

Bonjour à tous et toutes,

En cette période de confinement, essayez de vous occuper du mieux que vous le pouvez en faisant des choses que vous aimez.

A la demande d'élèves, je vous propose quelques activités qui vous permettront de pouvoir vous entraîner concernant la matière qui a été abordée cette année.

Les fiches sont regroupées selon les 4 compétences du CE1D.

- Nombres et opérations

- Grandeurs

- Solides et figures.

- Traitement des données.

Pour chacun des thèmes, il vous est proposé une fiche de théorie, une fiche d'exercices ainsi que le correctif.

Aucune évaluation ne sera mise en place par rapport au travail proposé à domicile.

Prenez soin de vous et de vos proches.

A bientôt.

Mme Vande Velde.

2. Suite logiques et familles de nombres

1. Suites

On peut parfois observer une **régularité** dans une série de nombre. Cette régularité peut s'exprimer par une **suite** d'opérations (parfois une seule) à effectuer pour passer du premier nombre de la suite au deuxième, du deuxième au troisième, etc.

exemple :

série : 1, 4, 7, 10, ...

opération : +3

en effet : $1 + 3 = 4$
 $4 + 3 = 7$
 $7 + 3 = 10$
 ...

La place du nombre dans la série est appelé **rang** et sa valeur, **terme**.

rang	1	2	3	4	...
terme	1	4	7	10	...

Il sera parfois demandé de calculer le terme d'un rang élevé sans pour autant devoir calculer tous les termes précédents. Il sera alors nécessaire de connaître l'expression algébrique de la suite. On dira que l'on exprime le terme du $n^{\text{ième}}$ rang.

Dans l'exemple précédent,

rang	1	2	3	4	...	n
terme	1	4	7	10	...	$3n - 2$

En effet, chaque terme est le triple de son rang diminué de 2

$1 = 3 \times 1 - 2$
 $4 = 3 \times 2 - 2$
 $7 = 3 \times 3 - 2$
 ...

2. Familles de nombres

Quelques familles de suites logiques...

les nombres pairs – $2n$

rang	0	1	2	3	4	...	n
terme	0	2	4	6	8	...	$2n$

les nombres impairs – $2n - 1$

rang	1	2	3	4	...	n
terme	1	3	5	7	...	$2n - 1$

les nombres carrés – n^2

rang	0	1	2	3	4	...	n
terme	0	1	4	9	16	...	n^2

les puissances d'un nombre quelconque X – X^n

ex. : puissances de 2 – 2^n

rang	0	1	2	3	4	...	n
terme	1	2	4	8	16	...	2^n

les multiples d'un nombre quelconque X – Xn

ex. : multiples de 3 – $3n$

rang	0	1	2	3	4	...	n
terme	0	3	6	9	12	...	$3n$

le multiple d'un nombre quelconque X augmenté d'un nombre

quelconque Y – $Xn + Y$

ex. : multiples de 4 augmentés de 5 – $4n + 5$

rang	0	1	2	3	4	...	n
terme	5	9	13	17	21	...	$4n + 5$

3.2. Familles de nombres et suites logiques

1. Complète la suite ci-dessous, et réponds ensuite aux questions sous le tableau.

rang	1	2	3	4	n
terme	2	4	6

Quel est le rang du

terme 48 :

terme 102 :

2. Complète la suite ci-dessous, et réponds ensuite aux questions sous le tableau.

rang	1	2	3	4	n
terme	4	6	8

Calcule le terme du

22^{ème} rang :

60^{ème} rang :

108^{ème} rang :

3. Complète les suites ci-dessous

7	4	1			
---	---	---	--	--	--

3		27	81		
---	--	----	----	--	--

	4	-8		-32	
--	---	----	--	-----	--

4. Sachant que n est un naturel, détermine si les expressions ci-dessous sont multiples de 3, 5, 6 ou 9. Une expression peut être multiple de plusieurs nombres.

multiple de	$9n$	$9n + 3$	$30n$	$10n + 4$	$10n + 25$	$90n$
3						
5						
6						
9						

5. Démontre les affirmations suivantes

la somme de 3 multiples de 3 consécutifs est un multiple de 9

la somme de 4 nombres impairs consécutifs est un nombre pair

le carré d'un nombre pair est un nombre pair

le produit de 2 nombres impairs est un nombre impair

3.2. Familles de nombres et suites logiques - CORRECTIF

1. Complète la suite ci-dessous, et réponds ensuite aux questions sous le tableau.

rang	1	2	3	4	n
terme	2	4	6	8	2n

Quel est le rang du

terme 48 : **24**

terme 102 : **51**

2. Complète la suite ci-dessous, et réponds ensuite aux questions sous le tableau.

rang	1	2	3	4	n
terme	4	6	8	10	2(n + 1)

Calcule le terme du

22^{ème} rang : **2 . 23 = 46**

60^{ème} rang : **2 . 61 = 122**

108^{ème} rang : **2 . 109 = 218**

3. Complète les suites ci-dessous

7	4	1	-2	-5	-8
---	---	---	----	----	----

3	9	27	81	243	729
---	---	----	----	-----	-----

-2	4	-8	16	-32	64
----	---	----	----	-----	----

4. Sachant que n est un naturel, détermine si les expressions ci-dessous sont multiples de 3, 5, 6 ou 9. Une expression peut être multiple de plusieurs nombres.

multiple de	$9n$	$9n + 3$	$30n$	$10n + 4$	$10n + 25$	$90n$
3	X	X	X			X
5			X		X	X
6			X			X
9	X					X

