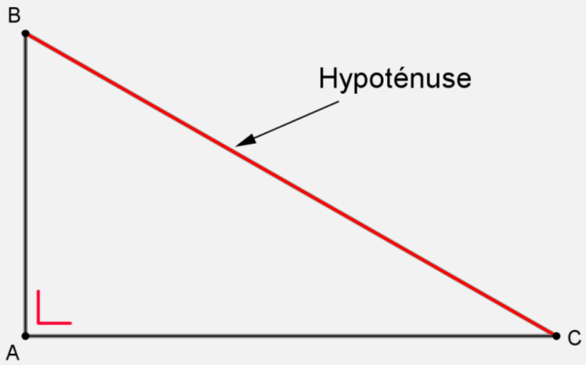
Pythagore

Fiche 1 – Théorème de Pythagore

Enoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la mesure de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des mesures des côtés de l'angle droit.



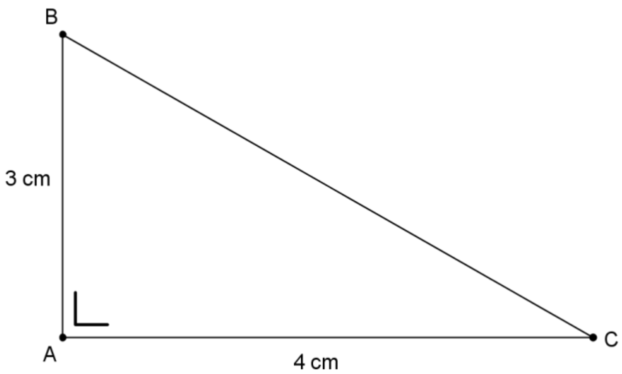
Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :
$|BC|^2 = |AC|^2 + |AB|^2$

⚠ **Ce théorème ne s'applique qu'aux triangles rectangles**

Exercices résolus

1) Recherche de la mesure de l'hypoténuse.

ABC est un triangle rectangle en A tel que $|AC| = 4cm$ et $|AB| = 3cm$.
Calcule la mesure de l'hypoténuse.



Le triangle ABC est rectangle en A.

D'après le théorème de Pythagore :
$|BC|^2 = |AC|^2 + |AB|^2$

Je remplace les mesures par leur valeur et je calcule

$$\begin{aligned} |BC|^2 &= 4^2 + 3^2 \\ &= 16 + 9 \\ &= 25 \end{aligned}$$

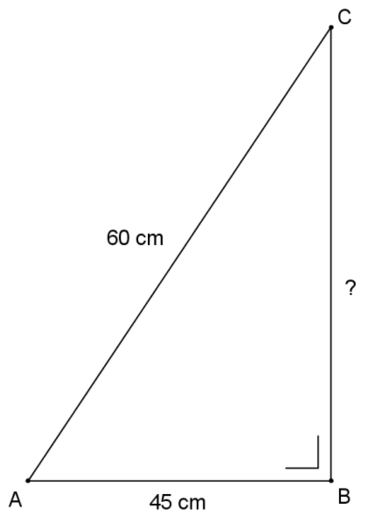
Pour trouver $|BC|$, je calcule la racine carrée de 25 :

$$\begin{aligned} |BC| &= \sqrt{25} \\ &= 5 \end{aligned}$$

Le côté $[BC]$ mesure $5\,\text{cm}$.

2) Recherche de la mesure d'un côté de l'angle droit.

ABC est un triangle rectangle en B tel que $|AC| = 60cm$ et $|AB| = 45cm$.
Calcule la mesure de $[BC]$.



Le triangle ABC est rectangle en B.

D'après le théorème de Pythagore : $|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

Pour calculer la mesure d'un côté de l'angle droit, il faut transformer la formule :

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

donc $|BC|^2 = |AC|^2 - |AB|^2$

Je remplace les mesures par leur valeur et je calcule :

$$\begin{aligned} |BC|^2 &= 60^2 - 45^2 \\ &= 3600 - 2025 \\ &= 1575 \end{aligned}$$

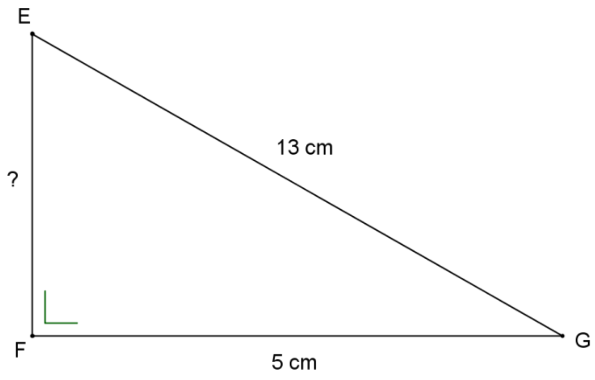
Pour trouver $|BC|$, je calcule la racine carrée de 1575 :

$$\begin{aligned} |BC| &= \sqrt{1575} \\ &= 15\sqrt{7}\ \text{cm} \end{aligned}$$

Le côté $[\text{BC}]$ mesure $15\sqrt{7}\ \text{cm}$ ou $39{,}7\ \text{cm}$

Je suis guidé(e)

1. EFG est un triangle rectangle en F tel que $|EG| = 13cm$ et $|FG| = 5cm$.
   Calcule la mesure du troisième côté.



Le triangle EFG est rectangle en F, l'hypoténuse

est ……

D'après le théorème de Pythagore :

$|.....|^2 = |.....|^2 + |.....|^2$

Remplace les mesures par leur valeur : $|.....|^2 = |.....|^2 + |.....|^2$

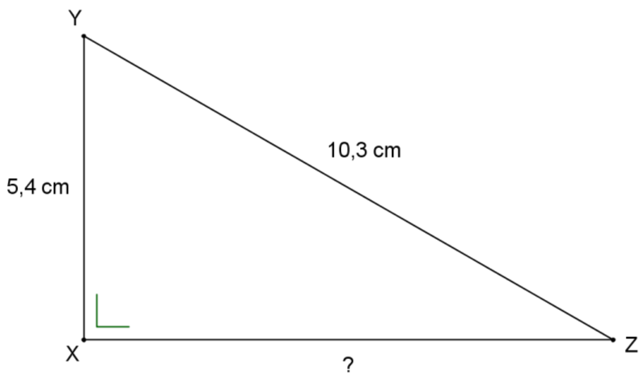
Transforme l'égalité afin d'isoler la mesure inconnue et calcule : $|EF|^2 =$ ....

$|EF|^2 =$ ....

Extrais la racine carrée : $|EF| =$ ....

La mesure du côté $[EF]$ est ……………

2. XYZ est un triangle rectangle en X tel que $|XY| = 5,4cm$ et $|YZ| = 10,3cm$.
   Calcule la mesure du troisième côté.



Le triangle XYZ est rectangle en X.

D'après le théorème de Pythagore :

.... = ...+.......

Remplace les mesures par leur valeur : ………………………………..

Transforme l'égalité afin d'isoler la mesure inconnue et calcule ………………………………………..

La mesure du côté $[XZ]$……… est ……………..

1) AMI est un triangle rectangle en A tel que $|AM| = 12cm$ et $|AI| = 10cm$.
   Calcule la mesure du troisième côté.

2) CAF est un triangle rectangle en F tel que $|CA| = 8cm$ et $|AF| = 6,9cm$.
   Calcule la mesure du troisième côté.

3) LIT est un triangle rectangle en I tel que $|LI| = 1,6cm$ et $|LT| = 2cm$.
   Calcule la mesure du troisième côté.

4) Le facteur saura-t-il glisser cette enveloppe rectangulaire dans la boîte aux lettres ou devra-t-il sonner ? Justifie par calculs.
   Les dimensions de l'ouverture de la boîte sont $22,5cm$ sur $5cm$.

Théorème de Pythagore

Fiche 2 - Réciproque ou contraposée du théorème

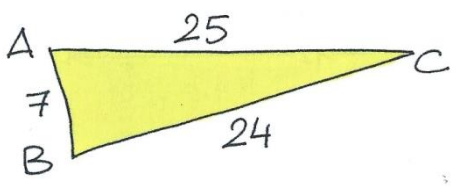
<u>*Enoncé de la réciproque du théorème*</u>

Si dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle.

