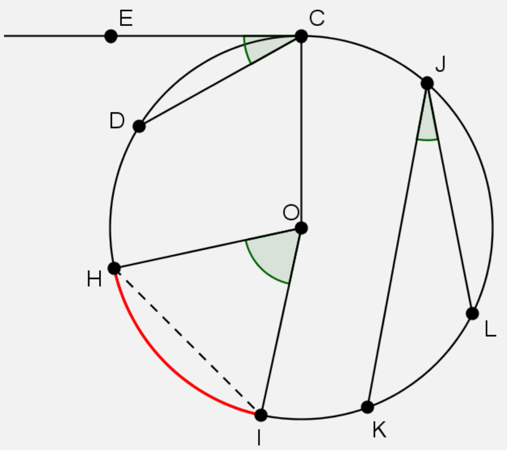
Les angles

Fiche 1 – Angles et cercle



Vocabulaire

$\widehat{HOI}$ est un **angle au centre**.
Il intercepte la **corde** $[HI]$ et **l'arc de cercle** $\overset{\frown}{HI}$.

$\widehat{KJL}$ est un **angle inscrit**.

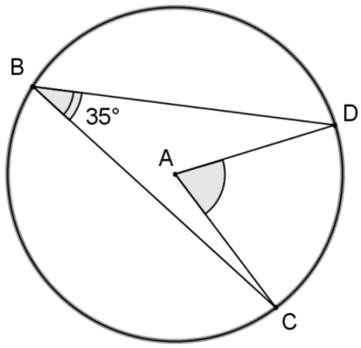
$\widehat{ECD}$ est un **angle tangentiel**.

Propriétés

- Des angles inscrits qui interceptent le même arc de cercle ont la même amplitude.
- L'amplitude d'un angle inscrit vaut la moitié de l'amplitude de l'angle au centre qui intercepte le même arc de cercle.
- L'amplitude d'un angle tangentiel vaut la moitié de l'amplitude de l'angle au centre qui intercepte le même arc de cercle.

Je suis guidé(e)

1. Dans le cercle $\mathcal{C}$ de centre A , détermine l'amplitude de l'angle coloré.



$\widehat{CBD}$ est
- ○ un angle au centre
- ○ un angle inscrit
- ○ un angle tangentiel

qui intercepte l'arc de cercle …

$\widehat{CAD}$ est
- ○ un angle au centre
- ○ un angle inscrit
- ○ un angle tangentiel

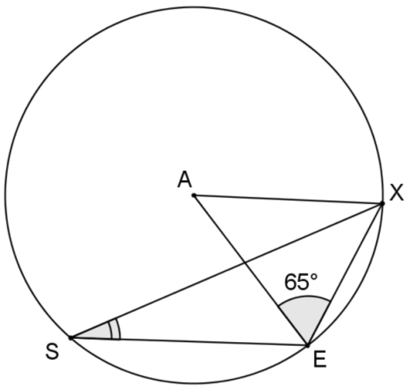
qui intercepte l'arc de cercle ...

On en déduit que l'amplitude de l'angle coloré vaut ….............car

(propriété utilisée) …………………………………………………………

……………………………………………………………………………….

2. Dans le cercle $\mathcal{C}$ de centre A, détermine l'amplitude de l'angle coloré.



Le Δ AXE est ………………… car il a 2 côtés ………………………..…… qui correspondent à 2 ………………… du cercle.

Par conséquent, ses angles à la base ….. et ….. ont la même amplitude.

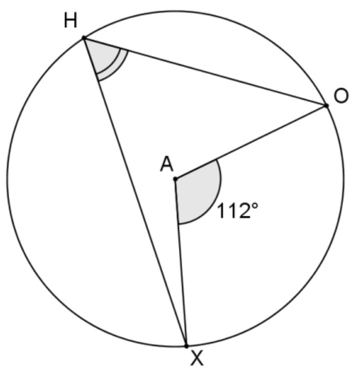
L'amplitude de l'angle au sommet est ……..° car dans tout triangle, (propriété) ……………………………………………….……………………
………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………….

$\widehat{XAE}$ est ○ un angle au centre ○ un angle inscrit ○ un angle tangentiel } qui intercepte l'arc de cercle ……

$\widehat{XSE}$ est ○ un angle au centre ○ un angle inscrit ○ un angle tangentiel } qui intercepte l'arc de cercle ......

Tu peux en déduire que l'amplitude de l'angle $\widehat{ESX}$ vaut ………….
car (propriété utilisée) ……………………………………………………. ………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………

3. Dans le cercle $\mathcal{C}$ ce centre A, détermine l'amplitude de l'angle coloré.

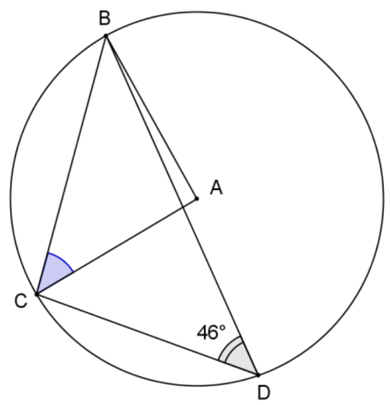


$\widehat{XAO}$ est un angle ……………………….… qui intercepte l'arc de cercle …….

$\widehat{XHO}$ est un angle ……………………….… qui intercepte l'arc de cercle ……

On en déduit que l'amplitude de l'angle coloré vaut ……………. car ……………………..……………………………………………………….
………………………………………………………………………………

4. Dans le cercle $\mathcal{C}$ ce centre A, détermine l'amplitude de l'angle ACB (coloré).



$\widehat{CDB}$ est un angle ……………………..…… qui intercepte l'arc de cercle ……

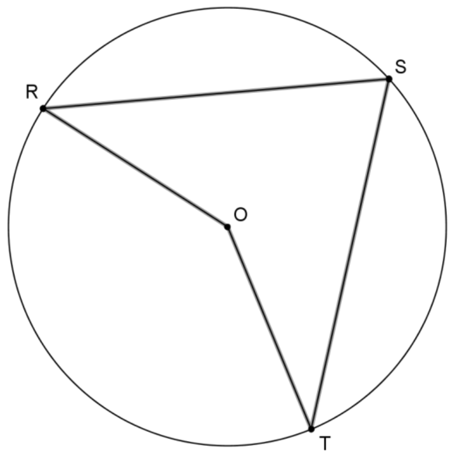
$\widehat{BAC}$ est un angle ……………………….... qui intercepte l'arc de cercle ……

Tu peux en déduire que l'amplitude de $\widehat{BAC}$ vaut ……………… car ………………………………………………………………………………..
……………………………………………………………………………….

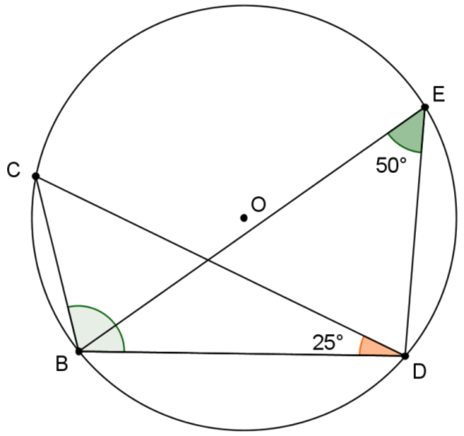
Le Δ BAC est ……………………. car ……………………………...
……………………………………… qui correspondent ……………..
……………………………………………………………………………..