5. Démontre les affirmations suivantes

la somme de 3 multiples de 3 consécutifs est un multiple de 9

$$3n + (3n + 3) + (3n + 6) =$$

$$3n + 3n + 3n + 3 + 6 =$$

$$9n + 9 =$$

$$9 \cdot (n + 1) \Rightarrow \text{multiple de 9}$$

la somme de 4 nombres impairs consécutifs est un nombre pair

$$2n + 1 + (2n + 3) + (2n + 5) + (2n + 7) =$$

$$2n + 2n + 2n + 2n + 1 + 3 + 5 + 7 =$$

$$8n + 16 =$$

$$2 \cdot (n + 8) \Rightarrow \text{nombre pair}$$

le carré d'un nombre pair est un nombre pair

$$(2n)^2 =$$

$$4n^2 =$$

$$2 \cdot (2n^2) \Rightarrow \text{nombre pair}$$

le produit de 2 nombres impairs est un nombre impair

$$(2a + 1) \cdot (2b + 1) =$$

$$4ab + 2a + 2b + 1 =$$

$$2 \cdot (2ab + a + b) + 1 = \quad \text{si } 2ab + a + b = n$$

$$2n + 1 \Rightarrow \text{nombre impair}$$

3.1. Expressions littérales

1. Complète

$$3a + \dots = 5a$$

$$\dots + 3x - a = 7a + 3x$$

$$4b - \dots + 7b = 6b$$

$$4x + b - \dots + \dots = x + 3b$$

$$4x \cdot \dots = 12ax$$

$$2a \cdot \dots = 2ab$$

$$\dots \cdot 2x = 8x^2$$

$$5a^2 \cdot \dots = 25a^2$$

$$5b + \dots = 10b$$

$$2a \cdot \dots = 10a$$

$$4b \cdot \dots = 16b^2$$

$$3 + 2x + \dots + \dots = 4x + 4$$

2. Réduis

$$5 + x + 2 =$$

$$-x^2 + 3x + 3x^2 =$$

$$6a \cdot x =$$

$$a \cdot 3ab =$$

$$4x + 5 + 4x + 5 =$$

$$2c + 3 + 3c + 7 =$$

$$b^2 - 5b =$$

$$b^2 - 5b^2 =$$

$$-2a \cdot (-5a) =$$

$$-b \cdot 3a =$$

$$3a \cdot b \cdot 2a =$$

$$3a - 5b + a =$$

3. Réduis au maximum

$$2a \cdot 2b + 3b \cdot 5c =$$

$$3x + 2x \cdot 2a + 2a =$$

$$2b \cdot a + 2b \cdot a =$$

$$2ab \cdot 3b + 4b \cdot ab =$$

$$2a^3 + 2 \cdot a \cdot 3a =$$

$$3ab \cdot a + 2a \cdot ab =$$

4. Applique la distributivité, simple ou double, et réduis si possible

$$(a + 4) \cdot 2 =$$

$$5 \cdot (2a - 2b) =$$

$$(7 - 3x) \cdot 2x =$$

$$3c \cdot (2 + 2c) =$$

$$(a + c) \cdot (d + f) =$$

$$(2x + 3) \cdot (3x + 5) =$$

$$(c + 5) \cdot (4 + c) =$$

$$(a + 3b) \cdot (2a + b) =$$

5. Mets en évidence

$$2x + 2y =$$

$$2ax + 5ay =$$

$$ab + a =$$

$$8a + 8ab =$$

$$12a - 8b =$$

$$24x - 16y =$$

$$12ab - 15bc =$$

$$20ab - 10a =$$

6. Fais disparaître les parenthèses et réduis

$$3a + (-2b + 5a) =$$

$$-(2 + a) + (4 + 2a) =$$

$$-2x^2 - (-3x^2 - 5x + 3) =$$

$$(x^2 - 1) - (3x - 5) =$$

$$x^2 - (5x^2 - 2x + 3) =$$

$$5 - (2a + 1) - (-a + 1) =$$

$$3 + (x - 5) + (x^2 - 5x) =$$

$$-2a - (5 - 7a) =$$

7. Rends irréductibles les fractions suivantes

$$\frac{3b}{5b} =$$

$$\frac{5 \cdot (-b)}{25b} =$$

$$\frac{64a}{16b} =$$

$$\frac{-ab}{2ac} =$$

$$\frac{a^7}{a^2} =$$

$$\frac{16b^5}{20} =$$

$$\frac{12a^3b^2}{18a^4b^4} =$$

$$\frac{-15b^6}{25b^4} =$$

$$\frac{2a + 6a}{4a} =$$

$$\frac{3a \cdot 3b}{a \cdot b} =$$

$$\frac{2a^2 \cdot 3a}{5a^2 + a^2} =$$

$$\frac{4a \cdot 2a}{6b} =$$

8. Réduis

$$4a^3 \cdot (-4a^3) =$$

$$-4a \cdot (-5a) =$$

$$(-4a)^3 =$$

$$-4a + 3a =$$

$$3x^2 + 5x =$$

$$(3 + x^2) \cdot 5x =$$

$$(-3ab)^2 =$$

$$3 - (a + 2b) =$$

9. Applique la distributivité, simple ou double, et réduis si possible

$$5 \cdot (2a + 3) =$$

$$2a \cdot (3b + 5c) =$$

$$(x + 2) \cdot 2 =$$

$$2a \cdot (a + b) =$$

$$(-2x + 1) \cdot (3 - 2x) =$$

$$(5 - a) \cdot (a - 3) =$$

$$3a - (2a + 3) \cdot (5 - 2a) =$$

$$-(5x - 1) \cdot (x + 1) + (-x - 1) \cdot (-x + 2) =$$

10. Mets en évidence

$$6ab + 9ac =$$

$$18a - 24b =$$

$$15xy + 18a =$$

$$-120ax - 180x =$$

$$3a^2 + 13a =$$

$$x^2 - 3x =$$

$$7x^4 + 21x^7 =$$

$$6a^3b^4 - 10a^5b^6 =$$

3.1. Expressions littérales - CORRECTIF

1. Complète

$$3a + 2a = 5a$$

$$8a + 3x - a = 7a + 3x$$

$$4b - 5b + 7b = 6b$$

$$4x + b - 3x + 2b = x + 3b$$

$$4x \cdot 3a = 12ax$$

$$2a \cdot b = 2ab$$

$$4x \cdot 2x = 8x^2$$

$$5a^2 \cdot 5 = 25a^2$$

$$5b + 5b = 10b$$

$$2a \cdot 5 = 10a$$

$$4b \cdot 4b = 16b^2$$

$$3 + 2x + 2x + 1 = 4x + 4$$

2. Réduis

$$5 + x + 2 = x + 7$$

$$-x^2 + 3x + 3x^2 = 2x^2 + 3x$$

$$6a \cdot x = 6ax$$

$$a \cdot 3ab = 3a^2b$$

$$4x + 5 + 4x + 5 = 8x + 10$$

$$2c + 3 + 3c + 7 = 5c + 10$$

$$b^2 - 5b = b^2 - 5b$$

$$b^2 - 5b^2 = -4b^2$$

$$-2a \cdot (-5a) = 10a^2$$

$$-b \cdot 3a = -3ab$$

$$3a \cdot b \cdot 2a = 6a^2b$$

$$3a - 5b + a = 4a - 5b$$

3. Réduis au maximum

$$2a \cdot 2b + 3b \cdot 5c = 4ab + 15bc$$

$$3x + 2x \cdot 2a + 2a = 3x + 4ax + 2a$$

$$2b \cdot a + 2b \cdot a = 4ab$$

$$2ab \cdot 3b + 4b \cdot ab = 10ab^2$$

$$2a^3 + 2 \cdot a \cdot 3a = 2a^3 + 6a^2$$

$$3ab \cdot a + 2a \cdot ab = 5a^2b$$

4. Applique la distributivité, simple ou double, et réduis si possible

$$(a + 4) \cdot 2 = 2a + 8$$

$$5 \cdot (2a - 2b) = 10a - 10b$$

$$(7 - 3x) \cdot 2x = -6x^2 + 14x$$

$$3c \cdot (2 + 2c) = 6c^2 + 6c$$

$$(a + c) \cdot (d + f) = ad + af + cd + cf$$

$$(2x + 3) \cdot (3x + 5) = 6x^2 + 19x + 15$$

$$(c + 5) \cdot (4 + c) = c^2 + 9c + 20$$

$$(a + 3b) \cdot (2a + b) = 2a^2 + 7ab + 3b^2$$

5. Mets en évidence

$$2x + 2y = 2 \cdot (x + y)$$

$$2ax + 5ay = a \cdot (2x + 5y)$$

$$ab + a = a \cdot (b + 1)$$

$$8a + 8ab = 8a \cdot (1 + b)$$

$$12a - 8b = 4 \cdot (3a - 2b)$$

$$24x - 16y = 8 \cdot (3x - 2y)$$

$$12ab - 15bc = 3b \cdot (4a - 5c)$$

$$20ab - 10a = 10a \cdot (2b - 1)$$

6. Fais disparaître les parenthèses et réduis

$$3a + (-2b + 5a) =$$

$$3a - 2b + 5a =$$

$$8a - 2b$$

$$-(2 + a) + (4 + 2a) =$$

$$-2 - a + 4 + 2a =$$

$$a + 2$$

$$-2x^2 - (-3x^2 - 5x + 3) =$$

$$-2x^2 + 3x^2 + 5x - 3 =$$

$$x^2 + 5x - 3$$

$$(x^2 - 1) - (3x - 5) =$$

$$x^2 - 1 - 3x + 5 =$$

$$x^2 - 3x + 4$$

$$x^2 - (5x^2 - 2x + 3) =$$

$$x^2 - 5x^2 + 2x - 3 =$$

$$-4x^2 + 2x - 3$$

$$5 - (2a + 1) - (-a + 1) =$$

$$5 - 2a - 1 + a - 1 =$$

$$-a + 3$$

$$3 + (x - 5) + (x^2 - 5x) =$$

$$3 + x - 5 + x^2 - 5x =$$

$$x^2 - 4x - 2$$

$$-2a - (5 - 7a) =$$

$$-2a - 5 + 7a =$$

$$5a - 5$$

7. Rends irréductibles les fractions suivantes

$$\frac{3b}{5b} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{12a^3b^2}{18a^4b^4} = \frac{2}{3ab^2}$$

$$\frac{5 \cdot (-b)}{25b} = \frac{-1}{5}$$

$$\frac{-15b^6}{25b^4} = \frac{-3b^2}{5}$$

$$\frac{64a}{16b} = \frac{4a}{b}$$

$$\frac{2a + 6a}{4a} = 2$$

$$\frac{-ab}{2ac} = \frac{-b}{2c}$$

$$\frac{3a \cdot 3b}{a \cdot b} = 9$$

$$\frac{a^7}{a^2} = a^5$$

$$\frac{2a^2 \cdot 3a}{5a^2 + a^2} = \frac{6a^3}{6a^2} = a$$

$$\frac{16b^5}{20} = \frac{b^5}{5}$$

$$\frac{4a \cdot 2a}{6b} = \frac{4a^2}{3b}$$

8. Réduis

$$4a^3 \cdot (-4a^3) = -16a^6$$

$$3x^2 + 5x = 3x^2 + 5x$$

$$-4a \cdot (-5a) = 20a^2$$

$$(3 + x^2) \cdot 5x = 5x^3 + 15x$$

$$(-4a)^3 = -64a^3$$

$$(-3ab)^2 = 9a^2b^2$$

$$-4a + 3a = -a$$

$$3 - (a + 2b) = -a - 2b + 3$$

9. Applique la distributivité, simple ou double, et réduis si possible

$$5 \cdot (2a + 3) = 10a + 15$$

$$(-2x + 1) \cdot (3 - 2x) = 2x^2 - 8x + 3$$

$$2a \cdot (3b + 5c) = 6ab + 10ac$$

$$(5 - a) \cdot (a - 3) = -a^2 + 8a - 15$$

$$(x + 2) \cdot 2 = 2x + 4$$

$$\begin{aligned} 3a - (2a + 3) \cdot (5 - 2a) &= \\ 3a - 10a + 4a^2 - 15 + 6a &= \\ 4a^2 - a - 15 & \end{aligned}$$

$$2a \cdot (a + b) = 2a^2 + 2ab$$

$$\begin{aligned} -(5x - 1) \cdot (x + 1) + (-x - 1) \cdot (-x + 2) &= \\ -5x^2 - 5x + x + 1 + x^2 - 2x + x - 2 &= \\ -4x^2 - 5x - 1 & \end{aligned}$$

10. Mets en évidence

$$6ab + 9ac = 3a \cdot (2b + 3c)$$

$$3a^2 + 13a = a \cdot (3a + 13)$$

$$18a - 24b = 6 \cdot (3a - 4b)$$

$$x^2 - 3x = x \cdot (x - 3)$$

$$15xy + 18a = 3 \cdot (5xy + 6a)$$

$$7x^4 + 21x^7 = 7x^4 \cdot (1 + 3x^3)$$

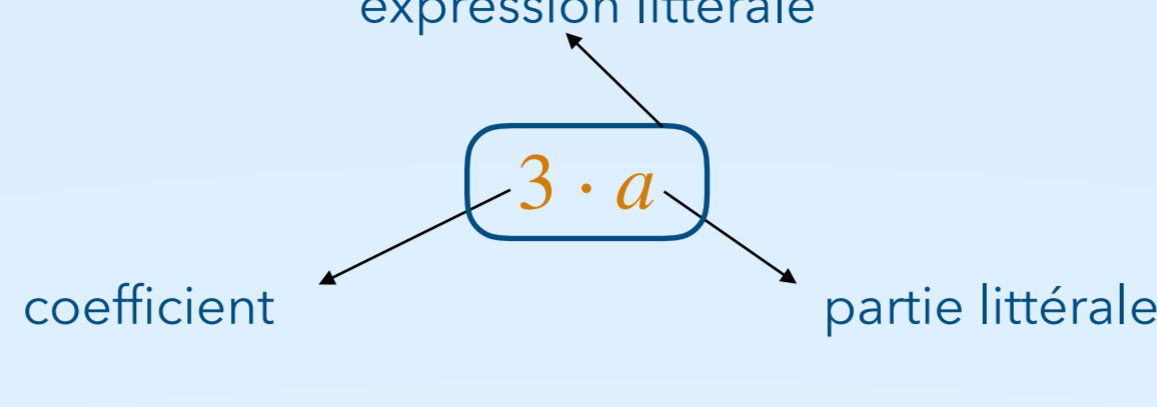
$$-120ax - 180x = -60x \cdot (2a + 3)$$

$$6a^3b^4 - 10a^5b^6 = 2a^3b^4 \cdot (3 - 5a^2b^2)$$

1. Expressions littérales

1. Notions de bases

- On appelle **calcul littéral** une expression mathématique où (au moins) une **lettre** est employée pour **remplacer un nombre**. Ce domaine des mathématiques est appelé **algèbre** et nous parlerons d'**expressions algébriques**.



- Le symbole de la multiplication n'est pas obligatoire entre deux facteurs littéraux ou un facteur numérique et un facteur littéral.

$$3 \cdot a = 3a$$

$$a \cdot b = ab$$

- Pour calculer la **valeur numérique**, la partie littérale, appelée aussi **variable**, est **remplacée** par le **nombre voulu**.

exemples : si $a = 2$ et $b = 3$, alors

$$3a = 3 \cdot 2 = 6$$

$$4b^2 = 4 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$$

$$5ab = 5 \cdot 2 \cdot 3 = 30$$

- Attention aux **fractions** qui comportent une **partie littérale** au **dénominateur**. Ce dernier ne peut **jamais valoir 0**.

exemples : $\frac{3a}{b}$ n'existe que si $b \neq 0$

$$\frac{4}{a-2} \text{ n'existe que si } a \neq 2$$

- Attention aux **notations sous-entendues**.

$$a = +\frac{1a^1}{1}$$

2. Règles de calcul : somme et produit

a. Somme algébrique

1. je ne peux additionner 2 expressions algébriques que si leur parties littérales sont strictement égales : même lettre affectée du même exposant
2. j'additionne les parties numériques (coefficients)
3. je conserve la partie littérale

exemples :

$$2a + 3a = 5a$$

$$2ab^2 + 3ab^2 = 5ab^2$$

$$ab + 3b \Rightarrow \text{non réductible}$$

$$2a^2 + 3a \Rightarrow \text{non réductible}$$

b. Produit algébrique

1. je compte le nombre de signe « - » => signe du produit
2. je multiplie les valeurs numériques entre elles => valeur numérique du produit
3. je regroupe les facteurs littéraux entre eux par ordre alphabétique en respectant les propriétés des puissances => partie littérale du produit

exemples :

$$-3a \cdot 2b \cdot (-2a) \cdot (-c) = -12a^2bc$$

3 « - » => impair => produit négatif

$$3 \times 2 \times 2 = 12$$

$$a \cdot a \cdot b \cdot c = a^2bc$$

3. Extension de l'arithmétique à l'algèbre

a. Priorité et propriétés des opérations

- Pour autant que l'on respecte les règles de calcul du point précédent,
- les règles d'addition et de multiplication avec les entiers (**règle des signes**) vues au point II.1 s'appliquent à l'algèbre
- les **propriétés** de l'addition et de la multiplication vues au point II.2 sont d'application en algèbre.
- l'ordre de **priorité** des opérations (II.3) doit être respecté en algèbre.
- les propriétés des **puissances** (II.5.2) s'appliquent aussi quand la base comprend une partie littérale

b. Suppression de parenthèses et distributivité

Conséquence de l'application de la règle des signes et de la distributivité :

- si le facteur à distribuer est un négatif, son signe « - » est également distribué

exemples :

$$-3x \cdot (4x + 5) = -3x \cdot 4x + (-3x) \cdot 5$$

$$= -12x^2 - 15x$$

- si certains termes à l'intérieur des parenthèses sont négatifs, on se retrouve avec un cas « - x - = + »

exemples :

$$-3x \cdot (4x - 5) = -3x \cdot (4x + (-5))$$

$$= -3x \cdot 4x + (-3x) \cdot (-5)$$

$$= -12x^2 + 15x$$

- si des parenthèses sont précédées du signe « - », on considère qu'on multiplie par « -1 » (distributivité simple)

exemples :

$$3x - (2y + z - 2w) = 3x - 1 \cdot (2y + z - 2w)$$

$$= 3x + (-1) \cdot 2y + (-1) \cdot z + (-1) \cdot (-2w)$$

$$= 3x - 2y - z + 2w$$

- conséquences : « lorsqu'on retire des parenthèses précédées du signe « - », il faut changer les signes des termes qui se trouvaient à l'intérieur des parenthèses »

- ces remarques s'appliquent également pour la **mise en évidence** (distributivité inverse)

2.1. Calculer avec des entiers

1. Simplifie si nécessaire l'écriture des opérations suivantes puis calcule le résultat

$$-5 + (+14) =$$

$$(-32) + (+15) =$$

$$-4 - (-4) =$$

$$12 - (+20) =$$

$$-2 - (+15) =$$

$$-6 - (-6) =$$

$$4 - (+9) =$$

$$-59 + 6 =$$

2. Effectue les opérations suivantes

$$2 + (-5) - (-7) =$$

$$(-6) - (+2) + (-8) - (-4) =$$

$$-2 + (+5) - (-6) - (+2) + (-5) =$$

$$-9 + (-8) - (-9) + (-4) + 8 =$$

$$75 - (-12) + (-8) - 4 =$$

$$-45 - (-15) + (-45) + 10 =$$

3. Vrai ou faux. Corrige lorsque c'est faux

Le produit de deux nombres négatifs est toujours positif

Si le produit de deux nombres est positif, alors les deux nombres sont négatifs

Le produit de deux nombres opposés est toujours positif

Si le nombre de facteurs positifs est impair, le produit sera négatif

4. Donne le signe des produits suivants

18 facteurs non nuls dont un tiers sont positifs.

