur numérique d'une expression littérale

La **valeur numérique** d'une expression littérale est le **nombre** obtenu en **remplaçant** les lettres par leurs valeurs données.

Exemple : Si f = 3 et t = – 7, la valeur numérique de l'expression – 5f + 3t vaut – 5 . 3 + 3 . (– 7)
= – 15 + (– 21)
= – 36

Exerce-toi

1. Pour chaque expression, **colorie** la valeur numérique correcte en sachant que :
a = – 2, b = 3 et c = – 4.

ab	– 2 + 3	– 2 . 3	– 23
5b 5 . b	53	5 + 3	5 . 3
ab^2	$-2+3^2$	$-2 . 3^2$	-23^2
2a + c	2 – 2 + (– 4)	2. (-2) + (-4)	2 . (– 2) . (– 4)
$3b+c^2$	$33+(-4)^2$	3 . 3 + (– 4) . 2	$3 . 3 + (-4)^2$
$-2b^3$	$-2 . 3^3$	-23^2	– 2 . 23

2. Voici la formule qui permet de calculer le volume d'une pyramide à base carrée :

$$V = \frac{h . c^2}{3}$$

Calcule V si h = 15 cm et c = 10 cm.

V = 500 cm^3

3. **Calcule** la valeur des expressions littérales pour chacune des valeurs de a et b.

a	b	$2a + 4$	$6a^2$	$4a^3 + 6b$	$10a^2b$	$2(a + 2)$
-3	2	$2 . (-3) + 4 = -2$	$6 . (-3)^2 =$	$4.(-3)^3 + 6.2 = 48$	$10 . (-3)^2 . 2 = 180$	$2.(-3 + 2) = -2$
7	-5	$2 . 7 + 4 = 18$	$6 . 7^2 = 294$	$4.7^3 + 6.(-5) = 166$	$10 . 7^2 .(-5) = -2450$	$2.(7 + 2) = 18$
4	3	$2 . 4 + 4 = 12$	$6 . 4^2 = 96$	$4.4^3 + 6.3 = 82$	$10 . 4^2 . 3 = 480$	$2.(4 + 2) = 12$

4. **Colorie** la bonne réponse.
Si $x = -2$ et $y = 3$, alors la valeur numérique de … est …

$2x + 3y$	2	-5	5	13
x^3	8	-8	-6	6
$5x - 2y$	16	-16	4	-18
$x^5 + 2y$	-12	26	-26	-1

6. La distributivité

6.1. La distributivité simple

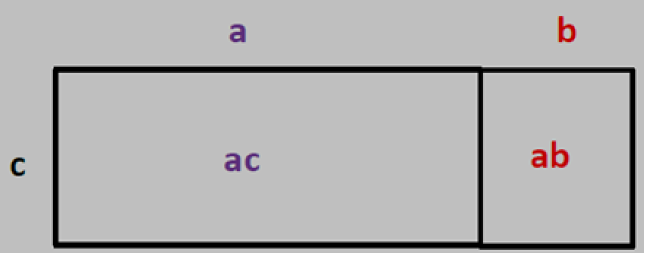
Pour **multiplier** une **somme** / une **différence** par un nombre, il faut :
- ✓ **multiplier** chaque **terme** de la somme / différence par ce **nombre,**
- ✓ **additionner** / **soustraire** les produits obtenus.

Exemples : $c . (a + b) = c . a + c . b$

$= ac + bc$

$c . (a - b) = c . a - c . b$

$= ac - bc$



Exerce-toi

1. **Souligne**, dans chaque cas, la bonne réponse.

$4 . (3b + 5)$	$= 7b + 9$ $= 12b + 9$ $= \underline{12b + 20}$	$3a . (a + 4)$	$= \underline{3a^2 + 12a}$ $= 4a + 7a$ $= 3a^2 + 7a$	$y . (y + 2)$	$= 2y^2 + 2y$ $= \underline{y^2 + 2y}$ $= y + 2$
$3b . (2b + a)$	$= \underline{6b^2 + 3ab}$ $= 5b + 3ab$ $= 6b + 2ab$	$6 . (3b + 3)$	$= 9b + 9$ $= 18b + 9$ $= \underline{18b + 18}$	$4a . (4b + 7)$	$= 8ab + 11a$ $= \underline{16ab + 28a}$ $= 16ab + 11a$

2. **Distribue** et **réduis** les différents produits.