Par conséquent, …………………………………ont la même amplitude.
Donc l'amplitude de l'angle coloré vaut ..………………………………..
car (propriété utilisée) ………………………………………………….
………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………

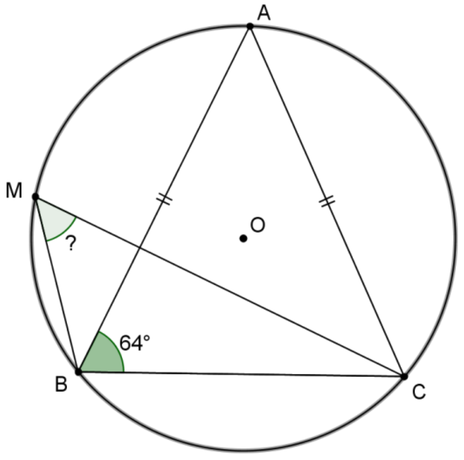
1. Dans le cercle de centre O, $\left|\widehat{RST}\right| = 73°$. Calcule l'amplitude de $\widehat{ROT}$.



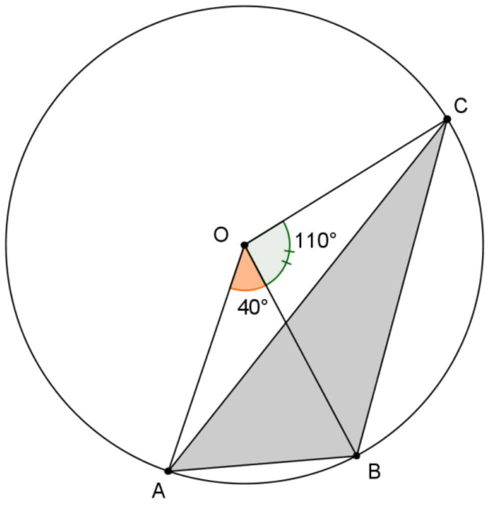
2. On considère le cercle $\mathcal{C}$ de centre O et les triangles CBD et BED inscrits dans ce cercle. Calcule l'amplitude de $\widehat{CBD}$



3. On considère le cercle $\mathcal{C}$ de centre O ainsi que les triangles BAC et BMC inscrits dans ce cercle.
   a) Détermine l'amplitude de $\widehat{BMC}$.
   b) Construis le point P diamétralement opposé à C. Détermine l'amplitude de $\widehat{PBC}$.



4. Dans le cercle $\mathcal{C}$ de centre O, calcule l'amplitude des angles du triangle ABC. Justifie.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Ordre et inéquations

Fiche : Propriétés des inégalités et résolution d'inéquations

A. Propriétés des inégalités

Lorsqu'on ajoute (ou soustrait) un même réel aux deux membres d'une inégalité, on obtient une inégalité de même sens.

$12 > 7$	$5 \leq 9$	$-7 < 4$	$-3 > -6$
$\Leftrightarrow 12+3 > 7+3$	$\Leftrightarrow 5-8 \leq 9-8$	$\Leftrightarrow -7+(-3) < 4+(-3)$	$\Leftrightarrow -3-(-5) > -6-(-5)$
$\Leftrightarrow 15 > 10$	$\Leftrightarrow -3 \leq 1$	$\Leftrightarrow -10 < 1$	$\Leftrightarrow 2 > -1$

Lorsqu'on multiplie (ou divise) les deux membres d'une inégalité par

- un même réel positif non nul, on obtient une inégalité de même sens.
- un même réel négatif non nul, on obtient une inégalité de sens contraire.

$-3 < 7$	$8 \geq -5$	$10 < 15$	$-24 > -30$
$\Leftrightarrow -3 \,.\, 2 < 7 \,.\, 2$	$\Leftrightarrow 8 \,.\, (-3) \leq -5 \,.\, (-3)$	$\Leftrightarrow 10 : 5 < 15 : 5$	$\Leftrightarrow -24 : (-6) < -30 : (-6)$
$\Leftrightarrow -6 < 14$	$\Leftrightarrow -24 \leq 15$	$\Leftrightarrow 2 < 3$	$\Leftrightarrow 4 < 5$

Je m'exerce seul(e)

1. Complète les inégalités ci-dessous.

$-5 < 3$	$-7 > -11$	$4 > -6$	$-16 < 24$
$\Leftrightarrow -5 \,.\, 2 \;\ldots\; 3 \,.\, 2$	$\Leftrightarrow -7-3 \;\ldots\; -11-3$	$\Leftrightarrow 4 \,.\, \left(-\frac{1}{2}\right) \;\ldots\; -6 \,.\, \left(-\frac{1}{2}\right)$	$\Leftrightarrow -16 : 4 \;\ldots\; 24 : 4$

2. Ecris l'inégalité obtenue en effectuant l'opération demandée.

$-3 < 2$	Soustrais 8 aux deux membres de l'inégalité	…………………………
$-11 > -20$	Multiplie les deux membres de l'inégalité par -3	…………………………
$7 > 0$	Ajoute -5 aux deux membres de l'inégalité	…………………………
$-15 < 45$	Divise les deux membres de l'inégalité par -15	…………………………
$a \geq 5$	Multiplie les deux membres de l'inégalité par 10	…………………………
$-2 < b$	Retire -3 aux deux membres de l'inégalité	…………………………

B. Les intervalles et leurs représentations

L'ensemble des réels vérifiant une inégalité se note sous forme d'intervalle ou se représente sur une droite graduée.

Intervalle	Inéquation	Représentation
$]-2;+\infty[$	$x>-2$	
$]-\infty;-2]$	$x\leq -2$	
$[-2;+\infty[$	$x\geq -2$	
$]-\infty;-2[$	$x<-2$	

<u>Conventions</u>

On représente : en **vert** l'ensemble des réels qui <u>vérifient</u> l'inégalité

● un réel qui <u>appartient</u> à l'ensemble des solutions

en **rouge** l'ensemble des réels qui <u>ne vérifient pas</u> l'inégalité

✖ un réel qui <u>n'appartient pas</u> à l'ensemble des solutions

Je m'exerce seul(e)

1. Relie chaque inégalité à sa représentation sur une droite graduée et à son intervalle correspondant.

Intervalle	Inéquation	Représentation
$]-\infty;5[$ •	• $x\geq 5$ •	• 
$]5;+\infty[$ •	• $5>x$ •	• 
$[5;+\infty[$ •	• $x\leq 5$ •	• 
$]-\infty;5]$ •	• $5<x$ •	• 

2. Sur une droite graduée, représente l’ensemble des points dont l’abscisse x vérifie la condition donnée. Indique l’intervalle correspondant.

$x > 1$

$x \geq 3$

$x \leq -4$

$x < -5$

C. *Résolution d'inéquations*

Equations	Inéquations
$2x+4=0$ $2x=-4$ $x=\frac{-4}{2}$ $x=-2$ $S=\{-2\}$	$2x+4\leq 0$ $2x\leq -4$ $x\leq \frac{-4}{2}$ $x\leq -2$  $S=]-\infty;-2]$
$-2x+4=0$ $-2x=-4$ $x=\frac{-4}{-2}$ $x=2$ $S=\{2\}$	$-2x+4<0$ $-2x<-4$ $x>\frac{-4}{-2}$ $x>2$ Lorsqu'on divise ou multiplie par un nombre **négatif**, on obtient une inégalité de **sens contraire**.  $S=]2;+\infty[$

Je m'exerce seul(e)

1. Résous les inéquations. Note l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle et représente-le sur une droite graduée.

$x-5>2$	$3x+4\leq -8$
$-x+7\geq 8$	$-6x+5<3$
$3x-5<x+9$	$5-4x\leq 3x+26$

2. a) Le nombre -3 est-il une solution de l'inéquation $4x+3<3x$?

b) Le nombre 0 appartient-il à l'ensemble des solutions de l'inéquation $3x+7>x+1$?