La réciproque (ou contraposée) du théorème permet de vérifier si un triangle est ou n'est pas rectangle

<u>*Exercices Résolus*</u>

1) Le triangle ABC est-il rectangle ?



- Le plus grand côté est $[AC]$.

  Je calcule le carré de sa longueur : $|AC|^2 = 25^2 = 625$

- Je calcule la somme des carrés des deux autres côtés :

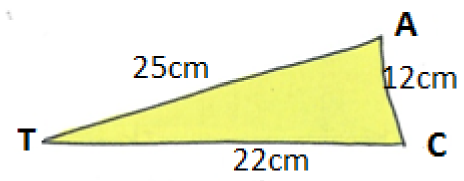
  $$\begin{aligned} |AC|^2 + |BC|^2 &= 7^2 + 24^2 \\ &= 49 + 576 \\ &= 625 \end{aligned}$$

- Je compare les deux résultats obtenus : ils sont égaux.

- D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

  En effet, $[AC]$ est l'hypoténuse (le plus grand côté) et l'angle droit est B (angle opposé à l'hypoténuse).

2) Le triangle TAC est-il rectangle ?

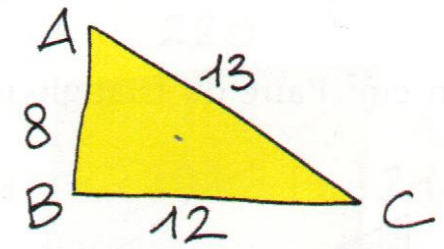


- Le plus grand côté est $[AT]$.

  Je calcule le carré de sa longueur : $|AT|^2 = 25^2 = 625$
- Je calcule la somme des carrés des deux autres côtés :

  $$\begin{aligned} |AT|^2 + |TC|^2 &= 12^2 + 22^2 \\ &= 144 + 484 \\ &= 628 \end{aligned}$$
- Je compare les deux résultats obtenus : ils ne sont pas égaux $(625 \neq 628)$
- D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle TAC n'est pas rectangle.

1) Le triangle ABC est-il rectangle ?



1) Le plus grand côté est ……………..

2) Calcule le carré de sa longueur : ……………..

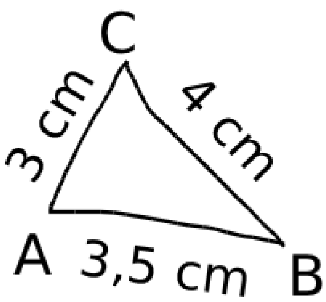
3) Calcule la somme des carrés des deux autres côtés :

…………………………………..

4) Compare les deux résultats obtenus : ils sont
   - égaux
   - différents

5) D'après
   - la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en ….
   - la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle ABC n'est pas rectangle.

2) Le triangle ABC est-il rectangle ?



1) Le plus grand côté est …………

2) Calcule le carré de sa longueur : ....

3) Calcule la somme des carrés des deux autres côtés :

....

4) Compare : ils sont ………………….

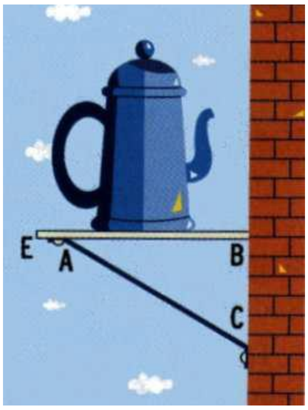
5) Conclusion (sois complet) :

D'après ……………………………………………………….

…………………………………………………………………

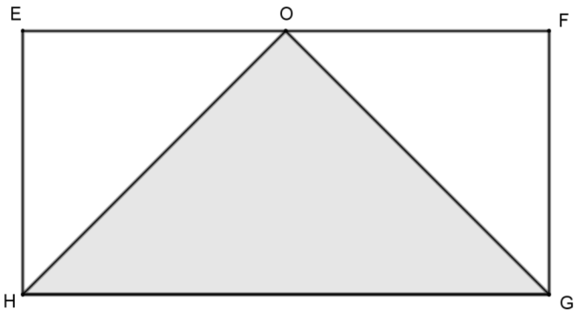
1) On a fixé au mur une étagère $[EB]$ en la soutenant par un support $[AC]$ comme l'indique le dessin ci-dessous.
$|AB| = 30,5cm$, $|BC| = 27,6cm$ et $|AC| = 41,1cm$

On suppose que le mur est vertical. L'étagère est-elle horizontale ? OUI - NON



Justifie ta réponse par calcul.

2) $EFGH$ est un rectangle où $|EF| = 8cm$, $|FG| = 4cm$ et O est le milieu de $[EF]$. Prouve que HOG est un triangle rectangle en O .



Justifie ta réponse par calcul.

Racines carrées

Fiche 1 - Simplification d'une racine carrée

Une racine carrée est simplifiée lorsqu'il ne reste sous le radical qu'un nombre ne comportant plus aucun carrée parfait.

Propriétés

Si $a,b \in R^{+}$, alors $\sqrt{a\,.\,b} = \sqrt{a}\,.\,\sqrt{b}$; en particulier si $a \in R^{+}$, alors $\sqrt{a^{2}} = a$

Si $a \in R^{+}$ et $b \in R_{0}^{+}$, alors $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Attention !

Si $a,b \in R^{+}$, alors $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Exercices résolus

1) Simplifie au maximum $\sqrt{32}$

- Je décompose 32 en un produit de deux facteurs dont l'un d'eux est un carré parfait, le plus grand possible.

  $32 = 16\,.\,2$

- J'applique la propriété relative à la racine carrée d'un produit.

  $\sqrt{32} = \sqrt{16\,.\,2}$
  $= \sqrt{16}\,.\,\sqrt{2}$

- J'extrais la racine carrée du carré parfait.

  $\sqrt{16}\,.\,\sqrt{2} = 4.\sqrt{2}$
  $= 4\sqrt{2}$

Si nécessaire, on décompose le radicande en un produit de facteurs premiers.

2) Simplifie au maximum $\sqrt{540}$

- Je décompose 540 en un produit de facteurs en faisant apparaître un maximum de carrés.
  Pour m'aider j'utilise la décomposition en produit de facteurs premiers (disposition pratique).

540	2
270	2
135	3
45	3
15	3
5	5
1	

  $540 = 2^{2}\,.\,3^{2}\,.\,3.5$

- J'applique la propriété relative à la racine carrée d'un produit

  $\sqrt{540} = \sqrt{2^{2}\,.\,3^{2}\,.\,3.5}$

- J'extrais la racine carrée des carrés parfaits

  $\sqrt{540} = 2\,.\,3\,\sqrt{3.5}$
  $= 6\,\sqrt{15}$

3) Simplifie au maximum $\sqrt{\dfrac{4}{49}}$

○ Je décompose 4 et 49 en produits de facteurs en faisant apparaître un maximum de carrés.	$\sqrt{\dfrac{4}{49}} = \sqrt{\dfrac{2^2}{7^2}}$
○ J'applique la propriété relative à la racine d'un quotient.	$\sqrt{\dfrac{4}{49}} = \sqrt{\dfrac{2^2}{7^2}} = \dfrac{\sqrt{2^2}}{\sqrt{7^2}}$
○ J'extrais les racines carrées des carrés parfaits.	$\sqrt{\dfrac{4}{49}} = \dfrac{\sqrt{2^2}}{\sqrt{7^2}} = \dfrac{2}{7}$

Je suis guidé(e)

Simplifie au maximum les radicaux suivants.