$t . (2u + 4) = t . 2u + t . 4$ $= 2ut + 4t$	$3 . (s + 4x) = 3 . s + 3 . 4x$ $= 3s + 12x$
$5x . (x - 5) = 5x . x - 5x . 5$ $= 5x^2 - 25x$	$(4x + 2y) . t = 4x . t + 2y . t$ $= 4tx + 2ty$
$- e . (7 + 3z) = - e . 7 + (-e) . 3z$ $= - 7e - 3ez$	$(3g + 4) . (- f) = 3g . (-f) + 4 . (-f)$ $= -3fg - 4f$

6.2. La distributivité double

Pour **multiplier** une **somme** / une **différence** par une somme / différence, il faut :

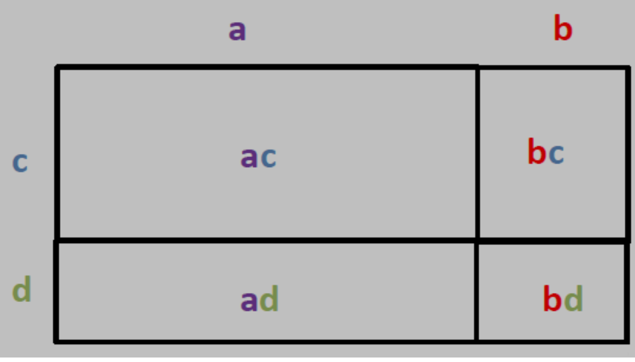
- ✓ **multiplier** chaque **terme** de la première somme / différence par chaque terme de la seconde,
- ✓ **additionner** / **soustraire** les produits obtenus.

Exemples : $(a + b) . (c + d) = a . c + a . d + b . c + b . d$

$= ac + ad + bc + bd$

$(a - b) . (c + d) = a . c + a . d + (-b) . c + (-b) . d$

$= ac + ad - bc - bd$



Exerce-toi

1. **Distribue** et réduis les différents produits

$(a + 4) . (3b + 5) = a . 3b + a . 5 + 4 . 3b + 4 . 5$

$= 5a + 3ab + 12b + 20$

$(5x + 3) . (s + 4x) = 5x . s + 5x . 4x + 3 . s + 3 . 4x$

$= 5sx + 20x^2 + 3s + 12x$

$(4a + 1) . (5a + 3) = 4a . 5a + 4a . 3 + 1 . 5a + 1 . 3$

$= 20a^2 + 12a + 5a + 3$

$= 20a^2 + 17a + 3$

$(5 - x) . (x + 3) = 5 . x + 5 . 3 - x . x - x . 3$

$= 5x + 15 - x^2 - 3x$

$= -x^2 + 2x + 15$

$(3x + 2) \, . \, (y + 4x) =$ **3x . y + 3x . 4x + 2 . y + 2 . 4x**

$=$ **3xy + 12x² + 2y + 8x**

$(2 + 3z) \, . \, (z – 4) =$ **2 . z + 2 . (-4) + 3z . z + 3z . (-4)**

$=$ **2z – 8 + 3z² - 12z**

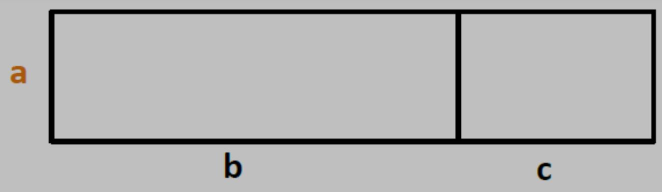
$=$ **3z² - 10z - 8**

6.3. La mise en évidence

Lorsque **tous** les **termes** d'une **somme** / **différence** possèdent un (des) **facteur**(s) **commun**(s), on peut transformer cette somme / différence en un **produit** de **facteurs** en mettant ce(s) facteurs commun(s) **en évidence**.

Exemple : ab + ac = **a** . b + **a** . c

= **a** (b + c)



a est le **PGCD** des termes ab et ac.

Exerce-toi

1. **Souligne** le(s) facteur(s) commun(s) aux deux termes

$\underline{3} \, . \, e + \underline{3} \, . \, f$	$\underline{3} \, . \, z + \underline{3} \, . \, g$
$\underline{h} \, . \, 4 + \underline{h} \, . \, 3$	$\underline{4 \, . \, a} \, . \, r - \underline{4 \, . \, a} \, . \, g$
$\underline{3x} \, . \, y - \underline{3x} \, . \, r$	$\underline{7} \, . \, q \, . \, \underline{w} + \underline{7} \, . \, d \, . \, \underline{w}$
$\underline{6z} \, . \, 5a + \underline{6z} \, . \, 3b$	$\underline{2 \, . \, a} - \underline{2 \, . \, a} \, . \, b$

2. **Fais apparaître** les facteurs communs et **souligne** les.