Les polynômes

Fiche 1 - Généralités

Exercice résolu

$P(x) = 2x^2 + 2x^3 - 4x^2 + 8 - 3x^4$

1. Je réduis.
   a) Y a-t-il des termes semblables ?

      Je les entoure, sans oublier le signe qui les précède.

      Utilise la même couleur pour des termes semblables.

      $P(x) = 2x^2 + 2x^3 - 4x^2 + 8 - 3x^4$

   b) Réduire (= additionner ou soustraire) ces termes semblables et réécrire le polynôme $P(x)$ ainsi réduit.

      $P(x) = -2x^2 + 2x^3 + 8 - 3x^4$

2. Je l'ordonne.

   Je réécris le polynôme en commençant par le monôme ayant l'exposant le plus élevé et de manière décroissante (il est possible aussi d'ordonner de manière croissante en commençant par le monôme ayant l'exposant le plus petit).

   $P(x) = -3x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 8$

3. Je donne le degré de ce polynôme.

   Il correspond à l'exposant le plus élevé.

   Le degré de $P(x)$ est 4.

4. Je regarde si le polynôme est complet.

   J'observe si le polynôme contient toutes les puissances à partir de la plus élevée jusqu'à l'exposant zéro (terme indépendant).

   $P(x) = -3x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 0x^1 + 8x^0$

   Ce polynôme est incomplet, il manque le terme de degré 1.

Réduis, ordonne, complète et indique le degré du polynôme $P(x) = -3x - 8x^2 - 3x + 2x^3 + 5 + 7x^2$

1. Je réduis.

   Entoure les termes semblables en faisant attention aux signes et utilise des couleurs.

   Réécris le polynôme réduit $P(x) =$ ………………………………

2. Je l'ordonne.

   « Range » ton polynôme suivant les puissances décroissantes de la variable.

   $P(x) =$ …………………………………………..

3. Je donne le degré.

   Entoure l'exposant le plus élevé.

   Le degré de $P(x)$ est ……

4. Je vérifie si le polynôme est complet.

   Recopie ton polynôme ordonné et réduit.

   $P(x) =$ ………………………………

   Observe s'il manque un degré.

   Ce polynôme est ○ complet

   ○ incomplet, il manque le terme de …………………

Réduis, ordonne, complète et indique le degré des polynômes ci-dessous.

1) $A(x) = 4x - 6x^4 + 3$

- Je réduis
- J'ordonne
- Je détermine le degré
- Je complète

2) $B(x) = x + 7x^4 - x + 4x^3 - 2x - 5x^3 - 1$

-
-
-
-

3) $C(x) = -3 - 7x - 3x^2 + 2x^3 - x^4 - 5x^5$

-
-
-
-

Les polynômes - Opérations

Fiche 2 - Addition et soustraction

Exercice résolu

Soient les polynômes

$A(x) = 1 - 4x + 6x^2 - 8x^3$

$B(x) = 4x - 2x^2$

Calcule $A(x) + B(x)$

Choisis la méthode qui te convient.

Algébrique

- Ecris les polynômes l'un à la suite des autres entre **( )**.

$$A(x) + B(x) = \left(1 - 4x + 6x^2 - 8x^3\right) + \left(4x - 2x^2\right)$$

- Supprime les **( )**.

$$A(x) + B(x) = 1 - 4x + 6x^2 - 8x^3 + 4x - 2x^2$$

- Réduis et ordonne ton résultat.

$$A(x) + B(x) = -8x^3 + 4x^2 + 1$$

Pratique

- Réduis et ordonne chacun des polynômes.

$A(x) = -8x^3 + 6x^2 - 4x + 1$

$B(x) = -2x^2 + 4x$

- Dispose selon la méthode du calcul écrit sans oublier d'aligner les termes semblables. Si un polynôme est incomplet, il y a lieu de prévoir la place nécessaire pour les termes manquants.

$$\begin{array}{rrrrr} & -8x^3 & +6x^2 & -4x & +1 \\ + & & -2x^2 & +4x & \\ \hline & -8x^3 & +4x^2 & & +1 \end{array}$$

Calcule $A(x) - B(x)$

$$A(x) - B(x) = \left(1 - 4x + 6x^2 - 8x^3\right) - \left(4x - 2x^2\right)$$

$$A(x) - B(x) = 1 - 4x \boxed{+ 6x^2} - 8x^3 - 4x \boxed{+ 2x^2}$$

$$A(x) - B(x) = -8x^3 + 8x^2 - 8x + 1$$

Attention au signe – devant des ( ).

- Dispose........
- Change les signes de chacun des termes du second polynôme (soustraire un terme revient à ajouter son opposé).

$$\begin{array}{rrrrr} & -8x^3 & +6x^2 & -4x & +1 \\ \cancel{(-)} & & \underset{+}{\cancel{-}}2x^2 & \underset{-}{\cancel{+}}4x & \\ \hline & -8x^3 & +8x^2 & -8x & +1 \end{array}$$

Attention au changement de signe pour la soustraction.

Soient les polynômes

$M(a) = 3a^3 - 2a - 3$

$P(a) = -3a^3 + 2a^2 - 1$

Calcule $M(a) - P(a)$

Choisis la méthode qui te convient.

a) Ecris le calcul avec les ( ).

b) Ecris le calcul sans ( ).

c) Réduis et ordonne ton résultat.

a) Ordonne et réduis les polynômes.

b) Effectue en utilisant la disposition pratique.

1) Utilise la méthode de ton choix pour réaliser les deux opérations ci-dessous.

$$A(x) = x^4 - 2x^3 + 8x^2 - 4$$
$$B(x) = 6x^3 - 5x + 2$$

Calcule $A(x) + B(x)$

Calcule $B(x) - A(x)$

2) Effectue $Q(x) + T(x) - R(x)$ en utilisant la méthode de ton choix.

$$Q(x) = -2x^3 + 3x^2 - 3$$
$$R(x) = -x^4 + 2x^3 - x^2 + 8x - 1$$
$$T(x) = -3x^4 + 5x + 8$$

Les polynômes - Opérations

Fiche 3 - Multiplication

Exercice résolu

Soient les polynômes

$$Q(x) = x + 4$$

$$R(x) = 3x^2 + 2x - 1$$

Calcule $Q(x).R(x)$

Choisis la méthode qui te convient.

Algébrique

Ecris les polynômes l'un à la suite de l'autre en utilisant des ( ).

$$Q(x).R(x) = (x+4).(3x^2+2x-1)$$

Distribue.

$$Q(x).R(x) = (x + \boxed{4}).(3x^2 + 2x - 1)$$

$$= 3x^3 + 2x^2 - x + 12x^2 + 8x - 4$$

Réduis le résultat.

$$Q(x).R(x) = 3x^3 + 14x^2 + 7x - 4$$

Pratique

Réduis et ordonne chacun des polynômes si nécessaire.

Dispose selon la méthode du calcul écrit sans oublier d'aligner les termes semblables obtenus dans les produits partiels.

$$\begin{array}{rrrrr}
 & & 3x^2 & +2x & -1 \\
 & & & x & +\boxed{4} \\
\hline
 & 3x^3 & +2x^2 & -x & \\
+ & & 12x^2 & +8x & -4 \\
\hline
 & 3x^3 & +14x^2 & +7x & -4
\end{array}$$

Utilise la méthode de ton choix pour réaliser les deux calculs ci-dessous.

Soient les polynômes

$Q(x) = x + 4$

$R(x) = 3x^2 + 2x - 1$

Calcule $Q(x).R(x)$

Algébrique	Pratique
Ecris le calcul avec les ( ).	Réduis et ordonne les polynômes si nécessaire.
Réduis.	Effectue en utilisant la disposition pratique.
Distribue.	