1) $\sqrt{48}$

○ Je décompose 48 en un produit de deux facteurs dont l'un d'eux est un carré parfait, le plus grand possible.	$48 =$
○ J'applique la propriété relative à la racine carrée d'un produit.	$\sqrt{48} =$
○ J'extrais la racine carrée du carré parfait.	$\sqrt{48} =$

2) $2\sqrt{450}$

○ Je décompose 450 en un produit de facteurs en faisant apparaître un maximum de carrés. Pour m'aider j'utilise la décomposition en produit de facteurs premiers (disposition pratique).	$\begin{array}{r\|l} 450 & 2 \\ 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$ $450 =$
○ J'applique la propriété relative à la racine carrée d'un produit.	$2\sqrt{450} =$
○ J'extrais la racine carrée du carré parfait.	$2\sqrt{450} =$

3) $\sqrt{\dfrac{180}{343}} =$

○ Je décompose 180 et 343 en un produit de facteurs en faisant apparaître un maximum de carrés.	$\begin{array}{l\|l} 180 & \\ \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{l\|l} 343 & \\ \end{array}$ $180 =$ $\quad$ $343 =$
○ J'applique la propriété relative à la racine carrée d'un quotient.	$\sqrt{\dfrac{180}{343}} = \sqrt{\dfrac{\qquad}{\qquad}} = \dfrac{\sqrt{\qquad}}{\sqrt{\qquad}}$
○ J'extrais les racines carrées des carrés parfaits.	$\sqrt{\dfrac{180}{343}} =$

Simplifie au maximum

$\sqrt{160}$	$\sqrt{1000}$	$\sqrt{256}$
$\sqrt{\dfrac{125}{48}}$	$\sqrt{\dfrac{98}{63}}$	$2\sqrt{162}$
$\sqrt{\dfrac{160}{12}}$	$3\sqrt{\dfrac{300}{4}}$	$\dfrac{\sqrt{45}}{15}$

Racines carrées

Fiche 2 - Addition et soustraction de racines carrées

Attention Si a, $b \in R^+$, alors $\sqrt{a}+\sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

Si a, $b \in R^+$, alors $\sqrt{a}-\sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$

Si les radicandes ne sont pas semblables, l'addition et la soustraction sont impossibles.

Pour additionner (soustraire) des racines carrées,
- on additionne (soustrait) les coefficients des racines carrées **semblables** (de même radicande) et
- on conserve la racine carrée.

Remarque : Il faut parfois simplifier les racines carrées avant de les additionner (soustraire).

Exercices résolus

1) Effectue $5\sqrt{2}+3\sqrt{2}$

- $5\sqrt{2}$ et $3\sqrt{2}$ sont des racines carrées semblables, je peux les additionner.

  $5\sqrt{2}+3\sqrt{2}=8\sqrt{2}$

2) Effectue $\sqrt{27}-\sqrt{12}$

- $\sqrt{27}$ et $\sqrt{12}$ ne sont pas des racines carrées semblables, je ne peux pas les additionner.

  Je commence donc par les simplifier.

$$\sqrt{27}=\sqrt{3^3}=\sqrt{3^2.3}=3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{12}=\sqrt{2^2.3}=2\sqrt{3}$$

- Le calcul devient $\sqrt{27}-\sqrt{12}=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}$
- J'additionne ou soustrais les racines carrées semblables $\sqrt{27}-\sqrt{12}=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

$$=\sqrt{3}$$

3) Effectue $\sqrt{18}-\sqrt{20}+\sqrt{72}+\sqrt{125}$

- Je simplifie les racines carrées

$$\sqrt{18}=\sqrt{9.2}=3\sqrt{2} \qquad \sqrt{20}=\sqrt{5.4}=2\sqrt{5} \qquad \sqrt{72}=\sqrt{36.2}=6\sqrt{2} \qquad \sqrt{125}=\sqrt{25.5}=5\sqrt{5}$$

- Le calcul devient $\sqrt{18}-\sqrt{20}+\sqrt{72}+\sqrt{125}=3\sqrt{2}-2\sqrt{5}+6\sqrt{2}+5\sqrt{5}$
- J'additionne ou soustrais les racines carrées semblables

$$\sqrt{18}-\sqrt{20}+\sqrt{72}+\sqrt{125}=3\sqrt{2}-2\sqrt{5}+6\sqrt{2}+5\sqrt{5}$$

$$=9\sqrt{2}+3\sqrt{5}$$

Je suis guidé(e)

Effectue.

1) $2\sqrt{7}-5\sqrt{2}+\sqrt{7}-3\sqrt{2}=$

- Il n'y a pas de simplification possible des racines carrées.
- J'additionne ou soustrais les racines carrées semblables

$2\sqrt{7}-5\sqrt{2}+\sqrt{7}-3\sqrt{2}=$ ……………………………………………………………..

2) $\sqrt{50}-\sqrt{32}=$

- Il n'y a pas des racines carrées semblables. Je commence donc par les simplifier (si possible).

$\sqrt{50}=$ $\sqrt{32}=$

- Le calcul devient $\sqrt{50}-\sqrt{32}=$
- J'effectue : $\sqrt{50}-\sqrt{32}=$

Je m'exerce seul(e)

Effectue.

$3\sqrt{7}-2\sqrt{3}+4\sqrt{7}=$	$\sqrt{54}-2\sqrt{24}-\sqrt{150}=$
$-\sqrt{45}-\sqrt{125}+\sqrt{80}=$	$\sqrt{48}-3\sqrt{27}+2\sqrt{25}=$

Racines carrées

Fiche 3 : Multiplication et division de racines carrées

Propriétés

- Si a, $b \in R^+$, alors $\sqrt{a}\,.\,\sqrt{b} = \sqrt{a\,.\,b}$

  ⚠ Cas particulier : $\sqrt{a}\,.\,\sqrt{a} = \left(\sqrt{a}\right)^2 = a$

  Exemple : $\sqrt{7}\,.\,\sqrt{7} = \left(\sqrt{7}\right)^2 = 7$

- Si $a \in R^+$ et $b \in R_0^+$, alors $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

Pour multiplier (diviser) des racines carrées, on multiplie (on divise) :
- les coefficients entre eux et
- les radicandes entre eux.

Exercices résolus

1) Effectue $5\sqrt{2}\,.\,3\sqrt{7}$
   - Il n'y a pas de simplification possible.
   - Dès lors j'effectue les différents produits : $5\sqrt{2}\,.\,3\sqrt{7} = 15\sqrt{14}$

   ⚠ Après avoir multiplié, je vérifie si la racine carrée obtenue n'est plus simplifiable (voir fiche 1).

2) Effectue $\sqrt{12}\,.\,\sqrt{150}$
   - Je simplifie les racines carrées $\sqrt{12}\,.\,\sqrt{150} = 2\sqrt{3}\,.\,5\sqrt{6}$
   - J'effectue les différents produits. $= 10\sqrt{18}$
   - Je simplifie la racine carrée obtenue $= 10\sqrt{3^2.2}$

   $= 10.3\sqrt{2}$

   $= 30\sqrt{2}$

3) Effectue $\dfrac{\sqrt{162}}{\sqrt{45}}$
   - Je simplifie les racines carrées $\dfrac{\sqrt{162}}{\sqrt{45}} = \dfrac{\sqrt{2.3^4}}{\sqrt{3^2.5}} = \dfrac{3^2\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}$
   - J'effectue les différents quotients $\dfrac{3^{\cancel{2}}\sqrt{2}}{\cancel{3}\sqrt{5}} = 3\sqrt{\dfrac{2}{5}}$

Effectue

1) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{18}$

- Je simplifie les racines carrées $\sqrt{32} \cdot \sqrt{18} =$

- J'effectue les différents produits sans oublier de simplifier, lorsque c'est possible, la racine carrée obtenue.

2) $\sqrt{72} \cdot \sqrt{63} =$

- Je simplifie les racines carrées

- J'effectue sans oublier de simplifier, lorsque c'est possible, la racine carrée obtenue.

3) $\dfrac{\sqrt{405}}{\sqrt{24}}$

- Je simplifie les racines carrées

- J'effectue sans oublier de simplifier, lorsque c'est possible, la racine carrée obtenue.