$9b + 6c = \underline{3} \,.\, 3b + \underline{3} \,.\, 2c$

$12t + 16e = \underline{4} \,.\, 3t + \underline{4} \,.\, 4e$

$5cd - 10bc = \underline{5c} \,.\, d - \underline{5c} \,.\, 2b$

$6xy + 8yz = \underline{2y} \,.\, 3x + \underline{2y} \,.\, 4z$

$5ab - 15ab = \underline{5ab} \,.\, 1 - \underline{5ab} \,.\, 3$

$14xy + 21y = \underline{7y} \,.\, 2x + \underline{7y} \,.\, 3$

3. **Mets le(s) facteurs commun(s) en évidence.**

$3z + 24g = 3 \,.\, (z + 8g)$

$15x + 20y = 5 \,.\, (3x + 4y)$

$12ab - 16ac = 4a \,.\, (3b - 4c)$

$6t + 6 = 6 \,.\, (t + 1)$

$27af + 18fg = 9f \,.\, (3a + 2g)$

$16e + 24g = 8 \,.\, (2e + 3g)$

$-3b + 6a = 3 \,.\, (-b + 2a)$

$-5rt - 10t = -5t \,.\, (5 + 2)$

7. La suppression des parenthèses

7.1. La suppression des parenthèses précédées du signe « + »

Pour **supprimer les parenthèses précédées du signe « + »**, on ne doit **rien changer** aux signes des termes à l'intérieur des parenthèses.

Exemple : $4a + (-2b + 3c) = 4a - 2b + 3c$

7.2. La suppression des parenthèses précédées du signe « – »

Pour **supprimer les parenthèses précédées du signe « – »**, on doit **changer** les signes des termes à l'intérieur des parenthèses.

Exemple : $5x - (-4y + 2z) = 5x - 1\,(-4y + 2z)$

$= 5x + 4y - 2z$

Exerce-toi

1. **Souligne** les termes qui changeront de signe lors de la suppression des parenthèses.

$(2a - 4c) + (-c + b) - (\underline{a - 5})$ $\boxed{-}(\underline{a + 1})\boxed{-}(\underline{2a - 6}) + (c - a)$

$(-b + c) - (\underline{2c + 3a}) - (\underline{-2c + 3})$ $(3a - 2b) - (\underline{2 + a}) + (-a + 3)$

2. **Relie** chaque calcul à son expression sans parenthèses.

$-(5 + 8)$	$5 + 8$
$-(5 - 8)$	$-5 - 8$
$-(-5 - 8)$	$5 - 8$
$-(-5 + 8)$	$-5 + 8$

3. **Supprime** les parenthèses en appliquant la règle adéquate et réduis les termes semblables quand il y en a.

$b \boxed{-} (-6a + c) = b + 6a - c$

$2z \boxed{-} (4x + y) =$ **2z – 4x - y**

$14x + (x - y) =$ **14x + x - y**

$=$ **15x - y**

$3c - (3d + e) =$ **3c – 3d - e**

$-a + (b - 2) =$ **-a + b - 2**

$3 - (3z - y) =$ **3 – 3z + y**

$-8a + (-3b + 4) =$ **-8a – 3b + 4**

$3x - (-y - 2) =$ **-3x + y + 2**

NO – Diviseurs et multiples

1. Ensembles des diviseurs et multiples

1.1. Vocabulaire

7 est un **diviseur** de 42
7 **divise** 42
42 est un **multiple** de 7
42 est **divisible** par 7

Car 42 = 7 . 6

6 est un **diviseur** de 42
6 **divise** 42
42 est un **multiple** de 6
42 est **divisible** par 6

1.2. Ensemble des diviseurs

L'ensemble des diviseurs de 42 se note **div 42.**

div 42 = $\{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$

- Tout nombre naturel admet **1** et **lui-même** comme diviseur.
- 0 ne divise aucun naturel différent de 0.
  Exemple : 12 : 0 n'existe pas !
- Tout naturel qui en divise un autre divise aussi tous les multiples de cet autre.
  Exemple : 3|12 (car 12 : 3 = 4), et 12|48 (car 48 : 12 = 4)
  ➔ 3|48.
- Tout naturel qui en divise deux autres divise aussi leur somme et leur différence.
  Exemple : 4|8 (car 8 : 4 = 2) et 4|42 (car 32 : 4 = 8)
  Donc, (8 + 32) : 4 = 10 et (32 – 8) : 4 = 6.

1.3. Ensemble des multiples

L'ensemble des multiples de 42 se note **42 N.**

42 N = $\{0, 42, 84, 126, 168, 210, 252, \ldots\}$

0 est multiple de tous les naturels.

Exemples : 0 . 2 = 0 et 0 . 45 = 0

2. Les nombres particuliers

2.1. Les nombres premiers

Un nombre **premier** est un nombre naturel qui n'admet exactement que **deux diviseurs distincts** : 1 et lui-même.

Exemple : 7 est un nombre premier car div. 7 = $\{1, 7\}$

1 n'est **pas** un nombre premier car il n'admet qu'un **seul** diviseur !