Je m'exerce seul(e)

Utilise la méthode de ton choix pour réaliser les opérations ci-dessous.

1) Soient les polynômes $D(x)=3x^2-1$ et $E(x)=-3x^2+5x^3+2$
   Effectue $D(x).E(x)$

2) Soient les polynômes $G(x)=x^3-3x^2-4x+1$ et $H(x)=5x^3-2$
   Effectue $G(x).H(x)$

Les polynômes - Opérations

Fiche 4 - Division euclidienne

Exercices résolus

1) Rappel

7 3 1	6
-6	121
1 3	
-1 2	
1 1	
- 6	
5	

731 est le *dividende*

6 est le *diviseur*

121 est le *quotient*

5 est le *reste*

$$731 = 6 \cdot 121 + 5$$

$$\boxed{D = d \cdot q + r \text{ avec } 0 \leq r < d}$$

La méthode pratique de division d'un polynôme par un polynôme est basée sur celle de la division écrite d'un nombre par un nombre.

2) $(3x^2+3x^4+8+7x):(3x+6)$

$3x^4$	$+0x^3$	$-x^2$	$+7x$	$+8$	$3x+6$
$-3x^4$	$-\cancel{+}6x^3$				$x^3-2x^2+\frac{11x}{3}-3$
	$-6x^3$	$-x^2$	$+7x$	$+8$	
	$+6x^3$	$+12x^2$			
		$11x^2$	$+7x$	$+8$	
		$-11x^2$	$-\cancel{+}22x$		
			$-9x$	$+8$	
			$-9x$	$+18$	
				26	

- On utilise la disposition pratique.
- On ordonne et on complète le dividende.
- On divise le 1er terme du dividende par le 1er terme du diviseur :

  $\frac{{}^{1}\cancel{3}x^{\cancel{4}3}}{\cancel{3}_1\cancel{x}_1}=x^3 \Rightarrow$ 1er terme du quotient
- On multiplie le diviseur par le 1er terme du quotient.

  $x^3.(3x+6)=3x^4+6x^3$
- On soustrait ce résultat du dividende et on obtient le 1er reste partiel.

- On fait de même avec le reste partiel comme nouveau dividende $\frac{-6x^3}{3x}=-2x^2$
- $-2x^2.(3x+6)=-6x^3-12x^2$
- $\frac{11x^2}{3x}=\frac{11x}{3}$
- $\frac{11x}{3}.(3x+6)=\frac{33x^2}{3}+\frac{66x}{3}$

  $=11x^2+22x$
- $-3.(3x+6)=-9x-18$
- Le degré du reste est évidemment inférieur à celui du diviseur.
- 26 est le reste.

Effectue les divisions suivantes :

$\left(6\boldsymbol{x}^3-5\boldsymbol{x}^2+10\boldsymbol{x}+7\right):\left(2\boldsymbol{x}+1\right)$

$\left(2\boldsymbol{x}^4+5\boldsymbol{x}^3-2\boldsymbol{x}+20+4\boldsymbol{x}^2\right):\left(-\boldsymbol{x}^2-2\boldsymbol{x}+5\right)$

Les polynômes - Opérations

Fiche 5 - Division par $(x - a)$ - Méthode d'Horner

Exercice résolu

Lorsque le diviseur est un binôme de la forme $(x - a)$, on peut utiliser une autre disposition pratique appelée **méthode d'Horner**.

Effectue la division de $\left(x^3 - 5x^2 + 11x - 6\right)$ par $(x - 2)$

Dividende : $D(x) = 1x^3 - 5x^2 + 11x - 6$

Diviseur : $d(x) = x - 2$

Il faut ordonner le dividende (suivant les puissances décroissantes de la variable) et le compléter si nécessaire.

coefficients de $D(x)$	1	-5	11	-6
		+	+	+
a = 2		2	-6	10
		.2	.2	.2
coefficients de $q(x)$	1	-3	5	4 = r

Quotient : $q(x) = 1x^2 - 3x + 5$ le quotient est de degré 2 car $\dfrac{x^3}{x} = x^{3-1} = x^2$

Reste : $r = 4$

On peut exprimer le dividende sous la forme $D(x) = d(x)\,.\,q(x) + r$

Donc $(x^3 - 5x^2 + 11x - 6) = (x - 2)\,.\,(x^2 - 3x + 5) + 4$

Je suis guidé(e)

Effectue la division de $\left(x^3+14x+23\right)$ par $(x+4)$

- Dividende : $D(x)=$ ……………………………
- Diviseur : $d(x)=$ ………………$=(x-\bigcirc)$

Calcul du quotient

..

..

- Quotient : $q(x)=$...............................
- Reste : r =

Ecriture du polynôme sous la forme $D(x)=d(x).q(x)+r$

$x^3+14x+23$ = ……………………………………………

Je m'exerce seul(e)

1. Pour chacune des divisions ci-dessous, indique si tu peux l'effectuer par la méthode d'Horner et justifie.

   $\left(x^3+5x-9\right):(x+3)$

   $\left(x^3+5x-9\right):(2x-5)$

   $\left(x^3+5x-9\right):(-2+x)$

   $\left(x^3+5x-9\right):\left(x^2+1\right)$

   $\left(x^3+5x-9\right):\left(x-\frac{1}{2}\right)$

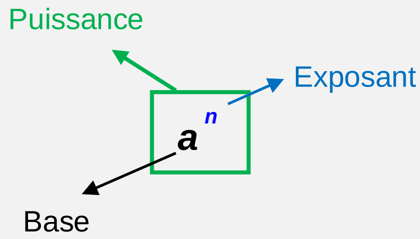
2. Détermine le quotient et le reste des divisions suivantes.

$\left(x^2-7x+12\right):(x-4)$	$\left(x^2+4x+5\right):(x+2)$
$\left(x^4-3x^3+2x-1\right):(x+1)$	

Les puissances

Fiche 1 : Signe d'une puissance et rendre un exposant positif

Vocabulaire



Quelles sont les conditions pour qu'une puissance soit négative ?

Une puissance d'un nombre est négative si …

- la base est négative
  et
- l'exposant est impair

Les expressions sont-elles positives ou négatives ?

2^3 est positive car

- la base est positive / négative

2^{-3} est positive car

- la base est positive / négative

$\left(\frac{-1}{2}\right)^3$ est négative car

- la base est positive / négative

et

- l'exposant est pair / impair

-2^{-4} est l'opposé de 2^{-4}

or 2^{-4} est positive car

- la base est positive / négative

donc -2^{-4} est négative

$(-2)^4$ est positive car

- la base est positive / négative

et

- l'exposant est pair / impaire

1. Complète par < ou par >.

a. $(-5)^{17}$ 0

b. 5^{-13} 0

c. -2^0 0

d. -3^{34} 0

e. $(-2)^0$ 0

f. $-\ 4^{-26}$ 0

g. -5^{-4} 0

h. $\left(\frac{-3}{5}\right)^4$ 0

2. Sans calculer, complète par $=$ ou $\neq$.

$(-13)^2$ ..... 13^2

-92^{-8} ..... $(-92)^{-8}$

$(-17)^{-2}$ ..... -17^{-2}

32^4 ..... -32^4

35^6 ..... -35^6

$-(-16)^4$ ..... -16^4

$(-25)^7$ ..... -25^7

$-(-13)^{-3}$ ..... 13^{-3}

Rendre un exposant positif

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)}$$

x^{-3} est l'inverse de x^3 et se note $\frac{1}{x^3}$ $(x \neq 0)$

$\left(\frac{1}{a}\right)^{-2}$ est l'inverse de $\left(\frac{1}{a}\right)^{2}$ et se note a^2 $(a \neq 0)$