Effectue

1) $2\sqrt{15} \cdot 5\sqrt{10}$

2) $2\sqrt{72} \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$

3) $\left(\sqrt{50} - \sqrt{32}\right) \cdot \sqrt{5}$

4) $\dfrac{\sqrt{270}}{\sqrt{375}}$

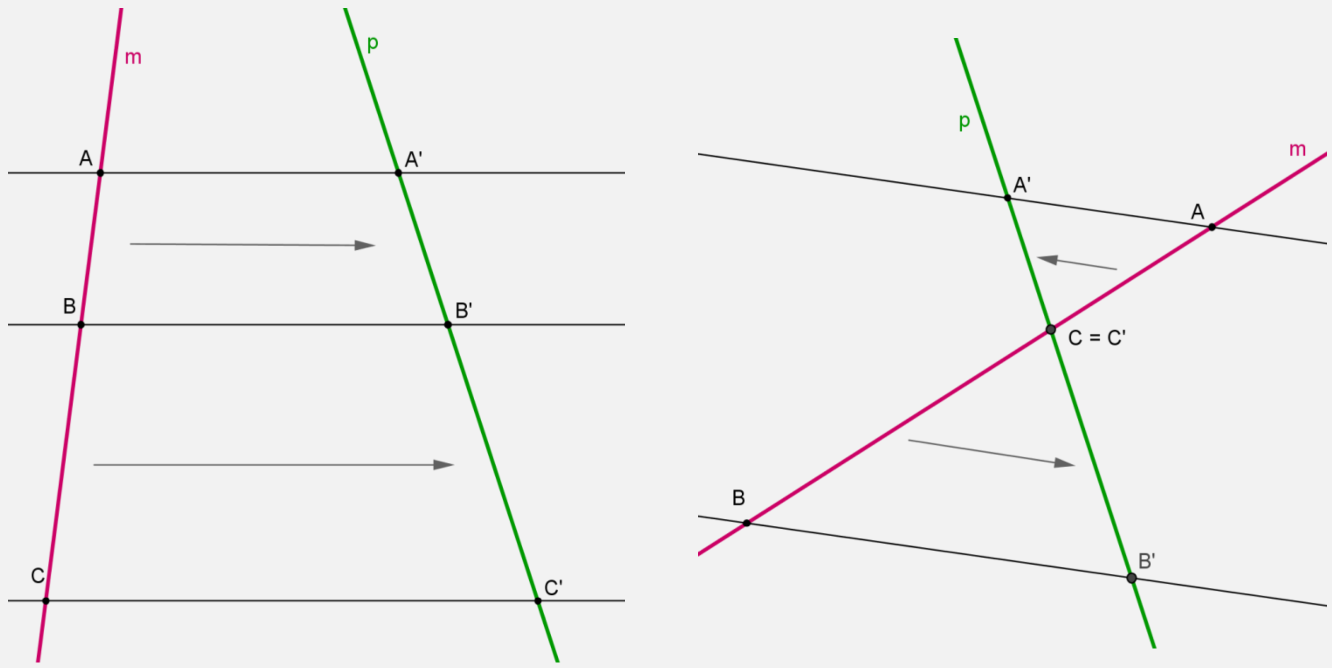
Le théorème de Thalès

Fiche 1 - Pour calculer des longueurs

<u>Enoncé du théorème</u>

Des parallèles (au moins 3) déterminent sur des sécantes des segments homologues de longueurs proportionnelles.

Remarque : On appelle segments homologues, les segments déterminés sur deux droites sécantes par deux droites parallèles.



$[A'B']$ est le segment homologue à $[AB]$

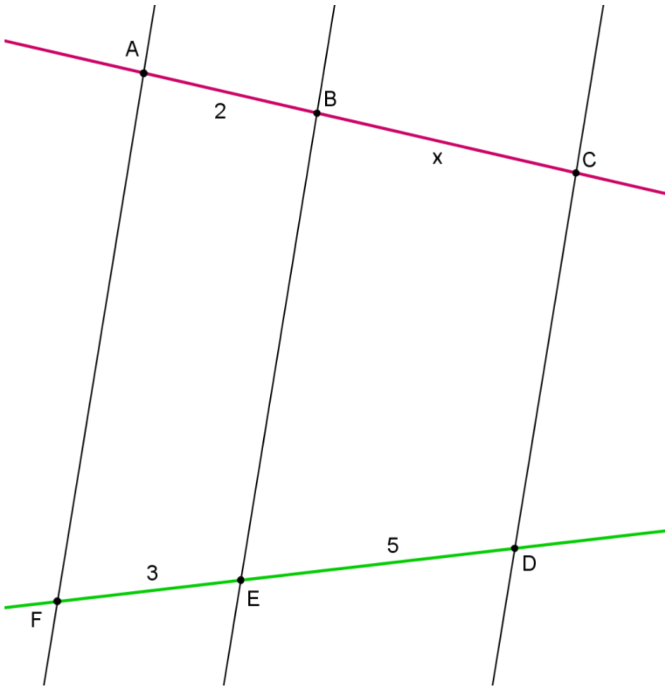
$[B'C']$ est le segment homologue à $[BC]$

$[A'C']$ est le segment homologue à $[AC]$

Ce qui permet d'écrire les proportions suivantes : $\dfrac{|AB|}{|A'B'|} = \dfrac{|BC|}{|B'C'|} = \dfrac{|AC|}{|A'C'|}$

Exercice résolu

Calcule la mesure du segment $[BC]$



- Dans cette configuration, peut-on appliquer le théorème de Thalès ? Justifie.

  Oui. Les droites sécantes AC et FD sont coupées par les droites parallèles AF, BE et CD.

- Aidons-nous de deux couleurs différentes afin d'identifier les segments homologues.

- Ecrivons une proportion qui en découle en veillant à faire intervenir le segment de mesure x :

$$\frac{|AB|}{|FE|} = \frac{|BC|}{|ED|}$$

- Remplaçons par les longueurs connues :

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{5}$$

- Appliquons la propriété des proportions :

  « Dans toute proportion, le produit des moyens est égal au produit des extrêmes ».

$$3 \cdot x = 2 \cdot 5$$

- Résolvons l'équation obtenue :

$$3x = 2 . 6$$

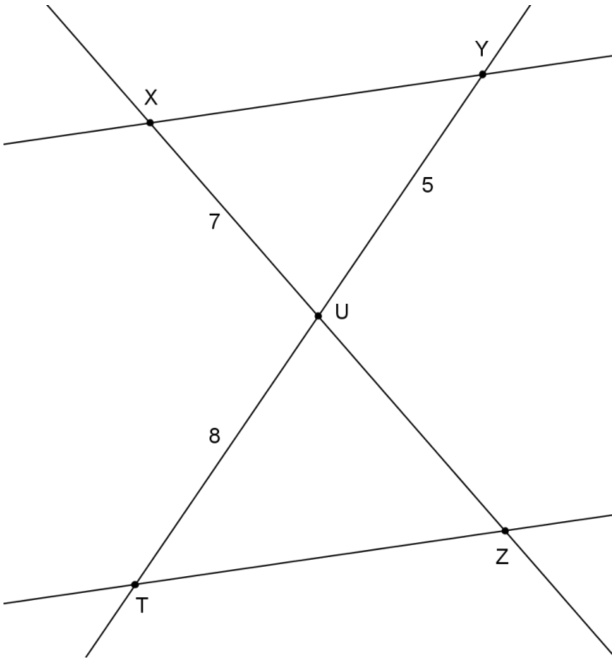
$$3x = 12$$

$$x = \frac{12}{3} = 4$$

$|BC| = 4$

Je suis guidé(e)

Calcule la mesure du segment $[UZ]$ sachant que $XY \parallel TZ$.



- Dans cette configuration, peut-on appliquer le théorème de Thalès ? Justifie.

- Utilisons deux couleurs afin d'identifier les segments homologues.

- Ecrivons une proportion qui en découle en veillant à faire intervenir le segment de mesure inconnue :

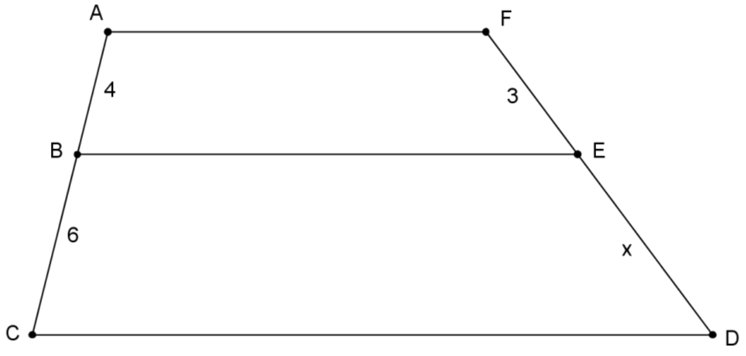
- Remplaçons par les longueurs connues :

- Appliquons la propriété des proportions et résolvons l'équation obtenue :