2.2. Les nombres premiers entre eux

Deux nombres **premiers entre eux** sont deux nombres qui n'admettent que **1** comme **diviseur commun**.

Exemple : 4 et 15 sont premiers entre eux car div 4 = $\{1, 2, 4\}$ div 15 = $\{1, 3, 5, 15\}$

seul diviseur commun = 1

Contre – exemple : 6 et 9 ne sont pas premiers entre – eux car div 6 = {**1**, 2, **3**, 6}
div 9 = {**1**, **3**, 9}. **Il y a deux diviseurs communs !**

Tout naturel divisible par deux naturels premiers entre eux est divisible par leur produit.

Exemple : $4|740$ et $5|740$
Or, 4 et 5 sont premiers entre eux.
Donc, 740 est divisible par 4 . 5 = 20

Exerce-toi

1. **Vrai ou faux** ? Si c'est vrai, écris l'égalité qui justifie ton affirmation. Si c'est faux, corrige par une formulation de ton choix, mais sans changer les nombres de place dans la phrase.

   8 est multiple de 2. Vrai car $8 = 4 . 2$

   15 divise 3. Faux. 15 est un multiple de 3.

   12 est multiple de 24. **Faux. 12 est un diviseur de 24.**

   108 est divisible par 4. **Vrai car 108 = 4 . 27**

   6 divise 96. **Vrai car 96 = 6 . 16**

2. **Écris** si possible les **10** premiers nombres des ensembles suivants.

5 N = {0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, … }

9 N = **{ 0 ; 9 ; 18 ; 27 ; 36 ; 45 ; 54 ; 63 ; 72 ; 81 ; … }**

div 8 = **{ 1 ; 2 ; 4 ; 8 }**

1 N = **{ 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 4 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; … }**

div 32 = **{ 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 }**

12 N = **{ 0 ; 12 ; 24 ; 36 ; 48 ; 60 ; 72 ; 84 ; 96 ; 108 ; … }**

3. Les caractères de divisibilité

3.1. Caractères utilisant le dernier chiffre

- Un nombre est **divisible** par **2** si le dernier chiffre est **pair**.
  Exemples : 104, 200, 126, 4 938
- Un nombre est **divisible** par **5** si le dernier chiffre est **0** ou **5**.
  Exemples : 305, 20, 10
- Un nombre est **divisible** par **10** si le dernier chiffre est **0**.
  Exemples : 3 020, 120, 40

3.2. Caractères utilisant les deux derniers chiffres

- Un nombre est **divisible** par **4** si les deux derniers chiffres forment un **multiple de 4**.
  Exemples : 116, 2 048, 328
- Un nombre est **divisible** par **25** si les deux derniers chiffres forment un **multiple de 25**.
  Exemples : 175, 2 000, 50
- Un nombre est **divisible** par **100** si les deux derniers chiffres sont **00**.
  Exemples : 4 000, 500, 3 300

3.3. Caractères utilisant les trois derniers chiffres

- Un nombre est **divisible** par **8** si les trois derniers chiffres forment un **multiple de 8**.
  Exemples : 17 240, 7 848, 656
- Un nombre est **divisible** par **125** si les trois derniers chiffres forment un **multiple de 125**.
  Exemples : 13 250, 9 875, 375
- Un nombre est **divisible** par **1000** si les deux derniers chiffres sont **000**.
  Exemples : 176 000, 5 000, 3 000

3.4. Caractères utilisant les somme des chiffres

- Un nombre est **divisible** par **3** si la somme des chiffres est un **multiple de 3**.
  Exemple : 2 373 est divisible par 3 car 2 + 3 + 7 + 3 = **15**.
- Un nombre est **divisible** par **9** si la somme des chiffres est un **multiple de 9**.
  Exemple : 6 642 est divisible par 9 car 6 + 6 + 4 + 2 = **18**.
- Un nombre est divisible par 11 lorsque la différence entre la somme des chiffres de rang pair et la somme des chiffres de rang impair est un **multiple de 11.**
  Exemple : **919 380** est divisible par 11 car **9 + 9 + 8 = 26** et **1 + 3 + 0 = 4**
  26 – **4** = **22**.

Pour justifier qu'un nombre est divisible par un autre, tu peux utiliser plusieurs méthodes.

Exemples :

312 est divisible par 3 car 312 = 300 + 12 et que 300 et 12 sont divisibles par 3.

796 est divisible par 4 car 796 = 800 – 4 et que 800 et 4 sont divisibles par 4.

Exerce-toi

1. **Complète** le tableau suivant en indiquant une croix dans la case adéquate.