$-4^{-2} = -\frac{1}{4^2} = -\frac{1}{16}$

$\frac{1}{2^{-3}} = \frac{1}{\frac{1}{2^3}} = 1 . \frac{2^3}{1} = 2^3 = 8$

$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$	$2^{-1} = \frac{1}{2}$	$2^{-2} = \frac{1}{4}$	$2^{-3} = \frac{1}{8}$

: 2   : 2   : 2   : 2   : 2   : 2

En calculant les puissances successives d'une même base, on construit des puissances à exposants négatifs en gardant la régularité des calculs et on observe que :

- $a^0 = 1$ $(a \neq 0)$
- a^{-n} est l'inverse de la nième puissance du réel non nul a (a^{-n} est l'inverse de a^n) et donc $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

<u>Remarque</u> :

$$-\,a^{-n}$$

Joue sur le caractère « positif, négatif, opposé de … »   **Joue sur le caractère « fraction » inverse**

Je suis guidé(e)

1. Calcule.

Il faut toujours rendre l'exposant positif avant de calculer des puissances numériques !

$(-4)^{-3} = \frac{1}{(-4)^3}$ $= \frac{1}{-64}$ $= -\frac{1}{64}$	Pour calculer $(-4)^{-3}$, je rends l'exposant positif : $\frac{1}{(-4)^3}$ puis je calcule.
$-5^{-2} = \frac{.....}{.....}$ $= \frac{.....}{.....}$	Pour calculer -5^{-2}, je rends l'exposant positif puis je calcule.
$(-6)^{-2} = \frac{.....}{.....}$ $= \frac{.....}{.....}$	Pour calculer $(-6)^{-2}$, je rends l'exposant positif puis je calcule.

2. Ecris les expressions en n'utilisant que des exposants naturels $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{x} \textbf{ et } \boldsymbol{y} \neq 0)$.

$a^{-2} = \dfrac{.....}{.....}$	a^{-2} est une puissance à exposant négatif que tu dois rendre positif.
$x^3y^{-4} = x^3 . \dfrac{.....}{.....}$ $= \dfrac{.....}{.....}$	x^3 est déjà une puissance à exposant positif → tu ne changes rien. y^{-4} est une puissance à exposant négatif que je dois ……………..
$a^4.(-b)^{-2} = a^4.\dfrac{.....}{.....}$ $= \dfrac{.....}{.....}$ $= \dfrac{.....}{.....}$	a^4 est déjà une puissance à exposant positif → ……………………… $(-b)^{-2}$ est une puissance à exposant négatif que je dois ………………. Attention au signe de la puissance !

Je m'exerce seul(e)

1. Calcule.

Il faut toujours rendre l'exposant positif avant de calculer des puissances numériques !

$3^{-2} =$	$(-2)^{-2} =$	$(-3)^{-3} =$	$-4^{-2} =$
$-5^{-3} =$	$9^{-2} =$	$-(-3)^{-3} =$	$-6^{-1} =$

2. Ecris les expressions en n'utilisant que des exposants naturels.

$x^5.y^{-2} =$	$3a^{-3} =$	$4a^{-5}b^3 =$
$-3a^{-2}b^{-5} =$	$-a^{-3}b^2 =$	$(a^2b^{-1})^{-3} =$

Les puissances

Fiche 2 - Propriétés des puissances

Produit de puissances de même base	Puissance d'un quotient	Quotient de puissances de même base
$a^n . a^m = a^{n+m}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Puissance d'une puissance	Puissance d'un produit
$\left(a^n\right)^m = a^{n.m}$	$(a.b)^m = a^m . b^m$

Exercices résolus

Simplifie en appliquant les propriétés des puissances. Ecris la réponse en utilisant uniquement des exposants naturels $(a, b \text{ et } c \neq 0)$.

$a^{-2}.a^7 = a^{-2+7}$ $= a^5$	Produit de puissances de même base → on conserve la base et on additionne les exposants	$\left(b^3\right)^{-3} = b^{3.(-3)}$ $= b^{-9}$ $= \frac{1}{b^9}$	Puissance d'une puissance → on conserve la base et on multiplie les exposants
$\left(a^2 b^{-4}\right)^3 = a^{2.3} . b^{-4.3}$ $= a^6 . b^{-12}$ $= \frac{a^6}{b^{12}}$	Puissance d'un produit → on élève chaque facteur à cette puissance	$\left(\frac{2a}{b}\right)^{-2} = \frac{2^{-2} . a^{-2}}{b^{-2}}$ $= \frac{b^2}{2^2 . a^2}$ $= \frac{b^2}{4a^2}$	Puissance d'un quotient → on élève chaque terme à cette puissance

$\frac{b^7}{b^{-2}} = b^{7-(-2)}$

$= b^{7+2}$

$= b^9$

$\frac{c^{-6}}{c^{-2}} = c^{-6-(-2)}$

$= c^{-6+2}$

$= c^{-4}$

$= \frac{1}{c^4}$

Quotient de puissances de même base → on conserve la base et on soustrait les exposants

Je m'exerce seul(e)

Réduis les expressions. La réponse ne comportera que des exposants naturels $(a, b, n, x \text{ et } y \neq 0)$.

$a^{-5} . a^{2} =$	$-\left(x^{-2}\right)^{6} =$	$3a^{-2} . \left(-5a^{3}\right) =$
$\left(x^{-7}\right)^{2} =$	$\dfrac{y^{-4}}{y^{9}} =$	$\left(a^{-3} . b^{5}\right)^{3} =$
$\left(\dfrac{2a^{3}}{5b^{2}}\right)^{-3} =$	$\left(x^{-3} . b^{4}\right)^{-3} =$	$\left(a^{-5}\right)^{-2} =$
$a^{3} . a^{-7} . a^{-5} =$	$\dfrac{b^{-5}}{b^{2}} =$	$\left(a^{2} . b^{-3}\right)^{-4} =$
$\left(-3a^{3}\right)^{-2} =$	$(2a)^{-2} =$	$5x^{-6} . 2x^{-2} =$
$-\left(n^{4}\right)^{2} =$	$-7a . \left(-8a^{-7}\right) =$	$\left(2x^{-3}b^{5}\right)^{-2} =$

Les puissances

Fiche 3 : Un peu de tout … !!!

- $\frac{1}{a}$ est l'inverse de a et peut se noter a^{-1} $(a \neq 0)$

  donc $\frac{1}{a} = a^{-1}$

- $\frac{1}{2^{-3}}$ est l'inverse de 2^{-3} et peut se noter $\left(2^{-3}\right)^{-1}$

  donc $\frac{1}{2^{-3}} = \left(2^{-3}\right)^{-1}$

  $= 2^{(-3).(-1)}$ (puissance d'une puissance)

  $= 2^{3}$

Exercices résolus

1. Calcule.

$\frac{(-3)^2}{4^{-2}} = (-3)^2.4^2$

$= 9.16$

$= 144$

L'exposant est rendu positif en passant au numérateur.

$\frac{7^{-1}}{(-3)^{-2}} = \frac{(-3)^2}{7^1}$

L'exposant -1 est rendu positif en passant au dénominateur ; l'exposant -2 devient positif en passant au numérateur.

2. Ecris les expressions uniquement avec des exposants naturels $(b, c \text{ et } d \neq 0)$.

$\frac{c^{-4}}{d^5} = \frac{1}{c^4.d^5}$

L'exposant est rendu positif en passant au dénominateur.

$\frac{b^2}{c^{-3}} = b^2.c^3$

L'exposant est rendu positif en passant au numérateur.