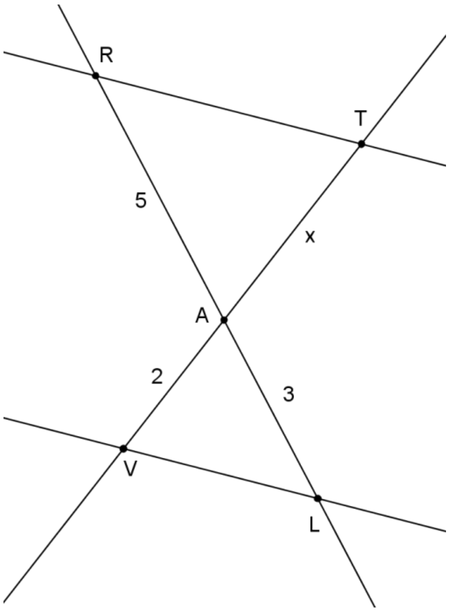
Je m'exerce seul(e)

1. Dans les configurations de Thalès ci-dessous, calcule la valeur de x.

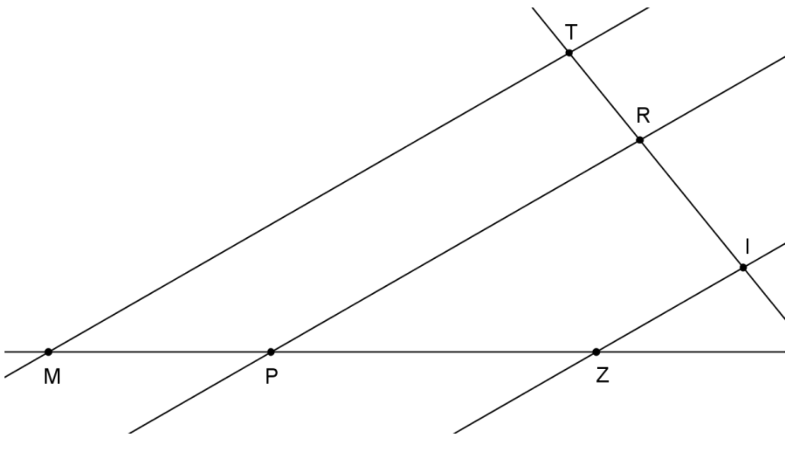
a) $AFDC$ est un trapèze et $[BE]$ est parallèle aux bases



b) RT // VL



c) MT // PR // ZI ; $|PZ| = 4$; $|MP| = 5$; $|RI| = 6$ et $|TI| = x$



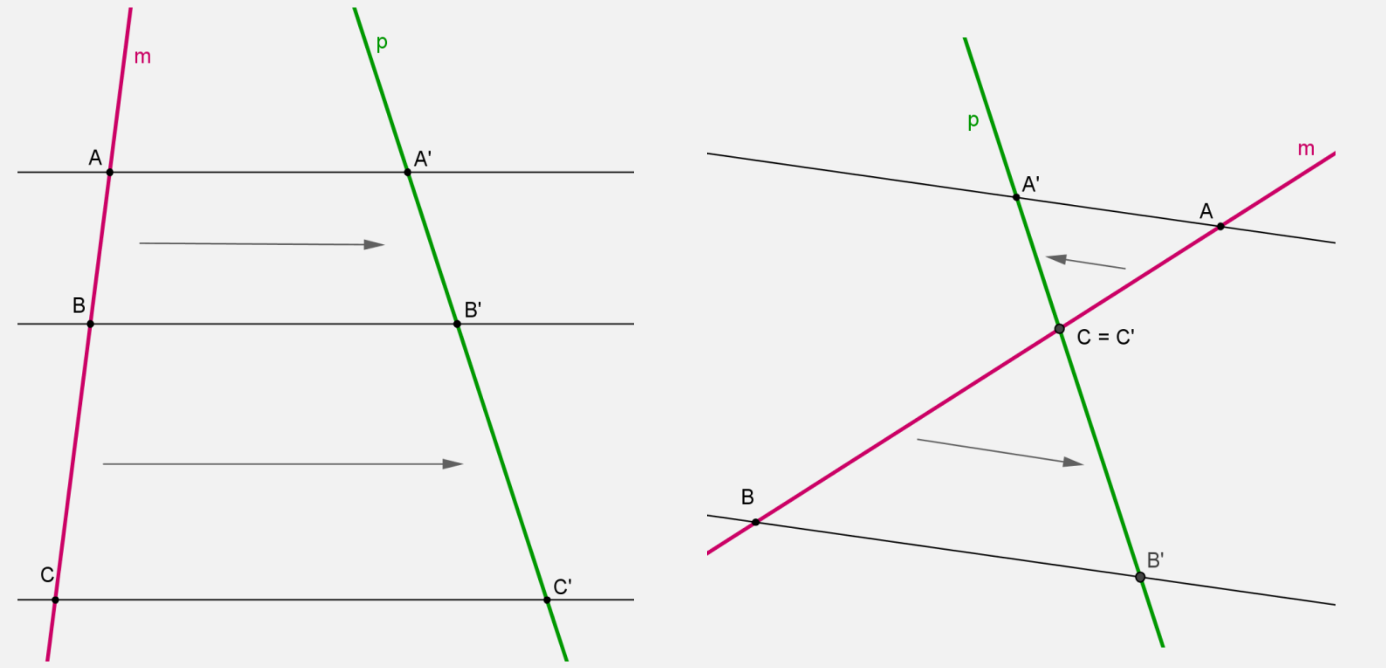
Le théorème de Thalès

Fiche 2 - Réciproque

Enoncé de la réciproque du théorème

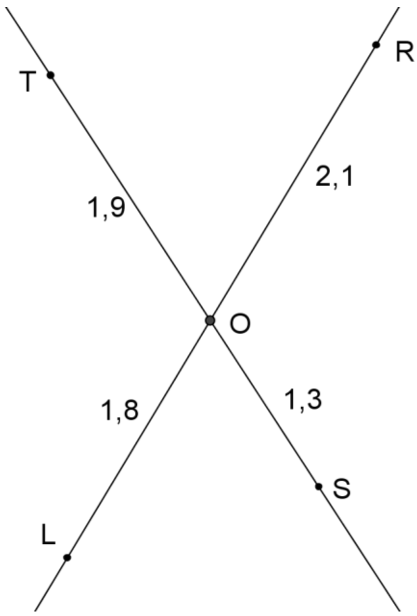
Si des droites déterminent sur des sécantes des segments homologues de longueurs proportionnelles alors ces droites sont parallèles.

$$\text{Si } \frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|} = \frac{|AC|}{|A'C'|} \text{ alors } AA' \,//\, BB' \,//\, CC'$$



Je suis guidé(e)

La droite TR est-elle // à la droite LS ? Justifie par calculs.



- Le segment homologue à $[TO]$ est ……..

  Le segment homologue à $[OS]$ est …….

- Sont-ils de longueurs proportionnelles ?

  $$\frac{|TO|}{...} \stackrel{?}{=} \frac{|OS|}{...}$$

- Remplace par les mesures connues.

  $$\frac{...}{...} \stackrel{?}{=} \frac{...}{...}$$

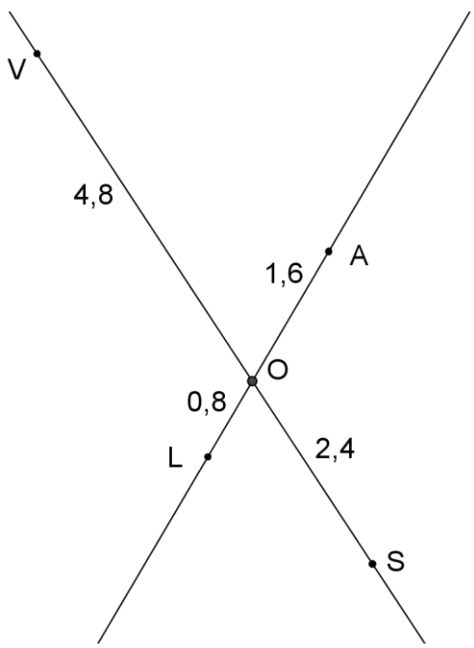
- Applique la propriété fondamentale des proportions.