	2	3	4	5	8	9	10	25	125
4 672 est divisible par	x		x		x				
9 835 est divisible par				x					
6 534 est divisible par	x	x				x			
4 542 est divisible par	x	x							
8 475 est divisible par		x		x				x	
7 410 est divisible par	x	x		x			x		

2. **Détermine** la valeur (ou les valeurs) du chiffre représenté par □ pour que les divisibilités suivantes soient vérifiées.

7 87□ est divisible par 4. Le dernier chiffre vaut 2 ou 6. Car un nombre est divisible par 4 si les deux derniers chiffres forment un multiple de 4.

2 3□ 5 est divisible par 25. **Le chiffre vaut 2 ou 7. Car un nombre est divisible par 25 s'il se termine par 00 ; 25 ; 50 ou 75**

6 2□ 5 est divisible par 3. **Le chiffre vaut 0 ; 3 ; 6 ou 9. Car un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres forme un multiple de 3.**

1□ 3 245 est divisible par 9 **Le chiffre vaut 3. Car un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres forme un multiple de 9.**

2 3□ 4 est divisible par 8. **Le chiffre vaut 0 ; 4 ou 8. Car un nombre est divisible par 8 si ses 3 derniers chiffres forment un multiple de 8.**

4. La division euclidienne

4.1. Définition

Effectuer la division euclidienne du naturel D par le naturel non nul d, c'est déterminer l'unique naturel q et l'unique naturel r tels que,

Dividende ← D = d . q + r → Reste **et r < d**

Diviseur ← d ; q → Quotient

Si **r = 0**, alors D est **divisible** par d et la division est dite **exacte**.

Exemple : 60 = 5 . 12 + 0 → 60 = 5 . 12

Ce qui signifie que 60 est divisible par 5.

4.2. Encadrer un quotient à l'unité près

Encadrer un quotient (a : b) à l'unité près, c'est déterminer les deux naturels consécutifs entre lesquels le quotient est compris.

Pour **encadrer** un quotient (**a : b**) à l'unité près :
- ✓ on écrit la **division euclidienne** correspondante,
- ✓ on encadre a : b par q et q + 1.

Exemple : Soit à encadrer $\frac{62}{5}$.

- ✓ 62 = 5 . 12 + 2
- ✓ 12 < 62 : 5 < 13

12 est appelée la valeur approchée par **défaut**.
13 est appelée la valeur approchée par **excès**.

Exerce-toi

1. **Complète** le tableau suivant.

	Dividende	Diviseur	Quotient	Reste	Égalité
a)	55	4	13	3	55 = 4 . 13 + 3
b)	72	6	**12**	**0**	**72 = 6 . 12 + 0**
c)	**51**	12	4	3	**51 = 12 . 4 + 3**
d)	**125**	5	25	0	**125 = 5 . 25 + 0**
g)	56	**5**	11	1	**56 = 5 .11 + 1**
h)	83	**15**	5	8	**83 = 15 . 5 + 8**

2. Pour chacun des quotients suivants, calcule les valeurs approchées par défaut et par excès à l'unité près.

23 : 9	Valeur approchée par défaut : 2	Valeur approchée par excès : 3
3 : 19	**Valeur approchée par défaut : 0**	**Valeur approchée par excès : 1**
12 : 11	**Valeur approchée par défaut : 1**	**Valeur approchée par excès : 2**
26 : 7	**Valeur approchée par défaut : 3**	**Valeur approchée par excès : 4**

5. PGCD et PPCM

5.1. La décomposition en facteurs premiers

Pour **décomposer** un nombre en facteurs premiers, il faut diviser successivement ce nombre par les **diviseurs premiers** par ordre **croissant**.

Exemple : Soit à décomposer 126.

126	2	Facteurs premiers
63	3	
21	3	
7	7	
1		

La décomposition de 126 est $2 \cdot 3^2 \cdot 7$

5.2. Le Plus Grand Commun Diviseur (PGCD)

5.2.1. Par la comparaison des ensembles de diviseurs

Pour **déterminer** le **PGCD** de deux nombres :
- ✓ on établit **l'ensemble des diviseurs** de chacun des deux nombres,
- ✓ on **souligne** tous les diviseurs communs,
- ✓ on prend le plus **grand diviseur commun** aux deux ensembles.

Exemple : Soit à déterminer le PGCD de 48 et 60.

- ✓ div 48 = {$\underline{1}$, $\underline{2}$, $\underline{3}$, $\underline{4}$, $\underline{6}$, 8, **12**, 16, 24, 48}
  div 60 = {$\underline{1}$, $\underline{2}$, $\underline{3}$, $\underline{4}$, 5, $\underline{6}$, **12**, 15, 20, 30, 60}
- ✓ PGCD (48, 60) = **12**

5.2.2. Par la décomposition en facteurs premiers

Pour **déterminer** le **PGCD** de deux nombres :
- ✓ on **décompose** les deux nombres en facteurs premiers,
- ✓ on **souligne** tous les facteurs communs,
- ✓ on calcule le **produit** des facteurs premiers **communs** affectés de leur plus **petit exposant**.