Je suis guidé(e)

1. Calcule.

$4^2.2^{-3} =$

$\frac{5^2}{2^{-3}} =$

$\frac{7^{-2}}{3^{-3}} =$

$2^{-3}.4^{-1} =$

2. Réduis les expressions. La réponse ne comportera plus que des exposants naturels $(a \text{ et } b \neq 0)$

$\frac{2a^{-2}}{b^5} =$

$\frac{a^{-2}}{b^{-3}} =$

Je m'exerce seul(e)

1. Calcule.

$2^{-5}.4^{2} =$	$\dfrac{3^{-2}}{4} =$	$\dfrac{2}{(-5)^{-2}} =$
$-4^{-3}.2 =$	$\dfrac{2^{-3}}{5^{-2}} =$	$10^{3}.5^{-3} =$

2. Réduis les expressions. La réponse ne comportera plus que des exposants naturels $(a, b, x, y \text{ et } z \neq 0)$

$\left(\dfrac{4a^{3}}{b^{-2}}\right)^{3} =$	$\left(-3ab^{-4}\right)^{-1} =$	$2a^{-3}\left(-3a^{2}\right)^{2} =$
$\left(\dfrac{-2x^{-3}}{5y^{4}}\right)^{-1} =$	$\left(2x^{-3}b^{5}\right)^{-2} =$	$\dfrac{a^{2}\,b^{-3}}{a^{-4}\,b^{-2}} =$
$\dfrac{x^{-1}\,y}{y^{-3}\,z^{2}} =$	$-\left(x^{2}\,y\right)^{-3}.xy^{2} =$	$\left(\dfrac{-2a^{3}}{3b^{-2}}\right)^{2} =$

Les puissances

Fiche 4 - La notation scientifique

$10^3 = 1000$	$10^2 = 100$	$10^1 = 10$	$10^0 = 1$	$10^{-1} = 0{,}1$	$10^{-2} = 0{,}01$	$10^{-3} = 0{,}001$

: 10   : 10   : 10   : 10   : 10   : 10

Un nombre en notation scientifique est un produit de deux facteurs
- un réel a tel que $1 \leq a < 10$

et

- une puissance de 10

Exercices résolus

Ecris les nombres en notation scientifique.

$$120000 = 1{,}2.100000 = 1{,}2.10^5$$

$$72000\ .\ 0{,}002 = 7{,}2.10^4\ .\ 2.10^{-3} = 14{,}4\ .\ 10^1 = 1{,}44.10^2$$

$$0{,}03 = 3.0{,}01 = 3.10^{-2}$$

$$(0{,}03)^4 = \left(3.10^{-2}\right)^4 = 3^4.10^{-8} = 81.10^{-8} = 8{,}1.10^{-7}$$

Donne l'écriture décimale des nombres.

$$2{,}4.10^{-3} = 0{,}\underbrace{002}4$$

La virgule a été déplacée de 3 rangs vers la gauche.

$$8{,}57.10^{4} = 8\underbrace{5700}$$

La virgule a été déplacée de 4 rangs vers la droite.

Je m'exerce seul(e)

1. Dans la liste ci-dessous, entoure les nombres écrits en notation scientifique.

$54,5.10^{7}$	$2,3.10^{-3}$	$0,5.10^{-6}$	-4.10^{9}
$7,01.10$	$1,75.10^{-5}$	$1,3.11^{7}$	$-0,25.10^{-4}$

2. Écris les nombres suivants en notation scientifique.

$0,0025 =$	$-710 =$	$0,0009 =$
$0,0000075 =$	$480\,000 =$	$70 =$
$-987\,000\,000 =$	$0,00705 =$	

3. Donne l'écriture décimale des nombres.

$5,1.10^{-3} =$	$1,0039.10^{2} =$
$-7,86.10^{4} =$	$-7.10^{-5} =$

4. Calcule en utilisant la notation scientifique.

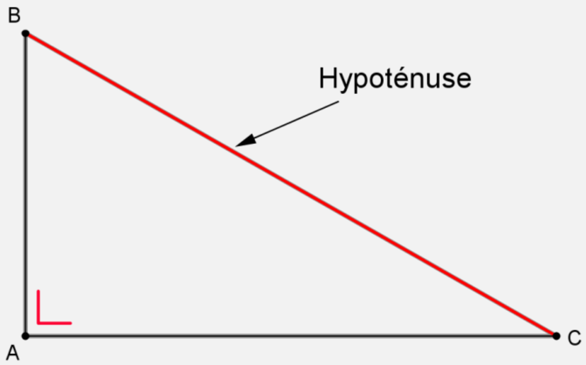
$250\,000.0,000005 =$	$162\,000.0,002 =$
$\dfrac{0,00036}{0,0000018} =$	$\dfrac{30\,000}{0,0005} =$

Pythagore

Fiche 1 – Théorème de Pythagore

Enoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la mesure de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des mesures des côtés de l'angle droit.



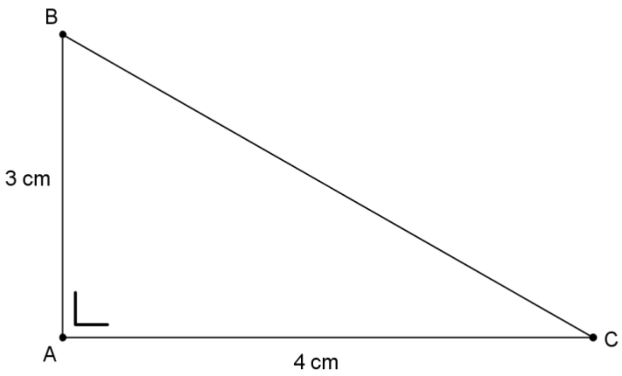
Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :
$|BC|^2 = |AC|^2 + |AB|^2$

⚠ **Ce théorème ne s'applique qu'aux triangles rectangles**

Exercices résolus

1) Recherche de la mesure de l'hypoténuse.

ABC est un triangle rectangle en A tel que $|AC| = 4cm$ et $|AB| = 3cm$.
Calcule la mesure de l'hypoténuse.



Le triangle ABC est rectangle en A.

D'après le théorème de Pythagore :
$|BC|^2 = |AC|^2 + |AB|^2$

Je remplace les mesures par leur valeur et je calcule

$$\begin{aligned} |BC|^2 &= 4^2 + 3^2 \\ &= 16 + 9 \\ &= 25 \end{aligned}$$

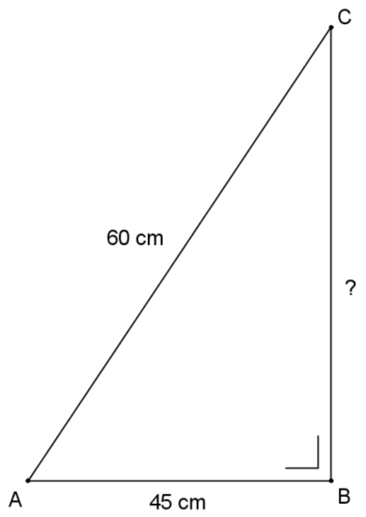
Pour trouver $|BC|$, je calcule la racine carrée de 25 :

$$\begin{aligned} |BC| &= \sqrt{25} \\ &= 5 \end{aligned}$$

Le côté $[BC]$ mesure $5\,\text{cm}$.

2) Recherche de la mesure d'un côté de l'angle droit.

ABC est un triangle rectangle en B tel que $|AC| = 60cm$ et $|AB| = 45cm$.
Calcule la mesure de $[BC]$.



Le triangle ABC est rectangle en B.