  $$... \stackrel{?}{=} ...$$

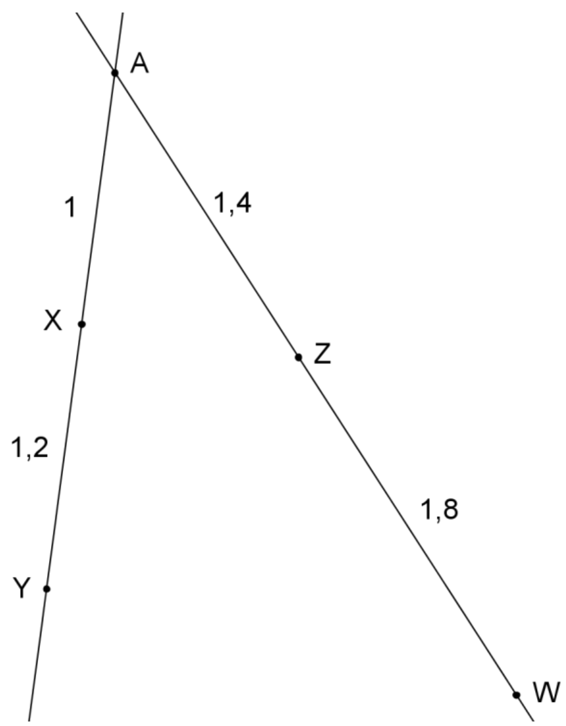
- Donc TR ... LS

Je m'exerce seul(e)

1. La droite VA est-elle // à la droite LS ? Justifie par calculs.



2. La droite XZ est-elle // à la droite YW ? Justifie par calculs.

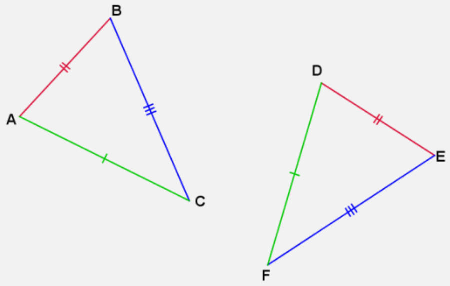


Les triangles isométriques

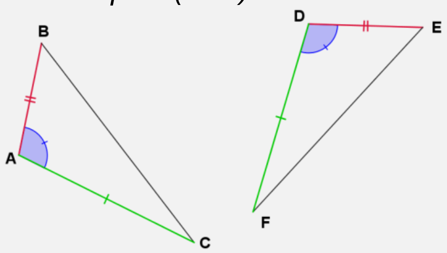
Fiche 1 – Reconnaissance et justification

Cas d'isométrie

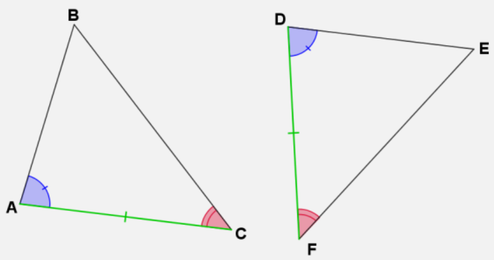
- *Si deux triangles ont leurs côtés homologues de même longueur, alors ils sont isométriques (CCC).*



- *Si deux triangles ont un angle de même amplitude compris entre des côtés homologues de même longueur, alors ils sont isométriques (CAC).*

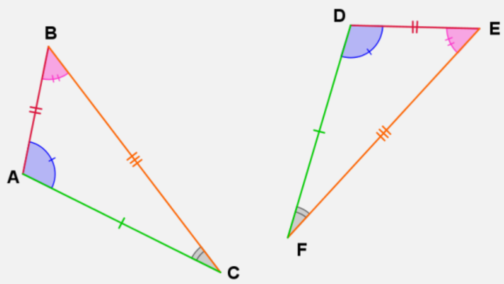


- *Si deux triangles ont un côté de même longueur et deux angles homologues de même amplitude, alors ils sont isométriques (ACA).*



Notations et vocabulaire :

- Pour noter que les triangles ABC et $A'B'C'$ sont isométriques, on écrit ΔABC iso $\Delta A'B'C'$
- $[AB]$ et $[A'B']$ sont l'image l'un de l'autre, ce sont des COTES HOMOLOGUES.
- $\hat{A}$ et $\hat{A'}$ sont l'image l'un de l'autre, ce sont des ANGLES **HOMOLOGUES**.
- A et A' sont l'image l'un de l'autre, ce sont des SOMMETS **HOMOLOGUES**.



Observe les deux triangles. Les triangles ont-ils des paires de côtés de même mesure et/ou des paires d'angles de même amplitude ?

Oui.

Non.
Dans ce cas les triangles ne sont pas isométriques.

De quelles informations disposes-tu ?

- Trois paires de côtés de même mesure → Les triangles sont isométriques car *si deux triangles ont leurs côtés homologues de même longueur, alors ils sont isométriques (CCC)*

OU

- Deux paires d'angles de même amplitude et une paire de côtés de même mesure.
  →Les triangles sont isométriques car *si deux triangles ont un côté de même longueur et deux angles homologues de même amplitude, alors ils sont isométriques (ACA).*

OU

- Deux paires de côtés de même mesure et une paire d'angles de même amplitude.

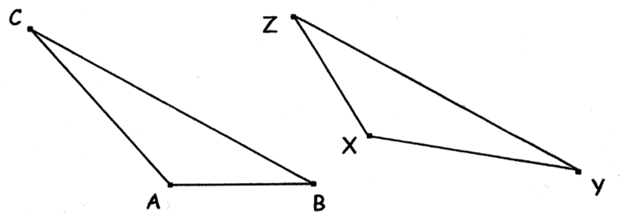
  ⚠ À la position !

  L'angle est-il compris entre les deux côtés ?

  - Non. Les triangles ne sont pas isométriques.
  - Oui. Les triangles sont isométriques car *Si deux triangles ont un angle de même amplitude compris entre des côtés homologues de même longueur, alors ils sont isométriques (CAC).*

Détermine à l'aide des renseignements fournis si les triangles proposés sont isométriques ou non.
Justifie.
S'ils sont isométriques, énonce le cas d'isométrie approprié.

1.



$$|AB| = |XZ|$$
$$|AC| = |XY|$$
$$|\hat{A}| = |\hat{X}|$$

Représente des paires d'éléments isométriques d'une même couleur et code-les.

Observe les deux triangles. Les triangles ont-ils des paires de côtés de même mesure et/ou des paires d'angles de même amplitude ?

Oui.
De quelles informations disposes-tu ?

Non.
Dans ce cas les triangles ne sont pas isométriques.

- Trois paires de côtés de même mesure.

  Les triangles …. et …. sont isométriques (voir *)

OU

- Deux paires d'angles de même amplitude et une paire de côtés de même mesure.

  Les triangles …. et …. sont isométriques (voir *)

OU

- Deux paires de côtés de même mesure et une paire d'angles de même amplitude.

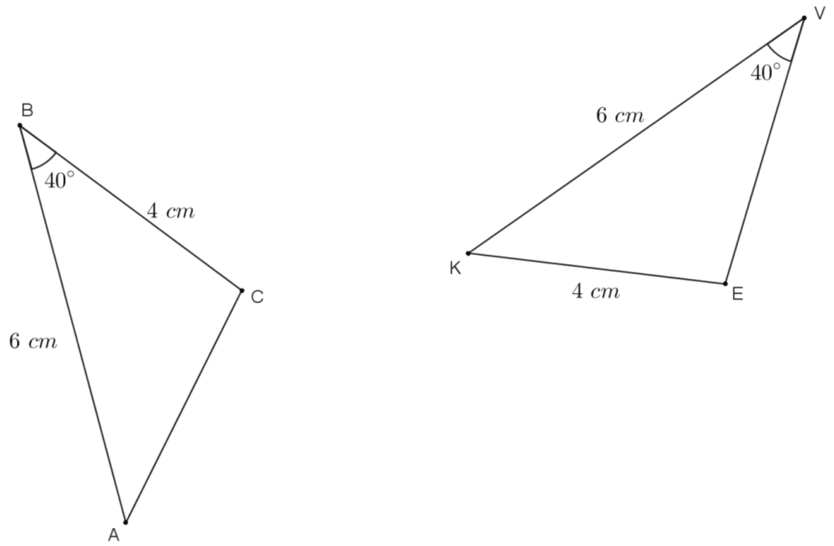
  ⚠ À la position ! L'angle est-il compris entre les deux côtés ?

  - Non. Les triangles ne sont pas isométriques
  - Oui. Les triangles …. et …. sont isométriques (voir *)

(*)Conclusion : Les triangles ….. et …… sont isométriques car …………………………………….
……
……
…………………………………………………………………………………… (énonce le cas d'isométrie)

On note Δ ….. iso Δ …..