Exemple : Soit à déterminer le PGCD de 48 et 60.

✓ $48 = 2^4 \,.\, 3$

$60 = 2^2 \,.\, 3 \,.\, 5$

✓ PGCD (48, 72) = $2^2 \,.\, 3 = 12$

❖ Tout nombre naturel qui en divise un autre est le PGCD de ces deux nombres.
Exemple : 16 divise 80 car 80 = 16 . 5 et PGCD (16,80) = 16

❖ Deux nombres premiers entre eux ont leur PGCD égal à 1.
Exemple : 8 et 9 sont premiers entre eux et PGCD (8,9) = 1

Exerce-toi

1. **Détermine** le PGCD des nombres proposés en les décomposant en **facteurs premiers**.

180 et 168

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 168 & 2 \\ 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$180 = \underline{2^2} \,.\, \underline{3^2} \,.\, 5$

$168 = \underline{2^3} \,.\, \underline{3} \,.\, 7$

pgcd (180, 168) =

$2^2 \,.\, 3 =$
$4 \,.\, 3 = 12$

96 et 72

$$\begin{array}{r|l} 96 & 2 \\ 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$96 = \underline{2^5} \,.\, \underline{3}$

$72 = \underline{2^3} \,.\, \underline{3^2}$

pgcd (96, 72) =

$2^3 \,.\, 3 =$
$8 \,.\, 3 = 24$

360 et 840

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 840 & 2 \\ 420 & 2 \\ 210 & 2 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$360 = \underline{2^3} \,.\, \underline{3^2} \,.\, \underline{5}$

$840 = \underline{2^3} \,.\, \underline{3} \,.\, \underline{5} \,.\, 7$

pgcd (360, 840) =

$2^3 \,.\, 3 \,.\, 5 =$
$8 \,.\, 3 \,.\, 5 = 120$

2. Valentin possède trois planches de 10 cm de large. La première mesure 1,80 m, la deuxième mesure 2,40 m et la troisième 1,68 m. Il voudrait les scier toutes les trois en morceaux de même longueur ; cette longueur doit être un nombre entier de centimètres. Quel est le plus grand morceau possible ?

Cherchons le pgcd de 180 ; 240 et 168 :

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

240	2
120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

168	2
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

$180 = 2^2 . 3^2 . 5$

$240 = 2^4 . 3 . 5$

$168 = 2^3 . 3 . 7$

PCGD $= 2^2 . 3 = 12$

➔ **Les morceaux mesureront 12 cm**

5.3. Le Plus Petit Commun Multiple

5.3.1. Par la comparaison des ensembles de diviseurs

Pour **déterminer** le **PPCM** de deux nombres :
- ✓ on établit **l'ensemble des multiples** de chacun des deux nombres,
- ✓ on **souligne** tous les multiples communs,
- ✓ on prend le plus **petit multiple commun non nul** aux deux ensembles.

Exemple : Soit à déterminer le PPCM de 36 et 42.

✓ $36\ N = \{0, 36, 72, 108, 144, 180, 216, \mathbf{252}, 288\}$

$42\ N = \{0, 42, 84, 126, 168, 210, \mathbf{252}, 294\}$

✓ PPCM (36, 42) = **252**

5.3.2. Par la décomposition en facteurs premiers

Pour **déterminer** le **PPCM** de deux nombres :
- ✓ on **décompose** les deux nombres en facteurs premiers,
- ✓ on calcule le **produit** des facteurs premiers, **communs ou non**, affectés de leur plus **grand exposant**.

Exemple : Soit à déterminer le PPCM de 36 et 42.

✓ $36 = \mathbf{2^2} . \mathbf{3^2}$

$42 = 2 . 3 . \mathbf{7}$

✓ PGCD (48, 72) $= \mathbf{2^2 . 3^2 . 7} = 252$

Exerce-toi

1. **Détermine** le PPCM des nombres proposés en les décomposant en **facteurs premiers**.

40 et 16

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$40 = 2^3 . 5$

$16 = 2^4$

ppcm (40, 16) =

$2^4 . 5 =$
$16 . 5 = 80$

90 et 48

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$90 = 2 . 3^2 . 5$

$48 = 2^4 . 3$

ppcm (90, 48) =

$2^4 . 3^2 . 5 =$
$16 . 9 . 5 = 720$

80 et 84

$$\begin{array}{r|l} 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$80 = 2^4 . 5$

$84 = 2^2 . 3 . 7$

ppcm (80, 84) =

$2^4 . 3 . 5 . 7 =$
$16 . 3 . 5 . 7 = 1680$

2. Margaux juxtapose bout à bout des lattes de 20 cm, Thomas des lattes de 30 cm et Caroline des lattes de 50 cm. À quelle distance minimale les extrémités marqueront – elles pour la première fois un point commun ?