D'après le théorème de Pythagore : $|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

Pour calculer la mesure d'un côté de l'angle droit, il faut transformer la formule :

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

donc $|BC|^2 = |AC|^2 - |AB|^2$

Je remplace les mesures par leur valeur et je calcule :

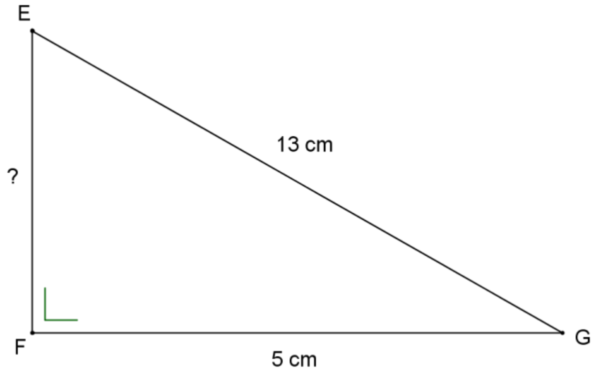
$$\begin{aligned}|BC|^2 &= 60^2 - 45^2\\ &= 3600 - 2025\\ &= 1575\end{aligned}$$

Pour trouver $|BC|$, je calcule la racine carrée de 1575 :

$$\begin{aligned}|BC| &= \sqrt{1575}\\ &= 15\sqrt{7}\text{ cm}\end{aligned}$$

Le côté $[\mathrm{BC}]$ mesure $15\sqrt{7}\text{ cm}$ ou $39{,}7\text{ cm}$

1. EFG est un triangle rectangle en F tel que $|EG| = 13\,cm$ et $|FG| = 5\,cm$.
   Calcule la mesure du troisième côté.



Le triangle EFG est rectangle en F, l'hypoténuse est ……

D'après le théorème de Pythagore :

$|.....|^2 = |.....|^2 + |.....|^2$

Remplace les mesures par leur valeur : $|.....|^2 = |.....|^2 + |.....|^2$

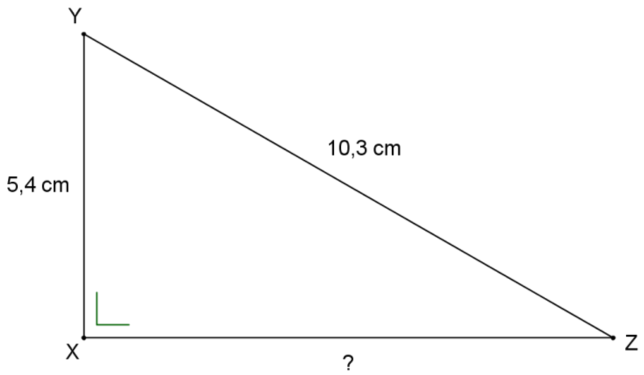
Transforme l'égalité afin d'isoler la mesure inconnue et calcule : $|EF|^2 = ...$

$|EF|^2 = ...$

Extrais la racine carrée : $|EF| = ...$

La mesure du côté $[EF]$ est ……………

2. XYZ est un triangle rectangle en X tel que $|XY| = 5{,}4\,cm$ et $|YZ| = 10{,}3\,cm$.
   Calcule la mesure du troisième côté.



Le triangle XYZ est rectangle en X.

D'après le théorème de Pythagore :

.... = ...+.......

Remplace les mesures par leur valeur : ………………………………..

Transforme l'égalité afin d'isoler la mesure inconnue et calcule ………………………………………..

La mesure du côté $[XZ]$……… est ……………..

Je m'exerce seul(e)

1) AMI est un triangle rectangle en A tel que $|AM| = 12cm$ et $|AI| = 10cm$.
   Calcule la mesure du troisième côté.

2) CAF est un triangle rectangle en F tel que $|CA| = 8cm$ et $|AF| = 6{,}9cm$.
   Calcule la mesure du troisième côté.

3) LIT est un triangle rectangle en I tel que $|LI| = 1{,}6cm$ et $|LT| = 2cm$.
   Calcule la mesure du troisième côté.

4) Le facteur saura-t-il glisser cette enveloppe rectangulaire dans la boîte aux lettres ou devra-t-il sonner ? Justifie par calculs.
   Les dimensions de l'ouverture de la boîte sont $22{,}5cm$ sur $5cm$.

Théorème de Pythagore

Fiche 2 - Réciproque ou contraposée du théorème

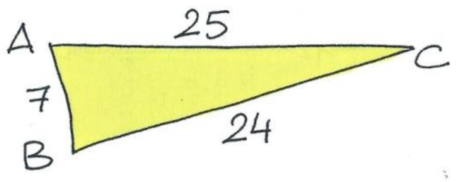
<u>Enoncé de la réciproque du théorème</u>

Si dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle.

La réciproque (ou contraposée) du théorème permet de vérifier si un triangle est ou n'est pas rectangle

<u>*Exercices Résolus*</u>

1) Le triangle ABC est-il rectangle ?



- Le plus grand côté est $[AC]$.

  Je calcule le carré de sa longueur : $|AC|^2 = 25^2 = 625$

- Je calcule la somme des carrés des deux autres côtés :

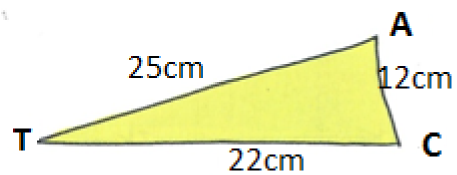
  $$\begin{aligned} |AC|^2 + |BC|^2 &= 7^2 + 24^2 \\ &= 49 + 576 \\ &= 625 \end{aligned}$$

- Je compare les deux résultats obtenus : ils sont égaux.

- D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

  En effet, $[AC]$ est l'hypoténuse (le plus grand côté) et l'angle droit est B (angle opposé à l'hypoténuse).

2) Le triangle TAC est-il rectangle ?



- Le plus grand côté est $[AT]$.

  Je calcule le carré de sa longueur : $|AT|^2 = 25^2 = 625$

- Je calcule la somme des carrés des deux autres côtés :

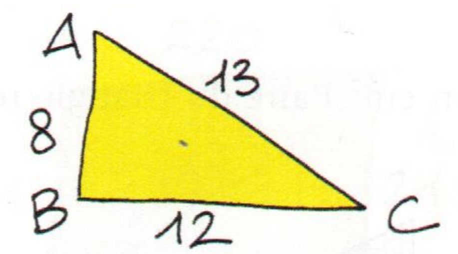
  $$\begin{aligned} |AT|^2 + |TC|^2 &= 12^2 + 22^2 \\ &= 144 + 484 \\ &= 628 \end{aligned}$$

- Je compare les deux résultats obtenus : ils ne sont pas égaux ($625 \neq 628$)

- D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle TAC n'est pas rectangle.

Je suis guidé(e)

1) Le triangle *ABC* est-il rectangle ?



1) Le plus grand côté est ……………..

2) Calcule le carré de sa longueur : ……………..

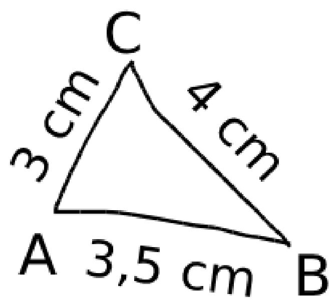
3) Calcule la somme des carrés des deux autres côtés :

…………………………………..

4) Compare les deux résultats obtenus : ils sont
   - égaux
   - différents

5) D'après
   - la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle *ABC* est rectangle en ….
   - la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle *ABC* n'est pas rectangle.

2) Le triangle *ABC* est-il rectangle ?



1) Le plus grand côté est …………

2) Calcule le carré de sa longueur : ....