2.



Représente des paires d'éléments isométriques d'une même couleur et code-les.

Observe les deux triangles. Les triangles ont-ils des paires de côtés de même mesure et/ou des paires d'angles de même amplitude ?

Oui.

De quelles informations disposes-tu ?

Non.

Dans ce cas les triangles ne sont pas isométriques.

- Trois paires de côtés de même mesure.

  Les triangles …. et …. sont isométriques (voir *)

OU

- Deux paires d'angles de même amplitude et une paire de côtés de même mesure.

  Les triangles …. et …. sont isométriques (voir *)

OU

- Deux paires de côtés de même mesure et une paire d'angles de même amplitude.

  ⚠ À la position ! L'angle est-il compris entre les deux côtés ?

  - Non. Les triangles ne sont pas isométriques
  - Oui. Les triangles …. et …. sont isométriques (voir *)

(*)Conclusion : Les triangles ….. et …… sont isométriques car ……………………………………….

………

………

……………………………………………………………………………………… (énonce le cas d'isométrie)

On note Δ ….. iso Δ …..

3. Te serait-il possible de construire un triangle isométrique au triangle ABC donné à l'aide des renseignements ci-dessous ? Justifie, sans le construire, en utilisant les cas d'isométrie des triangles.

a. $|A| = 30°$, $|B| = 50°$, $|AC| = 10\,cm$

Les éléments isométriques sont-ils …

- Trois côtés ?
- Deux angles et un côté ?
- Deux côtés et un angle ? L'angle est-il bien compris entre les deux côtés ?
- Autre proposition. Explique.

Si tu as coché l'une des trois premières propositions, tu peux donc affirmer que ta construction est possible.

Énonce le cas d'isométrie utilisé.

……………………………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………………

b. $|A| = 40°$, $|B| = 60°$, $|C| = 80°$

Les éléments isométriques sont-ils …

- Trois côtés ?
- Deux angles et un côté ?
- Deux côtés et un angle ? L'angle est-il bien compris entre les deux côtés ?
- Autre proposition. Explique.

Si tu as coché l'une des trois premières propositions, tu peux donc affirmer que ta construction est possible.

Énonce le cas d'isométrie utilisé.

……………………………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………………………….

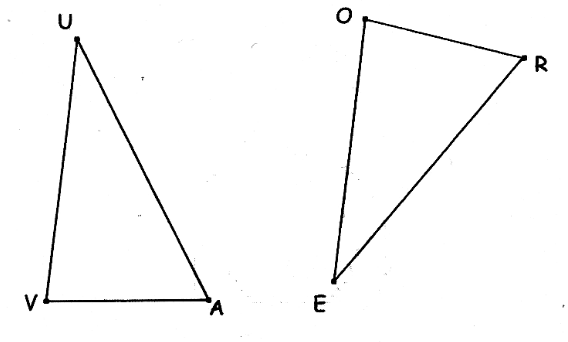
……………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………………

Je m'exerce seul(e)

1. Détermine à l'aide des renseignements fournis si les triangles proposés sont isométriques ou non. Justifie.
   S'ils sont isométriques, énonce le cas d'isométrie approprié.

A.

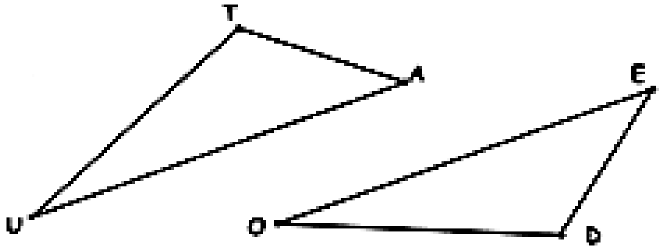


$|\hat{U}| = |\hat{E}|$

$|AU| = |RE|$

$|VA| = |OR|$

B.

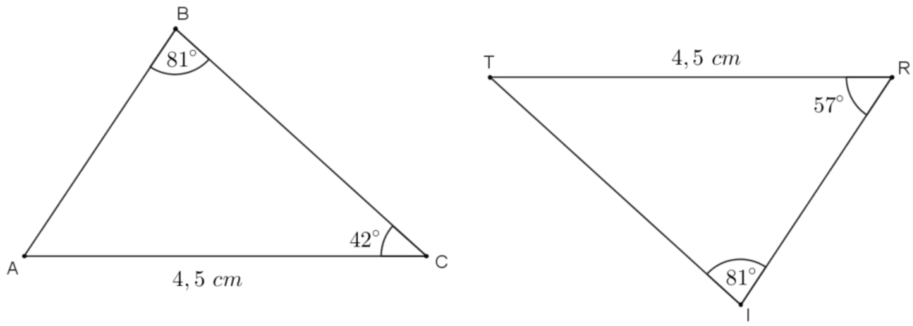


$|TU| = |DO|$

$|TA| = |DE|$

$|UA| = |OE|$

C.



2. Te serait-il possible de construire un triangle isométrique au triangle VUE donné à l'aide des renseignements ci-dessous ? Justifie, sans le construire, en utilisant les cas d'isométrie des triangles.

   a. $|VU| = 10\,cm,\ |UE| = 5\,cm,\ |VE| = 8\,cm$

   b. $|VU| = 20\,cm,\ |UE| = 12\,cm,\ |\hat{V}| = 80°$

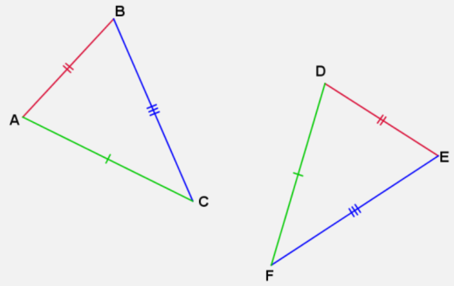
3. Te serait-il possible de construire un triangle isométrique au triangle rectangle MER donné sachant que l'hypoténuse mesure $7\,cm$ et qu'un des angles aigus a une amplitude de $20°$? Justifie, sans le construire, en utilisant les cas d'isométrie des triangles.

Les triangles isométriques

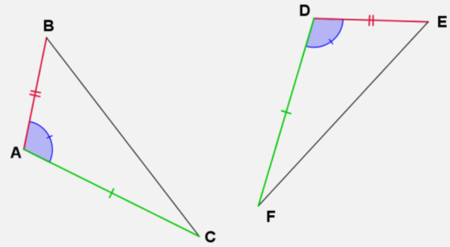
Fiche 2 – Démonstration

Cas d'isométrie

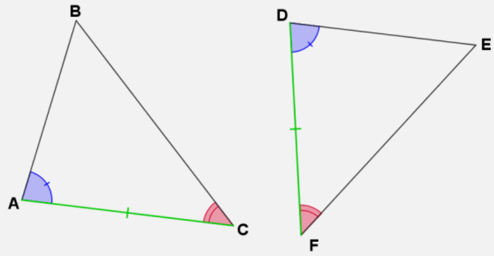
- *Si deux triangles ont leurs côtés homologues de même longueur, alors ils sont isométriques (CCC).*



- *Si deux triangles ont un angle de même amplitude compris entre des côtés homologues de même longueur, alors ils sont isométriques (CAC).*

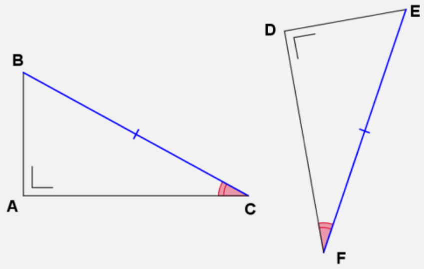


- *Si deux triangles ont un côté de même longueur et deux angles homologues de même amplitude, alors ils sont isométriques (ACA).*

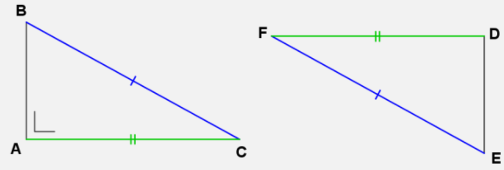


Cas particulier des triangles rectangles

- *Si deux triangles rectangles ont l'hypoténuse de même longueur et un angle aigu de même amplitude, alors ils sont isométriques.*



- *Si deux triangles rectangles ont l'hypoténuse de même longueur et un côté de l'angle droit de même longueur, alors ils sont isométriques.*



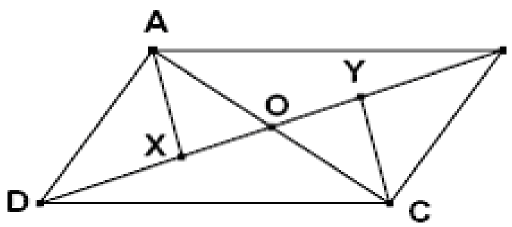
1. Dans le parallélogramme ABCD, les diagonales [AC] et [BD] se coupent en O. Les points X et Y sont des points de la diagonale [BD] tels que AX // YC.