Cherchons le pgcd de 180 ; 240 et 168 :

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$20 = 2^2 . 5$

$30 = 2 . 3 . 5$

$50 = 2 . 5^2$

PPCM = $2^2 . 3 . 5^2 = 300$

➔ **Les extrémités marqueront pour la 1ère fois un point commun à (300 cm) 3m.**

NO – Les équations

1. Définition

Une **équation** à une inconnue est une **égalité** entre deux membres comprenant des nombres et une **lettre** appelée **l'inconnue**.

2. Résoudre une équation

Résoudre une équation c'est **déterminer** la **valeur** de l'inconnue pour que l'égalité soit vérifiée

Pour **résoudre une équation** on **applique les propriétés des égalités pour isoler l'inconnue dans le membre de gauche.**

Exemple : $\frac{3x}{7} + 3 = 4$

$$\frac{3x}{7} + 3 - 3 = 4 - 3$$

$$\frac{3x}{7} = 1$$

$$\frac{3x}{7} \cdot 7 = 1 \cdot 7$$

$$3x = 7$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{7}{3}$$

$$x = \frac{7}{3}$$

3. Vérifier la solution d'une équation

Pour **vérifier** la solution d'une équation, il suffit de vérifier que **l'égalité** est **conservée** en **remplacant** l'inconnue par la solution trouvée.

Exemple : Soit la solution $\frac{7}{3}$ à vérifier pour l'équation $\frac{3x}{7} + 3 = 4$.

$$\frac{3 \cdot \frac{7}{3}}{7} + 3 = 4$$

$$\frac{7}{7} + 3 = 4$$

$$1 + 3 = 4$$

$$4 = 4$$

4. Les équations fractionnaires

Pour **résoudre une équation fractionnaire :**

- ✓ on **réduit** tous les termes / facteurs au **même dénominateur,**
- ✓ on **multiplie** les **deux** membres de l'équation par la valeur du **dénominateur** commun,
- ✓ on **résout** l'équation.

Exemple : $\frac{2x}{5} + 4 = \frac{1}{3}$

$\left(\frac{6x}{15} + \frac{60}{15}\right) \cdot 15 = \left(\frac{5}{15}\right) \cdot 15$

$(6x + 60) - 60 = 5 - 60$

$\frac{6x}{6} = \frac{-55}{6}$

$x = \frac{-55}{6}$ $\qquad S = \left\{\frac{-55}{6}\right\}$

Exerce-toi

1. Un seul des nombres proposés est solution de l'équation ; **colorie**-le.

$2x + 8 = 4$	6	$-\frac{1}{2}$	-2	$\frac{1}{2}$	2
$7 = 2x - 9$	-8	1	8	-1	$\frac{1}{8}$
$3 - 5x = 7$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{5}$	2	$-\frac{4}{5}$	$-\frac{5}{4}$
$x - \frac{1}{2} = 2$	$\frac{7}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{9}{4}$
$\frac{1}{2} = x - \frac{2}{5}$	$\frac{1}{10}$	$-\frac{9}{10}$	$-\frac{1}{10}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{9}{10}$

2. **Résous** les équations suivantes.