15 facteurs égaux à -3

17 facteurs non nuls dont 15 sont positifs

20 facteurs non nuls dont 6 sont négatifs

5. Calcule les produits suivants

$4 \cdot (-2) =$

$-4 \cdot (-4) \cdot (-4) =$

$2 \cdot (-3) \cdot (-5) \cdot 4 =$

$-4 \cdot 5 =$

$2 \cdot (-25) \cdot (-4) =$

$-2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot (-3) =$

$2 \cdot (-6) =$

$5 \cdot 6 \cdot (-2) =$

$-2 \cdot (-3) \cdot 2 \cdot 3 \cdot (-3) =$

$-8 \cdot (-2) =$

$-10 \cdot 10 \cdot (-10) =$

$-6 \cdot 125 \cdot 8 \cdot (-2) \cdot (-3) =$

6. Calculs en vrac

$5 \cdot (-9) =$

$5 - (-2) =$

$50 \cdot (-1) =$

$-5 - 9 =$

$5 \cdot (-2) =$

$-50 - 1 =$

$-8 \cdot (-12) =$

$-4 \cdot (-15) =$

$-5 - 6 + 9 + 2 =$

$12 - 8 =$

$-4 - (-15) =$

$-5 \cdot (-6) \cdot 9 \cdot 2 =$

2.1. Calculer avec des entiers - CORRECTIF

1. Simplifie si nécessaire l'écriture des opérations suivantes puis calcule le résultat

$$-5 + (+14) = -5 + 14 = 9$$

$$-2 - (+15) = -2 - 15 = -17$$

$$(-32) + (+15) = -32 + 15 = -17$$

$$-6 - (-6) = -6 + 6 = 0$$

$$-4 - (-4) = -4 + 4 = 0$$

$$4 - (+9) = 4 - 9 = -5$$

$$12 - (+20) = 12 - 20 = -8$$

$$-59 + 6 = -53$$

2. Effectue les opérations suivantes

$$2 + (-5) - (-7) = 4$$

$$-9 + (-8) - (-9) + (-4) + 8 = -4$$

$$(-6) - (+2) + (-8) - (-4) = -12$$

$$75 - (-12) + (-8) - 4 = 75$$

$$-2 + (+5) - (-6) - (+2) + (-5) = 2$$

$$-45 - (-15) + (-45) + 10 = -65$$

3. Vrai ou faux. Corrige lorsque c'est faux

VRAI Le produit de deux nombres négatifs est toujours positif

FAUX Si le produit de deux nombres est positif, alors les deux nombres sont **négatifs de signe contraire**

VRAI Le produit de deux nombres opposés est toujours positif

FAUX Si le nombre de facteurs **positifs négatifs** est impair, le produit sera négatif

4. Donne le signe des produits suivants

18 facteurs non nuls dont un tiers sont positifs. **POSITIF (12 facteurs négatifs)**

15 facteurs égaux à -3 **NEGATIF**

17 facteurs non nuls dont 15 sont positifs **POSITIF (2 facteurs négatifs)**

20 facteurs non nuls dont 6 sont négatifs **POSITIF**

5. Calcule les produits suivants

$4 \cdot (-2) = \mathbf{-8}$

$-4 \cdot 5 = \mathbf{-20}$

$2 \cdot (-6) = \mathbf{-12}$

$-8 \cdot (-2) = \mathbf{16}$

$-4 \cdot (-4) \cdot (-4) = \mathbf{-64}$

$2 \cdot (-25) \cdot (-4) = \mathbf{200}$

$5 \cdot 6 \cdot (-2) = \mathbf{-60}$

$-10 \cdot 10 \cdot (-10) = \mathbf{1000}$

$2 \cdot (-3) \cdot (-5) \cdot 4 = \mathbf{120}$

$-2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot (-3) = \mathbf{36}$

$-2 \cdot (-3) \cdot 2 \cdot 3 \cdot (-3) = \mathbf{-108}$

$-6 \cdot 125 \cdot 8 \cdot (-2) \cdot (-3) = \mathbf{-36\ 000}$

6. Calculs en vrac

$5 \cdot (-9) = \mathbf{-45}$

$-5 - 9 = \mathbf{-14}$

$-8 \cdot (-12) = \mathbf{96}$

$12 - 8 = \mathbf{4}$

$5 - (-2) = \mathbf{7}$

$5 \cdot (-2) = \mathbf{-10}$

$-4 \cdot (-15) = \mathbf{60}$

$-4 - (-15) = \mathbf{11}$

$50 \cdot (-1) = \mathbf{-50}$

$-50 - 1 = \mathbf{-51}$

$-5 - 6 + 9 + 2 = \mathbf{0}$

$-5 \cdot (-6) \cdot 9 \cdot 2 = \mathbf{540}$

1. Nombres entiers : calculer

1. Simplification d'écriture

Lorsque 2 signes se succèdent dans une expression mathématique, on emploie des parenthèses comme dans les exemples suivants :

$$4 + (-3)$$

$$12 - (-9)$$

$$-6 \times (-5)$$

$$-(-2)$$

Il est parfois possible et préférable de simplifier l'écriture en respectant les règles suivantes :

$$+(+a) = +a$$

$$+(-a) = -a$$

$$-(-a) = +a$$

$$- (+a) = -a$$

Les exemples précédents deviennent alors :

$$4 - 3$$

$$12 + 9$$

$$-6 \times (-5)$$

$$2$$

2. Addition et soustraction

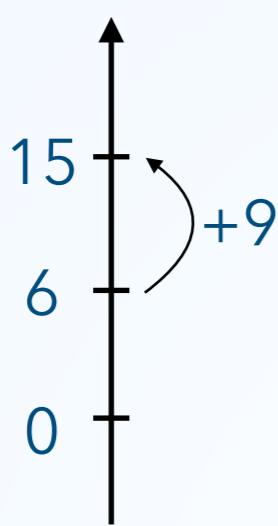
Additionner = « monter »

Soustraire = « descendre »

Mode d'emploi :

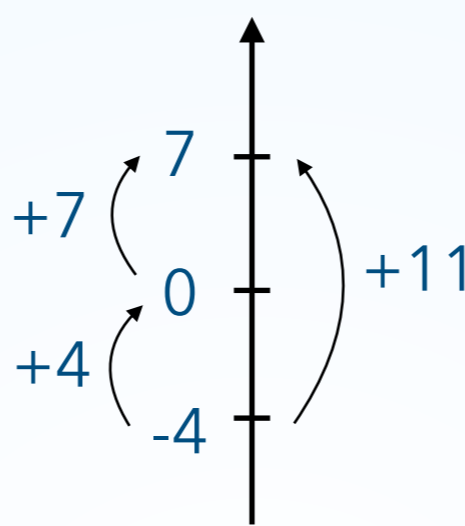
- situer le premier terme
- « monter » ou « descendre » le nombre d'échelon indiqué par le second terme
- lire la réponse

$$6 + 9 = 15$$



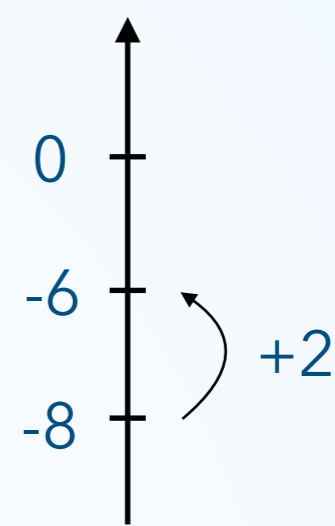
addition simple

$$-4 + 11 = 7$$



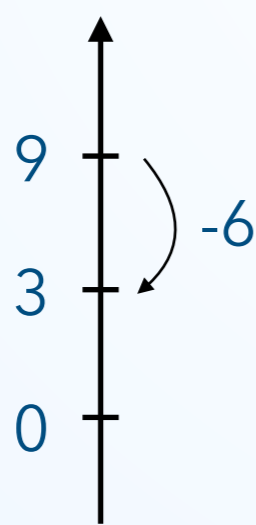
- on « monte » jusque 0
- on calcule combien il reste à « monter » d'étage

$$-8 + 2 = -6$$



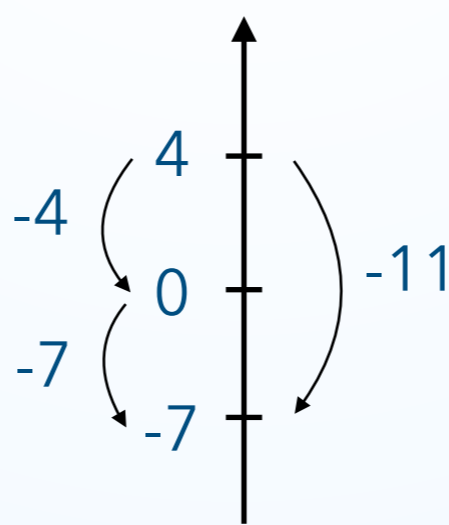
- on se rapproche de 0 sans le dépasser
- la valeur absolue diminue

$$9 - 6 = 3$$



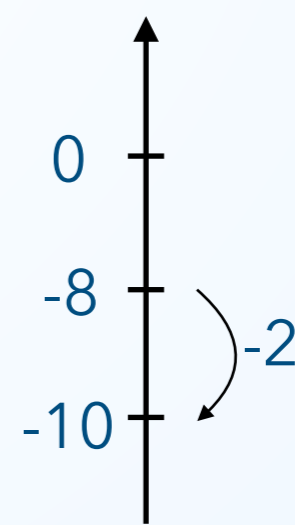
soustraction simple

$$4 - 11 = -7$$



- on « descend » jusque 0
- on calcule combien il reste à « descendre » d'étage

$$-8 - 2 = -10$$



- on s'éloigne de 0
- la valeur absolue augmente

3. Multiplication et division

La division est assimilée à la multiplication (voir I.4.3)

Pour multiplier plusieurs nombres entiers entre eux, il faut :

- compter le nombre de « - »
 - nombre impair ➔ produit négatif
 - nombre pair ➔ produit positif
- calculer la valeur numérique du produit

exemples :

$$4 \cdot 3 \cdot (-2) \cdot 5 \cdot (-10) = 1200$$

2 signes « - » => produit positif

$$4 \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot 5 \cdot (-10) = -1200$$