Démontre que $\boxed{|OX| = |OY|.}$

Que me dit l'énoncé ?

- ✓ Souligne les informations reçues ou **HYPOTHESE**
- ✓ Entoure ce qui est demandé ou **THESE**

Puis retranscris-les ci-dessous en langage mathématique



Hypothèse :

……………..……………

…………………………………

…………………………………

…………………..………

Thèse :

- ✓ Représente (de deux couleurs différentes) les éléments géométriques de la thèse.
- ✓ Identifie les triangles superposables reprenant chacun un composant de la thèse, achèves-en le tracé en couleur et code-les.
- ✓ Les éléments codés sont-ils deux angles et un côté, deux côtés et un angle ou trois côtés ?
- ✓ Tu disposes de tous les éléments indispensables à la démonstration !

Démonstration :

Dans les triangles ……………………………

…………………… = …………………… car ……………………………………………………………

…………………… = …………………… car ……………………………………………………………

…………………… = …………………… car ……………………………………………………………

⇒ Δ ………. iso Δ ………. car ……………………………………………………………………

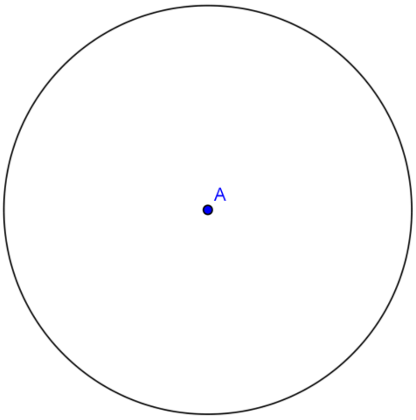
……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………..

⇒ |………| = |………|

1. Dans un cercle, deux angles au centre de même amplitude interceptent deux cordes de même longueur. Démontre.

Complète le dessin.



Hypothèse : (informations reçues)

……………………………………..………………

………………………………………………………

………………………………………………………

………………………………………………………

Thèse : (ce qui est demandé)

………………………………………………………

✓ N'oublie pas de te poser les bonnes questions en te référant à l'exercice précédent.

Démonstration :
Dans les triangles ……………………………

…………………… = …………………… car ………………………………………………………………

…………………… = …………………… car ………………………………………………………………

…………………… = …………………… car ………………………………………………………………

$\Rightarrow$ Δ ………. iso Δ ………. car ………………………………………………………………

……

……………………………………………………………………………… (énonce le cas d'isométrie)

$\Rightarrow |\ldots\ldots\ldots| = |\ldots\ldots\ldots|$

2. $PQRS$ est un parallélogramme dont les diagonales se coupent en E . A est le pied de la perpendiculaire à SQ passant par P ; B est le pied de la perpendiculaire à SQ passant par R . Démontre que $[PA]$ et $[BR]$ ont la même longueur.

Trigonométrie

Fiche

Dans un triangle rectangle, on définit les relations trigonométriques suivantes :

$$\textbf{sin}\ d'un\,angle\,aigu = \frac{\textbf{côté opposé}}{\textbf{hypoténuse}} \qquad \textbf{SOH}$$

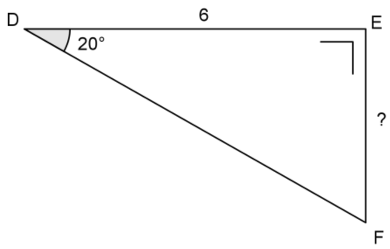
$$\textbf{cos}\ d'un\,angle\,aigu = \frac{\textbf{côté adjacent}}{\textbf{hypoténuse}} \qquad \textbf{CAH}$$

$$\textbf{tg}\ d'un\,angle\,aigu = \frac{\textbf{côté opposé}}{\textbf{côté adjacent}} \qquad \textbf{TOA}$$

Rem : la tangente se note ***tg*** mais également ***tan***

Je suis guidé(e)

A. Recherche de la mesure d'un côté :



Le triangle *DEF* est un triangle rectangle en …

Je connais l'angle $\widehat{D}$ et …
- son côté adjacent
- son côté opposé
- l'hypoténuse

Je recherche :
- son côté adjacent
- son côté opposé
- l'hypoténuse

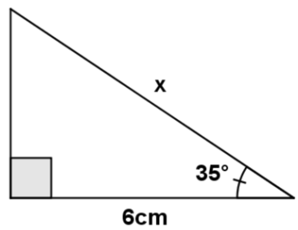
Je choisis donc la formule :
- du sinus
- du cosinus
- de la tangente

Je recopie la formule et j'entoure ce que je connais : ....$=\frac{....................}{....................}$

Puis je l'adapte en fonction des annotations de la figure donnée : .... $=\frac{..........}{..........}$

Je transforme la formule $|EF| =$..........

Je remplace par les valeurs et je calcule $|EF| =$..........



Pour ma facilité je nomme les sommets du triangle.

Le triangle ……… est un triangle rectangle en …

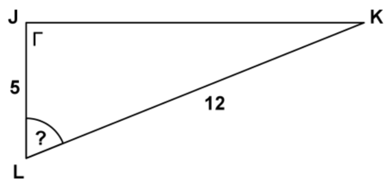
Je connais ……………………………

Je recherche ……………………………..

Je choisis donc la formule : ………………

J'entoure dans la formule ce que je connais, je transforme, je remplace et je calcule :

B. <u>Recherche de l'amplitude d'un angle aigu :</u>



Le triangle JKL est un triangle rectangle en …

Je recherche ……

Je connais :
- son côté adjacent,
- son côté opposé
- l'hypoténuse

Je choisis donc la formule :
- du sinus
- du cosinus
- de la tangente

Je recopie la formule et j'entoure ce que je connais : $.........=\frac{...................}{...................}$

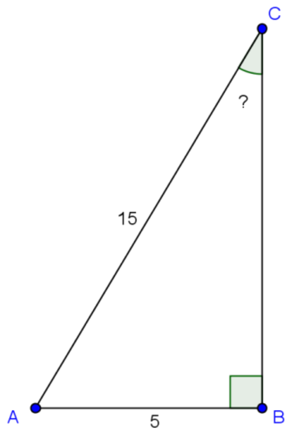
Puis je l'adapte en fonction des annotations de la figure donnée : $........=\frac{..........}{..........}$

Je transforme la formule $......L=...................$

Je remplace par les valeurs et je calcule $......L=...................$

ATTENTION !!!!! La réponse trouvée est le cosinus de l'angle L et non son amplitude.

Je trouve l'amplitude de l'angle : $\left|L\right|=..........$



Le triangle ……… est un triangle rectangle en …

Je connais ……………………………

Je recherche ……………………………..

Je choisis donc la formule : ………………

J’entoure dans la formule ce que je connais, je transforme, je remplace et je calcule :

Je trouve l’amplitude de l’angle : $|\hat{C}|$ = …

Si le triangle ABC est rectangle en A, calcule la mesure des côtés et des angles demandés.
Pour chaque cas, fais un dessin et annote-le pour t'aider.

$|AB| = 85\,\text{cm}$; $|AC| = 73\,\text{cm}$

Calcule $|BC|$, $|\hat{B}|$ et $|\hat{C}|$

$|BC| = 8{,}3\,cm$; $|\hat{B}| = 71°$

Calcule $|AB|$, $|AC|$ et $|\hat{C}|$

$|AC| = 7{,}14\,cm$; $|\hat{B}| = 37°$

Calcule $|AB|$, $|BC|$ et $|\hat{C}|$

$|AB| = 0{,}82\,m$; $|\hat{C}| = 25°$

Calcule $|BC|$, $|AC|$, et $|\hat{B}|$