$x + 5 = 8$

$\Leftrightarrow x = 3$

$S = \{3\}$

$4x = 7$

$4x : 4 = 7 : 4$

$x = \frac{7}{4}$

$S = \left\{\frac{7}{4}\right\}$

$\frac{x}{5} = 5$

$\frac{x}{5} . 5 = 5 . 5$

$x = 25$

$S = \{25\}$

$4 = \frac{3}{2} + x$

$\frac{8}{2} = \frac{3}{2} + \frac{2x}{2}$

$8 = 3 + 2x$

$8 - 3 = 3 + 2x - 3$

$5 : 2 = 2x : 2$

$\frac{5}{2} = x$

$S = \left\{\frac{5}{2}\right\}$

$x - \frac{2}{5} = \frac{1}{3}$

$\frac{15x}{15} - \frac{6}{15} = \frac{5}{15}$

$15x - 6 = 5$

$15x - 6 + 6 = 5 + 6$

$15x = 11$

$x = \frac{11}{15}$

$S = \left\{\frac{11}{15}\right\}$

$-1 = 7 + 2x$

$-1 - 7 = 7 + 2x - 7$

$-8 = 2x$

$-8 : 2 = 2x : 2$

$-4 = x$

$S = \{-4\}$

$12x + 5 = 10x - 3$

$12x - 10x + 5 = -3$

$2x + 5 = -3$

$2x = -3 - 5$

$2x = -8$

$x = -8 : 2$

$x = -4$

$S = \{-4\}$

$3 (x - 2) = 2 (x + 3)$

$3x - 6 = 2x + 6$

$3x - 6 - 2x = 6$

$x - 6 = 6$

$x = 6 + 6$

$x = 12$

$S = \{12\}$

$\frac{-1 + x}{3} = \frac{2x - 1}{2}$

$\frac{2 .(-1+x)}{6} = \frac{3 .(2x-1)}{6}$

$2. (-1 + x) = 3 . (2x - 1)$

$-2 + 2x = 6x - 3$

$-2 + 2x - 6x = -3$

$-2 - 4x = -3$

$-4x = -3 + 2$

$-4x = -1$

$x = 1 : 4$

$x = \frac{1}{4}$

$S = \left\{\frac{1}{4}\right\}$

$\frac{x - 1}{2} = \frac{2x + 3}{5}$

$\frac{5 .(x-1)}{10} = \frac{2 .(2x + 3)}{10}$

$5. (x - 1) = 2 . (2x + 3)$

$5x - 5 = 4x + 6$

$5x - 5 - 4x = 6$

$x - 5 = 6$

$x = 6 + 5$

$x = 11$

$S = \{11\}$

5 . La mise en équation

Pour **mettre un problème en équation :**

- ✓ on **détermine l'inconnue** qui est exprimée sous forme de **question** en langage courant,
- ✓ on **code** les **opérations** faites sur cette inconnue,
- ✓ on **repère** et **code** le mot de **vocabulaire** qui veut signifier **l'égalité**,
- ✓ on **code** le deuxième membre de l'égalité.

Exemple : **Un nombre est égal** à **son triple diminué de 19**. Quel est ce nombre ?

x représente le nombre recherché.

$$x = 3x - 19$$

Exerce-toi

1. Si x représente l'âge de Thomas et que Pascal a 7 ans de plus que lui, **associe** chaque proposition à l'expression qu'elle traduit.

L'âge de Pascal	$x + 1$
L'âge de Thomas il y a 3 ans	$x + 7$
L'âge de Pascal il y a 6 ans	$x - 3$

2. Si x est un nombre naturel, **complète** les pointillés par des expressions littérales pour qu'elles représentent :

trois nombres consécutifs dont le plus petit est x

x, $x+1$ et $x+2$.

trois nombres pairs consécutifs

$2x - 2$, $2x$ et $2x + 2$

deux multiples de 7 consécutifs

$7x$ et $7x + 7$

3. **Complète** par une expression littérale tenant compte du choix de l'inconnue.
À la sortie de l'hiver, Freddy décide de reprendre son vélo et il programme **trois** randonnées. Celle du lundi est deux fois plus longue que celle du samedi et celle du mercredi deux fois plus longue que celle du lundi.

	Samedi	Lundi	Mercredi
Distance en km	x	2x	4x
Distance en km	$\frac{x}{2}$	x	2x
Distance en km	$\frac{x}{4}$	$\frac{x}{2}$	x

4. Dans chaque cas, **entoure** l'équation qui traduit l'énoncé du problème.

Si on soustrait 2 du triple d'un nombre et qu'on multiplie cette différence par 4, on obtient 10. Quel est ce nombre ?

$3\,(x - 2)\,.\,4 = 10$ $\quad$ $(2 - 3x)\,.\,4 = 10$ $\quad$ $(3x - 2)\,.\,4 = 10$

Un des angles aigus d'un triangle rectangle mesure 17° de plus que l'autre angle aigu (x). Détermine l'amplitude du premier angle aigu.

$x + x - 17 = 90$ $\quad$ $x + x - 17 = 180$ $\quad$ $x + x + 17 = 90$

5. Quelles sont les dimensions d'un terrain rectangulaire dont le périmètre est 450 m si largeur vaut les $\frac{2}{3}$ de sa longueur ?

- Préciser l'inconnue :

x = Longueur du terrain et $\frac{2}{3}$x = largeur du terrain

- Mettre le problème en équation :

2.x + 2. $\frac{2}{3}$x = 450

- Résoudre l'équation :

2.x + 2. $\frac{2}{3}$x = 450	**10x = 1350**
$\frac{6x}{3} + \frac{4x}{3} = \frac{1350}{3}$	**x = 1350 : 10**
6x + 4x = 1350	**x = 135**
	$\Rightarrow \frac{2}{3}$**x = 135 : 3 . 2 = 90**

- Exprimer la solution du problème :

La longueur du terrain vaut 135 m et sa largeur est de 90 m.

- Faire la preuve :

2 . (135 + 90) = 2 . 225 = 450