3 signes « - » => produit négatif

2.3. Priorité des opérations

1. Effectue les opérations suivantes en respectant l'ordre de priorité.

$$3 + 2 \cdot 5 =$$

$$3 + 2 \cdot 7 + 4 =$$

$$8 \cdot 9 + 4 : 2 \cdot 3 =$$

$$2,5 \cdot 4 + 5 \cdot 0,1 =$$

$$(3 + 2) \cdot 7 =$$

$$(4 + 5) \cdot 2 \cdot (3 - 7 + 5) =$$

$$3 \cdot (3 - 2 \cdot 5) =$$

$$2 : 2 \cdot 4 + (5 - 3) =$$

2. Place, si nécessaire, des parenthèses pour que le calcul soit correct.

$$5 + 4 \cdot 5 + 4 = 81$$

$$5 + 4 \cdot 5 + 4 = 29$$

$$2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = 18$$

$$2 + 3 \cdot 2 - 2 = 0$$

$$4 \cdot 4 + 4 \cdot 4 = 128$$

$$4 + 4 \cdot 4 + 4 = 36$$

3. Effectue les opérations suivantes en respectant l'ordre de priorité.

$$2^2 - 7^2 =$$

$$(2 - 7)^2 =$$

$$(-2)^3 - 5^2 =$$

$$-(2 \cdot 5)^2 =$$

$$-2 + 5 \cdot (-3)^2 =$$

$$(-5 + 3) : 4 \cdot (2 + 3)^2 =$$

$$5 - 2 + (-4 + 7)^2 =$$

$$-(6 + 2)^2 : 4 \cdot 2 =$$

2.3. Priorité des opérations - CORRECTIF

1. Effectue les opérations suivantes en respectant l'ordre de priorité.

$$3 + 2 \cdot 5 =$$

$$3 + 10 =$$

$$13$$

$$(3 + 2) \cdot 7 =$$

$$6 \cdot 7 =$$

$$42$$

$$3 + 2 \cdot 7 + 4 =$$

$$3 + 14 + 4 =$$

$$21$$

$$(4 + 5) \cdot 2 \cdot (3 - 7 + 5) =$$

$$9 \cdot 2 \cdot (-4 + 5) =$$

$$18 \cdot 1 =$$

$$18$$

$$8 \cdot 9 + 4 : 2 \cdot 3 =$$

$$72 + 2 \cdot 3 =$$

$$72 + 6 =$$

$$78$$

$$3 \cdot (3 - 2 \cdot 5) =$$

$$3 \cdot (3 - 10) =$$

$$3 \cdot (-7) =$$

$$-21$$

$$2,5 \cdot 4 + 5 \cdot 0,1 =$$

$$10 + 0,5 =$$

$$10,5$$

$$2 : 2 \cdot 4 + (5 - 3) =$$

$$1 \cdot 4 + 2 =$$

$$4 + 2 =$$

$$6$$

2. Place, si nécessaire, des parenthèses pour que le calcul soit correct.

$$(5 + 4) \cdot (5 + 4) = 81$$

$$5 + 4 \cdot 5 + 4 = 29$$

$$(2 \cdot 3 + 3) \cdot 2 = 18$$

$$(2 + 3) \cdot (2 - 2) = 0$$

$$4 \cdot (4 + 4) \cdot 4 = 128$$

$$(4 + 4) \cdot 4 + 4 = 36$$

3. Effectue les opérations suivantes en respectant l'ordre de priorité.

$$\underline{2^2} - \underline{7^2} =$$

$$4 - 49 =$$

$$-45$$

$$-2 + 5 \cdot \underline{(-3)^2} =$$

$$-2 + 5 \cdot 9 =$$

$$-2 + 45 =$$

$$43$$

$$\underline{(2 - 7)^2} =$$

$$\underline{(-5)^2} =$$

$$25$$

$$\underline{(-5 + 3)} : 4 \cdot \underline{(2 + 3)^2} =$$

$$\underline{-2} : 4 \cdot \underline{5^2} =$$

$$\underline{-0,5} \cdot 25 =$$

$$-12,5$$

$$\underline{(-2)^3} - \underline{5^2} =$$

$$-8 - 25 =$$

$$-33$$

$$5 - 2 + \underline{(-4 + 7)^2} =$$

$$3 + \underline{3^2} =$$

$$3 + 9 =$$

$$12$$

$$\underline{-(2 \cdot 5)^2} =$$

$$\underline{-10^2} =$$

$$\underline{-(100)} =$$

$$-100$$

$$\underline{-(6 + 2)^2} : 4 \cdot 2 =$$

$$\underline{-(8)^2} : 4 \cdot 2 =$$

$$\underline{-(64)} : 4 \cdot 2 =$$

$$\underline{-64} : 4 \cdot 2 =$$

$$\underline{-16} \cdot 2 =$$

$$-32$$

II. Arithmétique

3. Priorité des opérations

1. Règle - PE(MD)(AS)

Dans une suite d'opérations, on effectue dans l'ordre suivant :

1. les calculs à l'intérieur des **P**arenthèses
2. les **E**xponentiations (puissances)
3. les **M**ultiplications et les **D**ivisions
4. les **A**dditions et les **S**oustractions

2. Quelques commentaires

- lors de **calculs complexes** (parenthèses enchâssées), les règles générales s'appliquent à l'intérieur de la première paire de parenthèses. Il convient donc de commencer par les calculs à l'intérieur des parenthèses « plus petites ».

$$\begin{aligned} \text{ex.: } (6 + 5 \times (2 - 4 \times 3) + 1) &= (6 + 5 \times (2 - 12) + 1) \\ &= (6 + 5 \times (-10) + 1) \\ &= (6 + (-50) + 1) \\ &= -43 \end{aligned}$$

- les multiplications et divisions sont sur un **pied d'égalité** concernant la priorité. Une division aura la priorité sur une multiplication si elle vient avant dans le calcul (sens de lecture gauche => droite)

$$\begin{aligned} \text{ex. : } \underline{6 : 3} \times 2 &= 18 \times 2 = 36 \\ \underline{6 : 3} \times 2 &= 6 : 6 = 1 \end{aligned}$$

- **même remarque** pour les additions et les soustractions

$$\begin{aligned} \text{ex. : } \underline{5 - 4} + 3 &= 1 + 3 = 4 \\ \underline{5 - 4} + 3 &= 5 - 7 = -2 \end{aligned}$$

2.4. Diviseurs et multiples

1. Vrai ou faux ?

tous les diviseurs de 6 sont diviseurs de 36

tous les multiples de 4 sont multiples de 8

tous les multiples de 9 sont multiples de 3

tous les diviseurs d'un nombre pair sont pairs

tous les diviseurs de 12 sont diviseurs de 36

2. Justifie les affirmations suivantes en te basant sur une des propriétés de la divisibilité.

735 est divisible par 7 car ...

576 est divisible par 6 car ...

578 est divisible par 17 car ...

3. Calcule en décomposant.

$$669 : 3 =$$

$$891 : 9 =$$

$$776 : 8 =$$

$$342 : 6 =$$

$$399 : 7 =$$

4. Décompose les nombres suivants en un produit de facteurs premiers.

36 ; 72 ; 80 ; 323 ; 432

5. Sans rechercher le nombre, retrouve tous les diviseurs de celui-ci en utilisant sa décomposition en facteurs premiers. $2^4 \cdot 5^3$ **6. Complète les égalités suivantes pour qu'elles traduisent des divisions euclidiennes.**

$$\dots = 30 \cdot 8 + 5$$

$$\dots = 137 \cdot 17 + 13$$

$$89 = \dots \cdot 11 + \dots$$

$$12\,345 = 745 \cdot \dots + \dots$$

$$71 = 34 \cdot \dots + \dots$$

$$1\,240 = \dots \cdot 19 + \dots$$

7. Calcule le PGCD des paires de nombres suivantes.

160 et 96

165 et 550

108 et 180

8. Calcule le PPCM des paires de nombres suivantes.

90 et 168

216 et 297

450 et 120

2.4. Diviseurs et multiples - CORRECTIF

1. Vrai ou faux ?

tous les diviseurs de 6 sont diviseurs de 36 **VRAI**

tous les multiples de 4 sont multiples de 8 **FAUX**

tous les multiples de 9 sont multiples de 3 **VRAI**

tous les diviseurs d'un nombre pair sont pairs **FAUX**

tous les diviseurs de 12 sont diviseurs de 36 **VRAI**

2. Justifie les affirmations suivantes en te basant sur une des propriétés de la divisibilité.

735 est divisible par 7 car

$$735 = 700 + 35 \text{ et}$$

700 et 35 sont divisibles par 7

576 est divisible par 6 car

$$576 = 540 + 36 \text{ et}$$

540 et 36 sont divisibles par 6

578 est divisible par 17 car

$$578 = 510 + 68 \text{ et}$$

510 et 68 sont divisibles par 17

3. Calcule en décomposant.

$$669 : 3 = (600 + 60 + 9) : 3 = 200 + 20 + 3 = 223$$

$$891 : 9 = (900 - 9) : 9 = 100 - 1 = 99$$

$$776 : 8 = (720 + 56) : 8 = 90 + 7 = 97$$

$$342 : 6 = (360 - 18) : 6 = 60 - 3 = 57$$

$$399 : 7 = (420 - 21) : 7 = 60 - 3 = 57$$

4. Décompose les nombres suivants en un produit de facteurs premiers.

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

$$80 = 2^4 \cdot 5$$

$$323 = 17 \cdot 19$$

$$432 = 2^4 \cdot 3^3$$

5. Sans rechercher le nombre, retrouve tous les diviseurs de celui-ci en utilisant sa décomposition en facteurs premiers.

$$2^4 \cdot 5^3$$

$$2$$

$$2^2$$

$$2^3$$

$$2^4$$

$$2 \cdot 5$$

$$2^2 \cdot 5$$

$$2^3 \cdot 5$$

$$2^4 \cdot 5^2$$

$$2 \cdot 5^2$$

$$2^2 \cdot 5^2$$

$$2^3 \cdot 5^2$$

$$2^4 \cdot 5^3$$

$$2 \cdot 5^3$$

$$2^2 \cdot 5^3$$

$$2^3 \cdot 5^3$$

6. Complète les égalités suivantes pour qu'elles traduisent des divisions euclidiennes.

$$245 = 30 \cdot 8 + 5$$

$$2\,342 = 137 \cdot 17 + 13$$

$$89 = 8 \cdot 11 + 1$$

$$12\,345 = 745 \cdot 16 + 425$$

$$71 = 34 \cdot 2 + 3$$

$$1\,240 = 65 \cdot 19 + 5$$

7. Calcule le PGCD des paires de nombres suivantes.

160 et 96

165 et 550

108 et 180

$$160 = 2^5 \cdot 5$$

$$165 = 3 \cdot 5 \cdot 11$$

$$108 = 2^3 \cdot 3^3$$

$$96 = 2^5 \cdot 3$$

$$550 = 2 \cdot 5^2 \cdot 11$$

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\text{PGCD}_{\{160, 96\}} = 2^5$$

$$\text{PGCD}_{\{165, 550\}} = 5 \cdot 11$$

$$\text{PGCD}_{\{108, 180\}} = 2^2 \cdot 3^3$$

8. Calcule le PPCM des paires de nombres suivantes.

90 et 168

216 et 297

450 et 120

$$90 = 2 \cdot 5 \cdot 3^2$$

$$216 = 2^3 \cdot 3^3$$

$$450 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

$$168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$$

$$297 = 3^3 \cdot 11$$

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{PPCM}_{\{90, 168\}} =$$

$$\text{PPCM}_{\{216, 297\}} =$$

$$\text{PPCM}_{\{450, 120\}} =$$

$$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$2^3 \cdot 3^3 \cdot 11$$

$$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

4. Diviseurs et multiples

1. Propriétés des diviseurs d'un nombre naturel et de la divisibilité

- Le nombre 1 divise tout nombre naturel
- Diviser un nombre par 0 est impossible
- Tout nombre naturel est son plus grand diviseur
ex. : 8 est le plus grand diviseur de 8
- Si un nombre en divise un autre, il divise tous les multiples de ce nombre
ex. : 3 est diviseur de 9 et donc aussi de 18, 27, 36, 45, ...
- Si un nombre en divise deux autres, il divise aussi leur somme et leur différence positive
ex. : 4 divise 20 et 36, donc il divise aussi 56 et 16

2. Division euclidienne

- Si on divise un nombre naturel a par le nombre naturel d (non nul), il existe deux autres naturels q et r tels que :

$$a = d \cdot q + r \quad \text{avec} \quad r < d$$

3. Propriétés des multiples d'un nombre naturel

- Le nombre 0 est multiple de tout nombre
- Tout nombre naturel est multiple de lui-même

4. PGCD et PPCM

a. Décomposition en facteurs premiers

Tout naturel peut s'écrire sous la forme d'un produit de nombres premiers.

Un nombre est premier lorsque ses diviseurs forment un couple composé de 1 et lui-même
1 n'est donc pas un nombre premier car il est son seul diviseur

Liste des nombres premiers < 50 : {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47}

Méthode pour décomposer un nombre en un produit de facteurs premiers

$$6\,468 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7^7 \cdot 11$$

6 468	2	- Vérifier si le nombre est divisible le 1er nombre premier (2)
3 234	2	- Si oui, effectuer la division et écrire le résultat dans la colonne de gauche et vérifier si ce résultat est également divisible par 2
1617	3	- Si non, vérifier si le nombre est divisible par le nombre premier suivant
539	7	- Poursuivre la démarche en testant la divisibilité du nombre premier suivant et en effectuant la division jusqu'à ce que le quotient final soit 1
77	7	- Attention à ne pas « sauter » un nombre premier de la liste
11	11	
1		

b. Recherche du Plus Grand Diviseur Commun

1. Décomposer chaque nombre en facteurs premiers
2. Sélectionner les facteurs communs
3. Affecter à chacun d'eux son plus petit exposant et multiplier

$$\text{ex. : } 360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$336 = 2^4 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\text{PGCD}(360, 336) = 2^3 \cdot 3$$

c. Recherche du Plus Petit Commun Multiple

1. Décomposer chaque nombre en facteurs premiers
2. Sélectionner tous les facteurs, communs ou non
3. Affecter à chacun son plus grand exposant et multiplier

$$\text{ex. : } 24 = 2^3 \cdot 3$$

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\text{PPCM}(24, 90) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

2.5. Puissances

1. Calcule

$$2^2 + 5^2 =$$

$$10^5 =$$

$$8^2 + 2^2 =$$

$$3,14 \cdot 10^4 =$$

$$3^3 - 3^2 =$$

$$0,0012 \cdot 10^3 =$$

$$6^3 - 3^4 =$$

$$2\,510 : 10^3 =$$

$$5^3 - 2^6 =$$

$$0,2 : 10^3 =$$

2. Complète par = ou \neq

$$3^2 \dots 2^3$$

$$7^2 \dots 14$$

$$3^1 \dots 3$$

$$7^2 \dots 49$$

$$10^2 \dots 20$$

$$1^3 \dots 3$$

$$10^4 \dots 10\,000$$

$$100^2 \dots 10\,000$$

$$5^3 \dots 15$$

$$140^2 \dots 140\,000$$

$$3^5 \dots 125$$

$$90^2 \dots 8\,100$$

3. Vrai ou faux ?

si a est un entier positif et n un naturel pair, alors $(-a)^n = a^n$

si a est un entier négatif et n un naturel impair, alors $(-a)^n = a^n$

si a est un entier positif et n un naturel impair, alors $(-a)^n = -a^n$

si a est un entier négatif et n un naturel impair, alors $(-a)^n = -a^n$

4. Calcule

$(-6)^2 =$

$-3^5 =$

$(-5)^3 =$

$-9^2 =$

$(-3)^4 =$

$(-1)^8 =$

$1^{15} =$

$(-10)^7 =$

$(-2)^0 =$

$-11^2 =$

5. Complète par = ou ≠

$(-9)^2 \dots 9^2$

$(-6)^8 \dots -6^8$

$14^3 \dots (-14)^3$

$(-7)^5 \dots -7^5$

$5^3 \dots -5^3$

$-4^6 \dots (-4)^6$

6. Ecris sous la forme d'une puissance

$2^4 \cdot 2^6 =$

$(-2)^7 \cdot 5^7 =$

$9 \cdot 9^2 \cdot 9^3 =$

$2^3 \cdot 2^5 \cdot 2 =$

$(3^7)^3 =$

$3^2 \cdot 9^4 =$

$3^2 \cdot 4^2 =$

$(3^2 \cdot 3^5)^2 =$

$(-5)^2 \cdot (-5) =$

$(5^2)^4 \cdot 5 =$

7. Ecris les nombres suivants en notation scientifique

$0,000\ 21 =$

$7\ 140\ 000 =$

$0,029\ 14 =$

$0,002\ 001 =$

$254\ 000\ 000 =$

$31\ 000 =$

8. Transforme les produits suivants en notation scientifique

$$456 \cdot 10^9 =$$

$$0,000\ 009 \cdot 10^{-5} =$$

$$43 \cdot 10^{-6} =$$

$$2\ 150 \cdot 10^7 =$$

$$654 \cdot 10^8 =$$

$$0,007\ 94 \cdot 10^9 =$$

9. Calcule en utilisant les puissances de 10 et exprime ta réponse en notation scientifique

$$0,03 \cdot 0,0002 =$$

$$(-3\ 000)^3 =$$

$$5,1 \cdot 0,004 =$$

$$(-0,000\ 06)^3 =$$

$$4,2 \cdot 0,0003 =$$

$$19 \cdot 10^{-1} \cdot 2 \cdot 10^{-5} =$$

$$(0,002)^5 =$$

$$37 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-7} =$$

10. Complète

$$\left(\frac{-3}{\dots}\right)^2 = \frac{\dots}{16}$$

$$\left(\frac{10}{3}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{100}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{125}$$

$$\left(\frac{-1}{4}\right)^{\dots} = 16$$

$$\left(\frac{-1}{\dots}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{8}$$

$$\left(\frac{4}{25}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^{\dots}$$

11. Simplifie en utilisant les propriétés des puissances

$$\frac{2^3 \cdot 3 \cdot 5^2}{2 \cdot 3^2 \cdot 5^2} =$$

$$\frac{2^2 \cdot 3^6 \cdot 5^2}{3^4 \cdot 5^4 \cdot 7} =$$

$$\frac{2^3 \cdot 5 \cdot 13^2}{2^5 \cdot 5^2 \cdot 13} =$$

2.5. Puissances - CORRECTIF

1. Calcule

$$2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$$

$$10^5 = 100\ 000$$

$$8^2 + 2^2 = 64 + 4 = 68$$

$$3,14 \cdot 10^4 = 3,14 \cdot 10\ 000 = 31\ 400$$

$$3^3 - 3^2 = 27 - 9 = 18$$

$$0,0012 \cdot 10^3 = 0,0012 \cdot 1\ 000 = 1,2$$

$$6^3 - 3^4 = 216 - 81 = 135$$

$$2\ 510 : 10^3 = 2\ 510 : 1\ 000 = 2,51$$

$$5^3 - 2^6 = 125 - 64 = 61$$

$$0,2 : 10^3 = 0,2 : 1\ 000 = 0,000\ 2$$

2. Complète par = ou ≠

$$3^2 \neq 2^3$$

$$7^2 \neq 14$$

$$3^1 = 3$$

$$7^2 = 49$$

$$10^2 \neq 20$$

$$1^3 \neq 3$$

$$10^4 = 10\ 000$$

$$100^2 = 10\ 000$$

$$5^3 \neq 15$$

$$140^2 \neq 140\ 000$$

$$3^5 \neq 125$$

$$90^2 = 8\ 100$$

3. Vrai ou faux ?

si a est un entier positif et n un naturel pair, alors $(-a)^n = a^n$ **VRAI**

si a est un entier négatif et n un naturel impair, alors $(-a)^n = a^n$ **FAUX**

si a est un entier positif et n un naturel impair, alors $(-a)^n = -a^n$ **FAUX**

si a est un entier négatif et n un naturel impair, alors $(-a)^n = -a^n$ **VRAI**

4. Calcule

$$(-6)^2 = 36$$

$$-3^5 = -243$$

$$(-5)^3 = -125$$

$$-9^2 = -81$$

$$(-3)^4 = 81$$

$$(-1)^8 = 1$$

$$1^{15} = 1$$

$$(-10)^7 = -10\,000\,000$$

$$(-2)^0 = 1$$

$$-11^2 = -121$$

5. Complète par = ou ≠

$$(-9)^2 = 9^2$$

$$(-6)^8 \neq -6^8$$

$$14^3 \neq (-14)^3$$

$$(-7)^5 = -7^5$$

$$5^3 \neq -5^3$$

$$-4^6 \neq (-4)^6$$

6. Ecris sous la forme d'une puissance

$$2^4 \cdot 2^6 = 2^{10}$$

$$(-2)^7 \cdot 5^7 = (-10)^7$$

$$9 \cdot 9^2 \cdot 9^3 = 9^6$$

$$2^3 \cdot 2^5 \cdot 2 = 2^9$$

$$(3^7)^3 = 3^{21}$$

$$3^2 \cdot 9^4 = 3^2 \cdot 3^8 = 3^{10}$$

$$3^2 \cdot 4^2 = 12^2$$

$$(3^2 \cdot 3^5)^2 = (3^7)^2 = 3^{14}$$

$$(-5)^2 \cdot (-5) = (-5)^3$$

$$(5^2)^4 \cdot 5 = 5^8 \cdot 5 = 5^9$$

7. Ecris les nombres suivants en notation scientifique

$$0,000\,21 = 2,1 \cdot 10^{-4}$$

$$7\,140\,000 = 7,14 \cdot 10^6$$

$$0,029\,14 = 2,914 \cdot 10^{-2}$$

$$0,002\,001 = 2,001 \cdot 10^{-3}$$

$$254\,000\,000 = 2,54 \cdot 10^8$$

$$31\,000 = 3,1 \cdot 10^4$$

8. Transforme les produits suivants en notation scientifique

$$456 \cdot 10^9 = 4,56 \cdot 10^{11}$$

$$0,000\ 009 \cdot 10^{-5} = 9 \cdot 10^{-11}$$

$$43 \cdot 10^{-6} = 4,3 \cdot 10^{-5}$$

$$2\ 150 \cdot 10^7 = 2,15 \cdot 10^{10}$$

$$654 \cdot 10^8 = 6,54 \cdot 10^{10}$$

$$0,007\ 94 \cdot 10^9 = 7,94 \cdot 10^6$$

9. Calcule en utilisant les puissances de 10 et exprime ta réponse en notation scientifique

$$\begin{aligned} 0,03 \cdot 0,0002 &= \\ 3 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-4} &= \\ 6 \cdot 10^{-6} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-3\ 000)^3 &= \\ (-3 \cdot 10^3)^3 &= \\ -27 \cdot 10^9 &= \\ -2,7 \cdot 10^{10} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5,1 \cdot 0,004 &= \\ 51 \cdot 10^{-1} \cdot 4 \cdot 10^{-3} &= \\ 204 \cdot 10^{-4} &= \\ 2,04 \cdot 10^{-2} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-0,000\ 06)^3 &= \\ (-6 \cdot 10^{-5})^3 &= \\ -216 \cdot 10^{-15} &= \\ -2,16 \cdot 10^{-13} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4,2 \cdot 0,0003 &= \\ 42 \cdot 10^{-1} \cdot 3 \cdot 10^{-4} &= \\ 126 \cdot 10^{-5} &= \\ 1,26 \cdot 10^{-3} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 19 \cdot 10^{-1} \cdot 2 \cdot 10^{-5} &= \\ 38 \cdot 10^{-6} &= \\ 3,8 \cdot 10^{-5} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (0,002)^5 &= \\ (2 \cdot 10^{-3})^5 &= \\ 32 \cdot 10^{-15} &= \\ 3,2 \cdot 10^{-14} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 37 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-7} &= \\ 54 \cdot 10^{-2} &= \\ 5,4 \cdot 10 & \end{aligned}$$

10. Complète

$$\left(\frac{-3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\left(\frac{10}{3}\right)^{-2} = \frac{9}{100}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}$$

$$\left(\frac{-1}{4}\right)^{-2} = 16$$

$$\left(\frac{-1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{4}{25}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^6$$

11. Simplifie en utilisant les propriétés des puissances

$$\frac{2^3 \cdot 3 \cdot 5^2}{2 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = 2^2 \cdot 3^{-1}$$

$$\frac{2^2 \cdot 3^6 \cdot 5^2}{3^4 \cdot 5^4 \cdot 7} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^{-2} \cdot 7^{-1}$$

$$\frac{2^3 \cdot 5 \cdot 13^2}{2^5 \cdot 5^2 \cdot 13} = 2^{-2} \cdot 5^{-1} \cdot 13^3$$

5. Puissances

1. Quelques subtilités

Attention aux subtilités d'écriture des puissances comprenant signe « - » et parenthèses et à la position de l'exposant.

$$5^2 \text{ est le carré de } 5 \rightarrow 5^2 = 5 \cdot 5 = 25$$

$$(-5)^2 \text{ est le carré de l'opposé de } 5 \rightarrow (-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$$

$$-5^2 \text{ est l'opposé du carré de } 5 \rightarrow -5^2 = -5 \cdot 5 = -25$$

2. Propriétés des puissances

Nom de la propriété	Expression algébrique	Exemple numérique
puissance d'un produit	$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$	$(3 \cdot 4)^2 = 3^2 \cdot 4^2$
puissance d'un quotient	$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2}$
puissance d'une puissance	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$(4^3)^2 = 4^{3 \cdot 2} = 4^6$
produit de puissances de même base	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$4^3 \cdot 4^2 = 4^{3+2} = 4^5$
quotient de puissances de même base	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{2^7}{2^4} = 2^{7-4} = 2^3$

conséquences de la dernière propriété

a. **toute puissance dont l'exposant est 0 vaut 1** car

$$1 = \frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0$$

b. **une puissance dont l'exposant est négatif est égal à une puissance dont la base est inversée et l'exposant est l'opposé de celui de la première puissance**

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$$

en effet, si $\frac{2^3}{2^7} = 2^{-4}$

et, $\frac{2^3}{2^7} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2^4}$

alors, $2^{-4} = \frac{1}{2^4}$

or, on sait que $2 = \frac{2}{1}$

donc, les bases sont bien inversées et les exposants, opposés

3. Puissances de 10 et notation scientifique

- Tout multiple de 10 peut s'écrire sous la forme d'une puissance de 10 où le nombre de 0 après le 1 est égal à l'exposant de la puissance

ex. : 1 000 000 = 10^6 (6 zéros)

- Toute puissance de 10 dont l'exposant est négatif vaut un nombre à virgule composé uniquement de 0 excepté le dernier chiffre qui vaut 1. La valeur de l'exposant indique le nombre de chiffre après la virgule.

ex. : $10^{-6} = 0,000\ 001$ (6 chiffres après la virgules)

- Un nombre en notation scientifique s'écrit sous la forme d'un produit de deux facteurs :

- le premier est un nombre à virgule dont la partie entière est un seul chiffre différent de 0
- le second est une puissance de 10 à exposant entier, positif pour les grands nombres, négatif pour les petits nombres.

exemples :

$$6\ 000\ 000 = 6 \cdot 1\ 000\ 000 = 6 \cdot 10^6$$

$$5\ 678\ 000 = 5,678 \cdot 1\ 000\ 000 = 5,678 \cdot 10^6$$

$$0,000\ 004 = 4 \cdot 0,000\ 001 = 4 \cdot 10^{-6}$$

$$0,000\ 345 = 3,45 \cdot 0,000\ 1 = 3,45 \cdot 10^{-4}$$

1.1. Vocabulaire des 5 opérations

1. En utilisant uniquement des nombres naturels, écris le nombre 36 sous la forme

- d'une somme de 2 termes égaux
- d'un produit dont un facteur vaut 3
- d'un quotient dont le diviseur vaut 4
- d'un produit de deux facteurs égaux
- d'une somme dont le premier terme vaut 23
- d'une différence dont le premier terme vaut 45

2. Traduis chaque phrase en calcul.

- la somme de 32 et 41
- le produit de 5 par 3
- la différence entre 56 et 23
- le quotient de 32 par 8
- la différence entre deux naturels vaut 46. Si le premier terme est 87, que vaut le second terme?
- la somme de 5 et du triple de 3
- le carré de la somme de 4 et 7
- le triple de la différence entre l'opposé de 8 et 2
- la somme des opposés de 7 et 9
- le quotient du carré de 6 et du double de l'opposé de 9
- l'opposé du carré de 5
- le carré de l'opposé de 5

3. Calcule les puissances suivantes

- | | |
|-------------|-------------|
| • $2^3=$ | • $(-3)^3=$ |
| • $(-4)^3=$ | • $-2^2=$ |
| • $-7^2=$ | • $-1^4=$ |
| • $10^4=$ | • $(-1)^4=$ |

4. Relie chaque situation à l'opération correspondante

Trois personnes sont au restaurant. Elles commandent 3 plats du jour à 12€ pièce et deux bouteilles de limonade à 3€ pièce.

Si l'addition est partagée équitablement, quelle somme devra être payée par chaque personne?

$$12 : 3 - 2 \cdot 3$$

Trois enfants se partagent 12€. Ils achètent ensuite chacun 2 paquets de carte de jeu à 3€ pièce. Quelle somme reste-t-il à chacun?

$$3 \cdot 12 - 2 \cdot 3$$

Trois amis se rendent à un match de football. L'entrée coûte 12€ mais 2 des amis possèdent un bon de réduction de 3€ chacun. Quelle somme sera déboursée au total par les trois amis?

$$(3 \cdot 12 + 2 \cdot 3) : 3$$

1.1. Vocabulaire des 5 opérations - CORRECTIF

1. En utilisant uniquement des nombres naturels, écris le nombre 36 sous la forme

- d'une somme de 2 termes égaux

$$36 = 18 + 18$$

- d'un produit dont un facteur vaut 3

$$36 = 3 \cdot 12$$

- d'un quotient dont le diviseur vaut 4

$$36 = 144 : 4$$

- d'un produit de deux facteurs égaux

$$36 = 6 \cdot 6$$

- d'une somme dont le premier terme vaut 23

$$36 = 23 + 13$$

- d'une différence dont le premier terme vaut 45

$$36 = 45 - 9$$

2. Traduis chaque phrase en calcul.

- la somme de 32 et 41 = $32 + 41$

- le produit de 5 par 3 = $5 \cdot 3$

- la différence entre 56 et 23 = $56 - 23$

- le quotient de 32 par 8 = $32 : 8$

- la différence entre deux naturels vaut 46. Si le premier terme est 87, que vaut le second terme? $46 = 87 - \text{second terme}$ ou $\text{second terme} = 87 - 46$

- la somme de 5 et du triple de 3 = $5 + 3 \cdot 3$

- le carré de la somme de 4 et 7 = $(4 + 7)^2$

- le triple de la différence entre l'opposé de 8 et 2 = $3 \cdot (-8 - 2)$

- la somme des opposés de 7 et 9 = $-7 + (-9)$

- le quotient du carré de 6 et du double de l'opposé de 9 = $6^2 : [2 \cdot (-9)]$

- l'opposé du carré de 5 = -5^2

- le carré de l'opposé de 5 = $(-5)^2$

3. Calcule les puissances suivantes

- $2^3 = 8$
- $(-4)^3 = -64$
- $-7^2 = -49$
- $10^4 = 10\ 000$
- $(-3)^3 = -27$
- $-2^2 = -4$
- $-1^4 = -1$
- $(-1)^4 = 1$

4. Relie chaque situation à l'opération correspondante

Trois personnes sont au restaurant. Elles commandent 3 plats du jour à 12€ pièce et deux bouteilles de limonade à 3€ pièce.

Si l'addition est partagée équitablement, quelle somme devra être payée par chaque personne?

Trois enfants se partagent 12€. Ils achètent ensuite chacun 2 paquets de carte de jeu à 3€ pièce. Quelle somme reste-t-il à chacun?

Trois amis se rendent à un match de football. L'entrée coûte 12€ mais 2 des amis possèdent un bon de réduction de 3€ chacun. Quelle somme sera déboursée au total par les trois amis?

$$12 : 3 - 2 \cdot 3$$

$$3 \cdot 12 - 2 \cdot 3$$

$$(3 \cdot 12 + 2 \cdot 3) : 3$$

I. Les Bases

1. Vocabulaire des 5 opérations

1. Les quatre opérations fondamentales

	Premier élément - a	Symbole	Second élément - b	Résultat	Exemple
Addition $a + b$	premier terme	+	deuxième terme	somme	$5 + 7 = 12$
Soustraction $a - b$	premier terme	-	deuxième terme	différence	$12 - 5 = 7$
Multiplication $a \cdot b$	facteur	x ou .	facteur	produit	$6 \times 7 = 42$
Division $a : b$	dividende	:	diviseur	quotient	$56 : 7 = 8$

2. L'exponentiation : la cinquième opération

a = la base

a^b

b = l'exposant

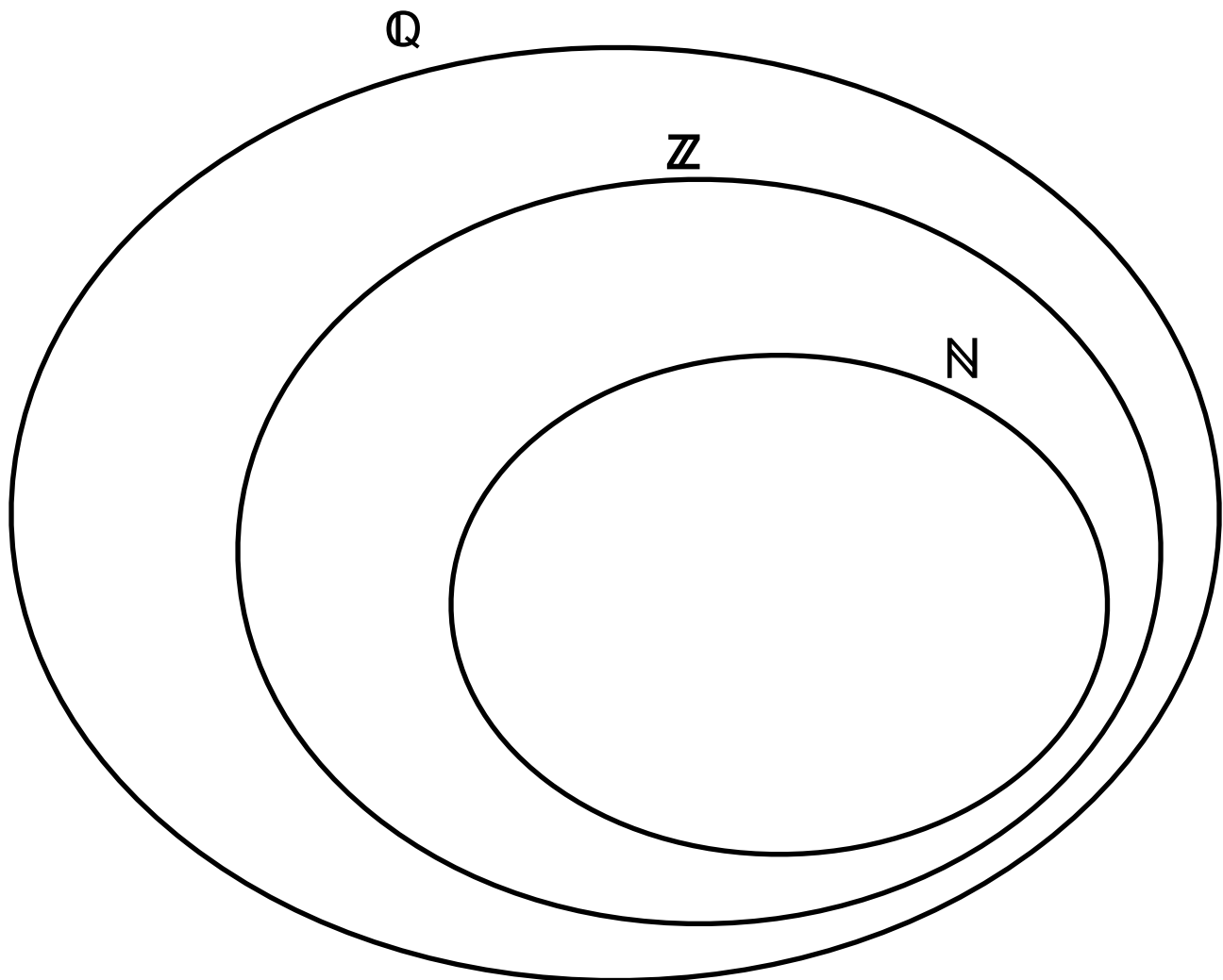
méthode de calcul : il faut multiplier la base par elle-même autant de fois que spécifié par l'exposant

exemple : $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

1.2. Ensembles de nombres

1. Place les nombres suivants dans l'ensemble qui convient

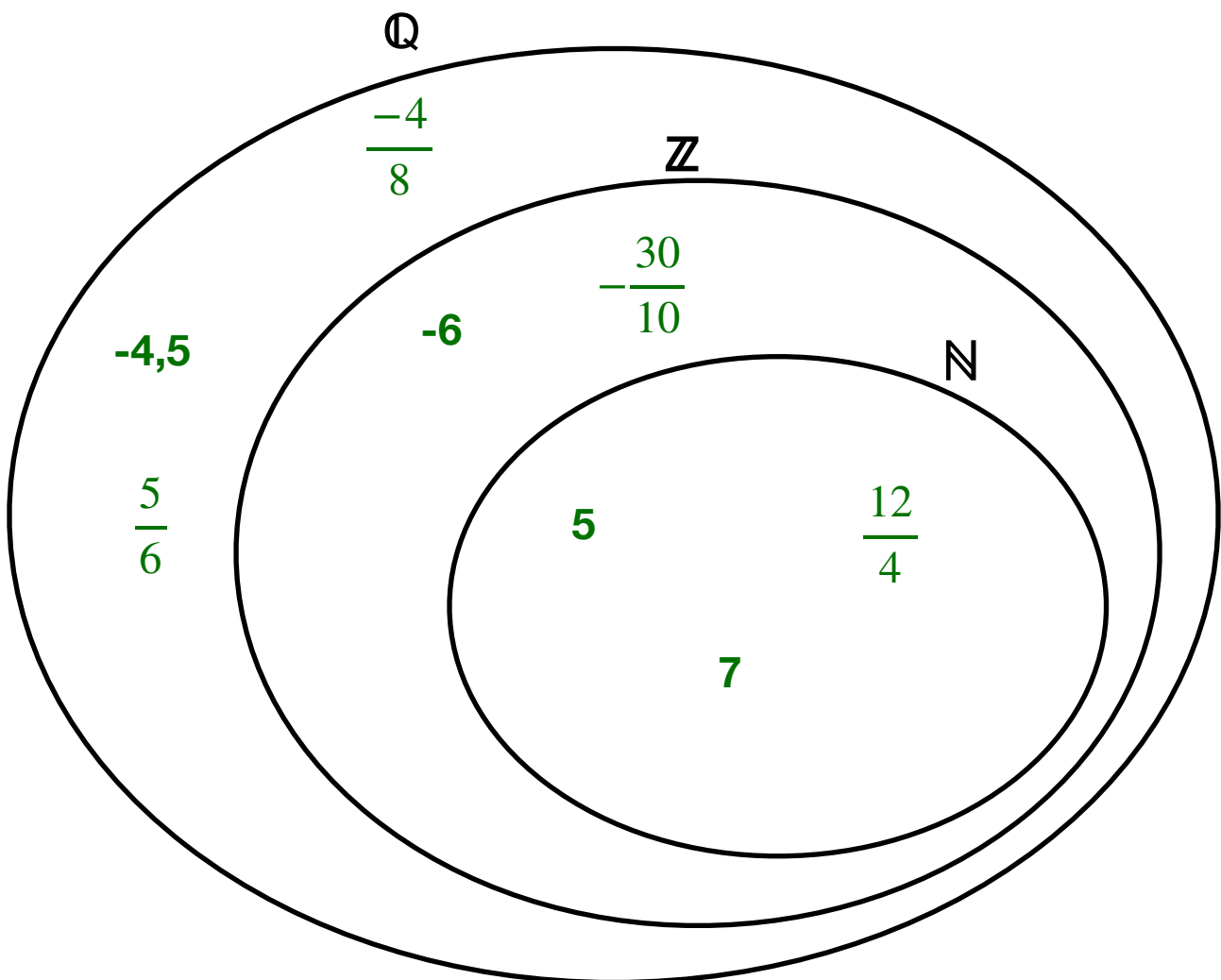
5 ; -6 ; $-4,5$; $\frac{12}{4}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{-4}{8}$; 7 ; $-\frac{30}{10}$



1.2. Ensembles de nombres - CORRECTIF

1. Place les nombres suivants dans l'ensemble qui convient

$$5 ; -6 ; -4,5 ; \frac{12}{4} ; \frac{5}{6} ; \frac{-4}{8} ; 7 ; -\frac{30}{10}$$



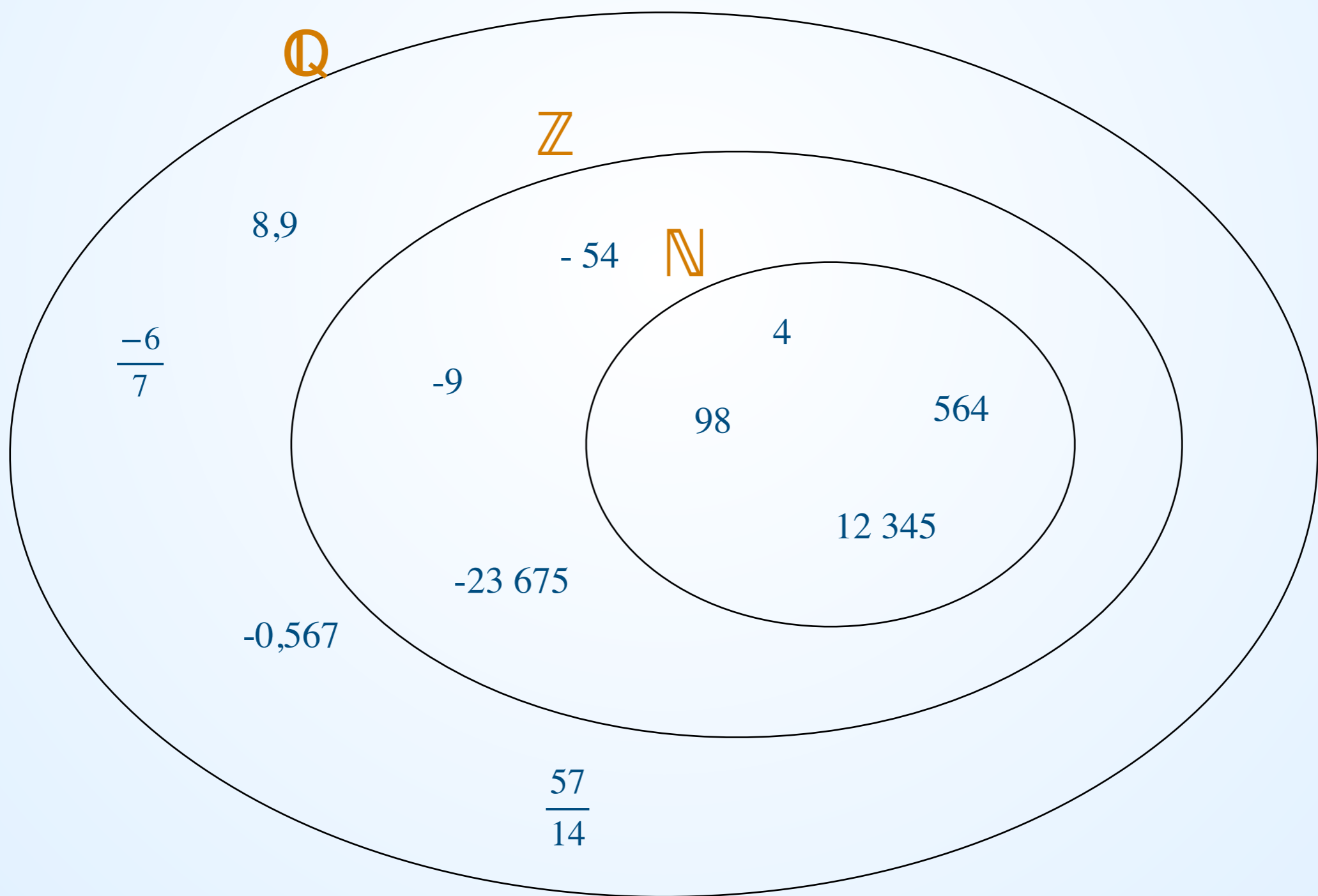
I. Les Bases

2. Ensembles de nombres

Naturels : nombres entiers positifs (pas de virgule, de fraction, de négatif) - symbole : \mathbb{N}

Entiers : nombres sans virgule, sans fraction, positif ou négatif - symbole : \mathbb{Z}

Rationnels : nombres pouvant s'écrire sous la forme d'un quotient (fraction) ou sous forme décimale avec une virgule, positif ou négatif - symbole : \mathbb{Q}



Un nombre naturel est un nombre entier.

Un nombre entier est un rationnel.

1.3. Comparer des entiers

1. Justifie si les inégalités suivantes sont vraies ou fausses en utilisant une règle ou une propriété

- $13 < 21$
- $-7 < -5$
- $34 > 23$
- $0 < 6$
- $-6 > 0$
- $-12 > -15$
- $45 < -45$
- $0 < -2$
- $-23 > -19$
- $-15 > 2$

2. Vrai ou faux?

- L'opposé d'un nombre négatif est un nombre positif
- Deux nombres opposés ont la même valeur absolue
- Le nombre $-3,4$ est compris entre -4 et -3
- Deux nombres de signes contraires sont opposés
- La valeur absolue d'un nombre dépend de son signe

3. Classe les nombres en ordre croissant

7 -6 0 -10 6 -4

4. Complète par $<$ ou $>$

- $2 \dots\dots 3$
- $-7 \dots\dots 5$
- $2 \dots\dots -2$
- $-2 \dots\dots -3$
- $-12 \dots\dots -5$
- $11 \dots\dots 31$
- $-7 \dots\dots -5$
- $3 \dots\dots -2$

1.3. Comparer des entiers - CORRECTIF

1. Justifie si les inégalités suivantes sont vraies ou fausses en utilisant une règle ou une propriété

- $13 < 21$ **V** car $|13| < |21|$
- $-12 > -15$ **V** car $|-12| < |-15|$
- $-7 < -5$ **V** car $|-7| > |-5|$
- $45 < -45$ **F** positif $>$ négatif
- $34 > 23$ **V** car $|34| > |23|$
- $0 < -2$ **F** car $0 >$ négatif
- $0 < 6$ **V** car positif > 0
- $-23 > -19$ **F** car $|-23| > |-19|$
- $-6 > 0$ **F** car négatif < 0
- $-15 > 2$ **F** car négatif $<$ positif

2. Vrai ou faux?

- L'opposé d'un nombre négatif est un nombre positif **VRAI**
- Deux nombres opposés ont la même valeur absolue **VRAI**
- Le nombre -3,4 est compris entre -4 et -3 **VRAI**
- Deux nombres de signes contraires sont opposés **FAUX**
- La valeur absolue d'un nombre dépend de son signe **FAUX**

3. Classe les nombres en ordre croissant

7 -6 0 -10 6 -4

-10 < -6 < -4 < 0 < 6 < 7

4. Complète par < ou >

- $2 < 3$
- $-12 < -5$
- $-7 < 5$
- $11 < 31$
- $2 > -2$
- $-7 < -5$
- $-2 > -3$
- $3 > -2$

3. Comparaison d'entiers

1. Symboles

Pour comparer deux nombres, on utilise deux symboles mathématiques :

« $<$ » se lit « est inférieur à »

$2 < 7$ se traduit donc par « 2 est inférieur à 7 »

« $>$ » se lit « est supérieur à »

$7 > 2$ se traduit donc par « 7 est supérieur à 2 »

2. Valeur absolue

La valeur absolue d'un nombre - VA - est sa distance par rapport à 0 sur une droite graduée.

Ainsi, 6 et -6 auront la même VA.

Son symbole est $|n|$ où n est le nombre dont on cherche la VA.

On écrira par exemple $|6| = |-6|$

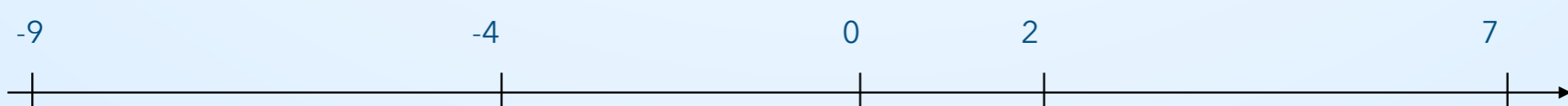
3. Méthode

Un nombre positif est toujours supérieur à un nombre négatif

Pour comparer deux nombres de même signe, on compare leurs VA :

- s'ils sont positifs, celui dont la VA est la plus petite est inférieur à l'autre
ex. : $2 < 7$ car $|2| < |7|$
- s'ils sont négatifs, celui dont la VA est plus petite est supérieur à l'autre
ex. : $-4 > -9$ car $|-4| < |-9|$

Plus visuellement, sur une droite graduée, un nombre situé plus à droite est supérieur à un nombre situé plus à gauche



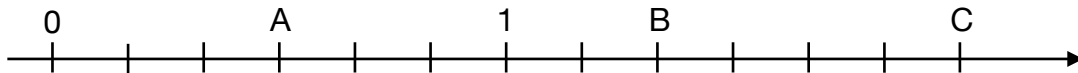
1.4. Fractions - Notions et calculs simples

1. Complète pour que les égalités soient respectées

$$\frac{\quad}{15} = \frac{2}{3} = \frac{\quad}{12} = \frac{16}{\quad} = \frac{22}{\quad}$$

$$\frac{66}{\quad} = \frac{\quad}{12} = \frac{33}{18} = \frac{11}{\quad} = \frac{\quad}{30}$$

2. Détermine l'abscisse des points A, B et C (sous forme de fraction irréductible)



3. Encadre les fractions suivantes par deux nombres naturels consécutifs

$$\dots < \frac{15}{2} < \dots$$

$$\dots < \frac{6}{15} < \dots$$

$$\dots < \frac{84}{20} < \dots$$

$$\dots < \frac{28}{5} < \dots$$

$$\dots < \frac{20}{3} < \dots$$

$$\dots < \frac{125}{40} < \dots$$

4. Compare les fractions suivantes (< ou >)

$$\frac{2}{5} \dots \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{10} \dots \frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{5} \dots \frac{4}{9}$$

$$\frac{5}{6} \dots \frac{7}{8}$$

$$\frac{20}{15} \dots \frac{5}{3}$$

$$\frac{5}{4} \dots \frac{5}{3}$$

5. Calcule et rend irréductible

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5} =$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{12} =$$

$$\frac{4}{9} : \frac{35}{33} =$$

$$\frac{42}{14} : 4 =$$

$$\frac{9}{5} \cdot \frac{15}{2} =$$

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{6} =$$

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{11}{3} =$$

$$\frac{15}{8} - \frac{13}{24} =$$

$$2 + \frac{2}{15} =$$

$$\frac{3}{14} + \frac{5}{7} =$$

6. Transforme en fraction et calcule

$$4,2 \cdot 0,01 =$$

$$0,5 \cdot 0,05 =$$

$$5 \cdot 1,2 =$$

$$0,24 : 0,5 =$$

$$0,12 + 0,4 =$$

$$0,5 : 0,1 =$$

7. Dans une école, il y a 720 élèves. 72 viennent à pied, 144 à vélo et 360 en bus. Le reste des élèves viennent accompagnés en voiture. Détermine la fraction irréductible du nombre total d'élèves qui viennent en bus?

8. Associe chaque fraction à la proposition qui lui correspond

La fraction négative la plus grande

$$\frac{-17}{23}$$

La fraction négative la plus petite

$$\frac{23}{17}$$

La fraction positive la plus grande

$$-\frac{23}{17}$$

La fraction positive la plus petite

Une fraction supérieure à l'unité

$$\frac{17}{23}$$

Une fraction inférieure à l'unité

9. Classe par ordre croissant

$$\frac{-17}{8} \quad \frac{13}{11} \quad \frac{-17}{11} \quad \frac{-15}{11} \quad \frac{17}{11} \quad \frac{-3}{4}$$

10. Encadre les fractions suivantes avec la précision demandée

au dixième près $\dots < \frac{100}{23} < \dots$ $\dots < \frac{-72}{11} < \dots$

au centième près $\dots < \frac{-13}{500} < \dots$ $\dots < \frac{14}{13} < \dots$

au millième près $\dots < -\frac{27}{23} < \dots$ $\dots < \frac{13}{32} < \dots$

11. Calcule et rend irréductible

$$\frac{-6}{48} + \frac{-5}{60} =$$

$$\frac{5}{63} - \frac{5}{45} =$$

$$\frac{-1}{4} + 0,5 =$$

$$\frac{22}{15} : 11 =$$

$$\frac{-1}{3} : \frac{-1}{4} =$$

$$\frac{3}{5} \cdot 0,3 =$$

$$\frac{-5}{24} \cdot -8 =$$

$$\frac{125}{300} - \frac{40}{240} =$$

$$\frac{14}{15} \cdot \frac{20}{21} =$$

$$1,4 \cdot \frac{5}{7} =$$

12. Une citerne d'eau est remplie aux trois quarts. Après une période de fortes pluies pendant laquelle 250 litres ont été récoltés, la citerne est alors remplie aux quatre cinquièmes. Calcule la capacité totale de la citerne.

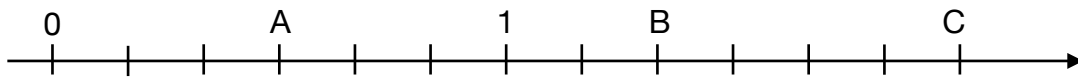
1.4. Fractions - Notions et calculs simples - CORRECTIF

1. Complète pour que les égalités soient respectées

$$\frac{10}{15} = \frac{2}{3} = \frac{8}{12} = \frac{16}{24} = \frac{22}{33}$$

$$\frac{66}{36} = \frac{22}{12} = \frac{33}{18} = \frac{11}{6} = \frac{55}{30}$$

2. Détermine l'abscisse des points A, B et C (sous forme de fraction irréductible)



$$A = \frac{1}{2} \quad B = \frac{4}{3} \quad C = 2$$

3. Encadre les fractions suivantes par deux nombres naturels consécutifs

$$7 < \frac{15}{2} < 8$$

$$0 < \frac{6}{15} < 1$$

$$4 < \frac{84}{20} < 5$$

$$5 < \frac{28}{5} < 6$$

$$6 < \frac{20}{3} < 7$$

$$3 < \frac{125}{40} < 4$$

4. Compare les fractions suivantes (< ou >)

$$\frac{2}{5} < \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{10} < \frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{5} < \frac{4}{9}$$

$$\frac{5}{6} < \frac{7}{8}$$

$$\frac{20}{15} < \frac{5}{3}$$

$$\frac{5}{4} < \frac{5}{3}$$

5. Calcule et rend irréductible

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{30}$$

$$\frac{4}{9} : \frac{35}{33} = \frac{4}{9} \cdot \frac{33}{35} = \frac{44}{105}$$

$$\frac{42}{14} : 4 = \frac{42}{14} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{9}{5} \cdot \frac{15}{2} = \frac{27}{2}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{6} = \frac{13}{30}$$

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{11}{3} = \frac{44}{15}$$

$$\frac{15}{8} - \frac{13}{24} = \frac{32}{24} = \frac{4}{3}$$

$$2 + \frac{2}{15} = \frac{32}{15}$$

$$\frac{3}{14} + \frac{5}{7} = \frac{13}{14}$$

6. Transforme en fraction et calcule

$$4,2 \cdot 0,01 = \frac{42}{10} \cdot \frac{1}{100} = \frac{21}{500}$$

$$0,5 \cdot 0,05 = \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{100} = \frac{1}{40}$$

$$5 \cdot 1,2 = \frac{5}{1} \cdot \frac{12}{10} = 6$$

$$0,24 : 0,5 = \frac{24}{100} \cdot \frac{10}{5} = \frac{12}{25}$$

$$0,12 + 0,4 = \frac{12}{100} + \frac{4}{10} = \frac{13}{25}$$

$$0,5 : 0,1 = \frac{5}{10} \cdot \frac{10}{1} = 5$$

7. Dans une école, il y a 720 élèves. 72 viennent à pied, 144 à vélo et 360 en bus. Le reste des élèves viennent accompagnés en voiture. Détermine la fraction irréductible du nombre total d'élèves qui viennent en bus?

$$72 = \frac{1}{10} \text{ de } 720$$

$$144 = \frac{1}{5} \text{ de } 720$$

$$360 = \frac{1}{2} \text{ de } 720$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{1+2+5}{10} = \frac{7}{10}$$

Restent $\frac{3}{10}$ des élèves qui

viennent en bus

8. Associe chaque fraction à la proposition qui lui correspond

La fraction négative la plus grande	$\frac{-17}{23}$
La fraction négative la plus petite	$\frac{23}{17}$
La fraction positive la plus grande	$\frac{-23}{17}$
La fraction positive la plus petite	$\frac{17}{23}$
Une fraction supérieure à l'unité	$\frac{17}{17}$
Une fraction inférieure à l'unité	$\frac{17}{23}$

9. Classe par ordre croissant

$$\frac{-17}{8} \quad \frac{13}{11} \quad \frac{-17}{11} \quad \frac{-15}{11} \quad \frac{17}{11} \quad \frac{-3}{4}$$

$$\frac{-17}{8} < \frac{-17}{11} < \frac{-15}{11} < \frac{-3}{4} < \frac{13}{11} < \frac{17}{11}$$

10. Encadre les fractions suivantes avec la précision demandée

au dixième près $4,3 < \frac{100}{23} < 4,4$ $-6,6 < \frac{-72}{11} < -6,5$

au centième près $-0,03 < \frac{-13}{500} < -0,02$ $1,07 < \frac{14}{13} < 1,08$

au millième près $-1,174 < -\frac{27}{23} < -1,173$ $0,406 < \frac{13}{32} < 0,407$

11. Calcule et rend irréductible

$$\frac{-6}{48} + \frac{-5}{60} = \frac{-5}{24}$$

$$\frac{5}{63} - \frac{5}{45} = \frac{-2}{63}$$

$$\frac{-1}{4} + 0,5 = \frac{1}{4}$$

$$\frac{22}{15} : 11 = \frac{22}{15} \cdot \frac{1}{11} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{-1}{3} : \frac{-1}{4} = \frac{-1}{3} \cdot \frac{-4}{1} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{3}{5} \cdot 0,3 = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{10} = \frac{9}{50}$$

$$\frac{-5}{24} \cdot -8 = \frac{5}{3}$$

$$\frac{125}{300} - \frac{40}{240} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{14}{15} \cdot \frac{20}{21} = \frac{8}{9}$$

$$1,4 \cdot \frac{5}{7} = \frac{14}{10} \cdot \frac{5}{7} = 1$$

12. Une citerne d'eau est remplie aux trois quarts. Après une période de fortes pluies pendant laquelle 250 litres ont été récoltés la citerne est alors remplie aux quatre cinquièmes. Calcule la capacité totale de la citerne.

$$\frac{3}{4} + 250 \text{ litres} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{15}{20} + 250 \text{ litres} = \frac{16}{20}$$

$$250 \text{ litres} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{20}{20} = 5000 \text{ litres}$$

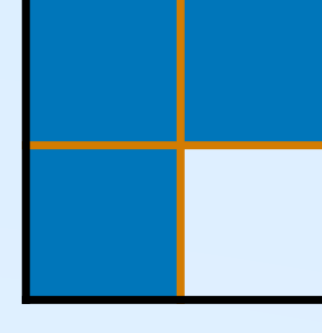
4. Fractions : Notions et calculs simples

1. Vocabulaire et interprétations

$$\frac{3}{4} \begin{array}{l} \rightarrow \text{numérateur} \\ \rightarrow \text{dénominateur} \end{array}$$

a. fraction partage

$\frac{3}{4}$ peut signifier qu'il faut partager un objet en 4 parties égales et en prendre 3



b. fraction opérateur

prendre les $\frac{3}{4}$ d'un nombre signifie qu'il faut le multiplier par 3, puis le diviser par 4 (ou inversement).

$$\text{ex. : } \frac{3}{4} \text{ de } 12 = (12 \times 3) : 4 = 36 : 4 = 9$$

$$\text{ou } = (12 : 4) \times 3 = 3 \times 3 = 9$$

c. fraction quotient - nombre rationnel

$\frac{3}{4}$ est le quotient de 3 par 4 et donc un nombre rationnel. $\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75$

Inversement, pour transformer un nombre rationnel à virgule en fraction, on le transformera d'abord en fraction dont le dénominateur est un multiple de 10. On réduira ensuite la fraction.

$$\text{ex. : } 0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

On peut en déduire que :

– une fraction dont le dénominateur est 1 est égale au numérateur

$$\text{ex. : } 5 = 5 : 1 = \frac{5}{1}$$

– une fraction est nulle si son numérateur est nul

$$\text{ex. : } \frac{0}{4} = 0$$

– une fraction dont le numérateur est égal au dénominateur vaut 1

$$\text{ex. : } \frac{4}{4} = 1$$

d. encadrer une fraction

Encadrer une fraction, c'est déterminer quels sont les nombres qui lui sont directement inférieur et supérieur avec un niveau de précision déterminé - à l'unité, au dixième, au centième, ... près. La valeur inférieure est dite **par défaut**, la supérieure **par excès**.

Il faut dans un premier temps calculer la valeur rationnelle de la fraction.

$$\text{ex. : pour encadrer } \frac{22}{7} = 3,142857\dots$$

$$\text{à l'unité près : } 3 < \frac{22}{7} < 4$$

$$\text{au dixième près : } 3,1 < \frac{22}{7} < 3,2$$

$$\text{au centième près : } 3,14 < \frac{22}{7} < 3,15$$

$$\text{au millième près : } 3,142 < \frac{22}{7} < 3,143$$

2. Simplification, fractions équivalentes et comparaison

Deux fractions sont **équivalentes** lorsqu'on peut multiplier ou diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre.

$$\text{ex. : } \frac{6}{8} \xrightarrow{\times 2} \frac{12}{16} \xrightarrow{: 4} \frac{3}{4} \xrightarrow{\times 10} \frac{30}{40} = \dots$$

La fraction $\frac{3}{4}$ de la série précédente est dite **irréductible** car elle ne peut plus être simplifiée.

Pour **comparer** deux fractions, il faut les réduire au même dénominateur et comparer leurs numérateurs.

$$\text{ex. : } \frac{2}{3} < \frac{6}{7} \text{ car } \frac{14}{21} < \frac{18}{21}$$

On peut **simplifier** une fraction ou un produit de fractions. Il faut diviser n'importe quel numérateur et n'importe quel dénominateur par le même nombre.

$$\frac{5}{10} \cdot \frac{12}{14} \cdot \frac{21}{16} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4}$$

3. Opérations simples

Un nombre entier peut toujours s'écrire sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est 1

a. additions et soustractions

Pour additionner ou soustraire des fractions, il suffit :

- de les **simplifier** si possible
- de les **réduire** au même dénominateur
- d'**additionner** ou de **soustraire** les nouveaux numérateurs
- si possible, de **simplifier** la fraction ainsi obtenue

LES DENOMINATEURS **NE** S'ADDITIONNENT/SE SOUSTRAIENT **PAS**

$$\text{ex. : } \frac{3}{2} + \frac{5}{4} - \frac{2}{5} = \frac{30}{20} + \frac{25}{20} - \frac{8}{20} = \frac{30 + 25 - 8}{20} = \frac{47}{20}$$

b. multiplications

Pour multiplier 2 fractions, il suffit :

- de les **simplifier** si possible
- de **multiplier** les numérateurs et les dénominateurs **entre eux**

$$\text{ex. : } \frac{12}{20} \cdot \frac{6}{8} = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{10 \cdot 4} = \frac{9}{40}$$

c. divisions

Diviser par une fraction, c'est multiplier par son inverse.

Pour inverser une fraction, il faut **permuter** son numérateur et son dénominateur

$$\text{ex. : } \frac{3}{4} : \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5}$$