3) Calcule la somme des carrés des deux autres côtés :

....

4) Compare : ils sont ………………….

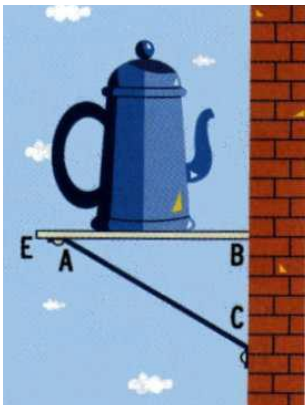
5) Conclusion (sois complet) :

D'après ……………………………………………………….

………………………………………………………………….

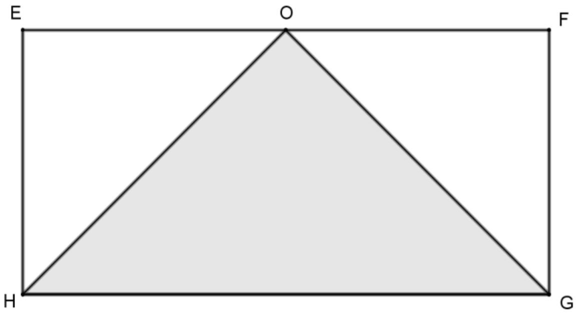
1) On a fixé au mur une étagère $[EB]$ en la soutenant par un support $[AC]$ comme l'indique le dessin ci-dessous.
$|AB| = 30,5cm$, $|BC| = 27,6cm$ et $|AC| = 41,1cm$

On suppose que le mur est vertical. L'étagère est-elle horizontale ? OUI - NON



Justifie ta réponse par calcul.

2) $EFGH$ est un rectangle où $|EF| = 8cm$, $|FG| = 4cm$ et O est le milieu de $[EF]$. Prouve que HOG est un triangle rectangle en O.



Justifie ta réponse par calcul.

Racines carrées

Fiche 1 - Simplification d'une racine carrée

Une racine carrée est simplifiée lorsqu'il ne reste sous le radical qu'un nombre ne comportant plus aucun carrée parfait.

Propriétés

Si $a, b \in R^+$, alors $\sqrt{a\,.\,b} = \sqrt{a}\,.\,\sqrt{b}$; en particulier si $a \in R^+$, alors $\sqrt{a^2} = a$

Si $a \in R^+$ et $b \in R_0^+$, alors $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Attention !

Si $a, b \in R^+$, alors $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Exercices résolus

1) Simplifie au maximum $\sqrt{32}$

- Je décompose 32 en un produit de deux facteurs dont l'un d'eux est un carré parfait, le plus grand possible.

$32 = 16\,.\,2$

- J'applique la propriété relative à la racine carrée d'un produit.

$\sqrt{32} = \sqrt{16\,.\,2}$
$= \sqrt{16}\,.\,\sqrt{2}$

- J'extrais la racine carrée du carré parfait.

$\sqrt{16}\,.\,\sqrt{2} = 4.\sqrt{2}$
$= 4\sqrt{2}$

Si nécessaire, on décompose le radicande en un produit de facteurs premiers.

2) Simplifie au maximum $\sqrt{540}$

- Je décompose 540 en un produit de facteurs en faisant apparaître un maximum de carrés.
  Pour m'aider j'utilise la décomposition en produit de facteurs premiers (disposition pratique).

540	2
270	2
135	3
45	3
15	3
5	5
1	

$540 = 2^2\,.\,3^2\,.\,3\,.\,5$

- J'applique la propriété relative à la racine carrée d'un produit

$\sqrt{540} = \sqrt{2^2\,.\,3^2\,.\,3\,.\,5}$

- J'extrais la racine carrée des carrés parfaits

$\sqrt{540} = 2\,.\,3\,\sqrt{3\,.\,5}$
$= 6\,\sqrt{15}$

3) Simplifie au maximum $\sqrt{\dfrac{4}{49}}$

Je décompose 4 et 49 en produits de facteurs en faisant apparaître un maximum de carrés.	$\sqrt{\dfrac{4}{49}} = \sqrt{\dfrac{2^2}{7^2}}$
J'applique la propriété relative à la racine d'un quotient.	$\sqrt{\dfrac{4}{49}} = \sqrt{\dfrac{2^2}{7^2}} = \dfrac{\sqrt{2^2}}{\sqrt{7^2}}$
J'extrais les racines carrées des carrés parfaits.	$\sqrt{\dfrac{4}{49}} = \dfrac{\sqrt{2^2}}{\sqrt{7^2}} = \dfrac{2}{7}$

Je suis guidé(e)

Simplifie au maximum les radicaux suivants.

1) $\sqrt{48}$

○ Je décompose 48 en un produit de deux facteurs dont l'un d'eux est un carré parfait, le plus grand possible.	48 =
○ J'applique la propriété relative à la racine carrée d'un produit.	$\sqrt{48} =$
○ J'extrais la racine carrée du carré parfait.	$\sqrt{48} =$

2) $2\sqrt{450}$

○ Je décompose 450 en un produit de facteurs en faisant apparaître un maximum de carrés. Pour m'aider j'utilise la décomposition en produit de facteurs premiers (disposition pratique).	$\begin{array}{r\|l} 450 & 2 \\ 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$ 450 =
○ J'applique la propriété relative à la racine carrée d'un produit.	$2\sqrt{450} =$
○ J'extrais la racine carrée du carré parfait.	$2\sqrt{450} =$

3) $\sqrt{\dfrac{180}{343}} =$

○ Je décompose 180 et 343 en un produit de facteurs en faisant apparaître un maximum de carrés.	180	343
	180 =	343 =
○ J'applique la propriété relative à la racine carrée d'un quotient.	$\sqrt{\dfrac{180}{343}} = \sqrt{\dfrac{}{}} = \dfrac{\sqrt{}}{\sqrt{}}$	
○ J'extrais les racines carrées des carrés parfaits.	$\sqrt{\dfrac{180}{343}} =$	

Je m'exerce seul(e)

Simplifie au maximum

$\sqrt{160}$	$\sqrt{1000}$	$\sqrt{256}$
$\sqrt{\dfrac{125}{48}}$	$\sqrt{\dfrac{98}{63}}$	$2\sqrt{162}$
$\sqrt{\dfrac{160}{12}}$	$3\sqrt{\dfrac{300}{4}}$	$\dfrac{\sqrt{45}}{15}$

Racines carrées

Fiche 2 - Addition et soustraction de racines carrées

Attention Si a, $b \in R^+$, alors $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

Si a, $b \in R^+$, alors $\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$

Si les radicandes ne sont pas semblables, l'addition et la soustraction sont impossibles.

Pour additionner (soustraire) des racines carrées,
- on additionne (soustrait) les coefficients des racines carrées **semblables** (de même radicande) et
- on conserve la racine carrée.

Remarque : Il faut parfois simplifier les racines carrées avant de les additionner (soustraire).

Exercices résolus

1) Effectue $5\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$

   - $5\sqrt{2}$ et $3\sqrt{2}$ sont des racines carrées semblables, je peux les additionner.

     $5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

2) Effectue $\sqrt{27} - \sqrt{12}$

   - $\sqrt{27}$ et $\sqrt{12}$ ne sont pas des racines carrées semblables, je ne peux pas les additionner.

     Je commence donc par les simplifier.

     $$\sqrt{27} = \sqrt{3^3} = \sqrt{3^2.3} = 3\sqrt{3}$$

     $$\sqrt{12} = \sqrt{2^2.3} = 2\sqrt{3}$$

   - Le calcul devient $\sqrt{27} - \sqrt{12} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

   - J'additionne ou soustrais les racines carrées semblables $\sqrt{27} - \sqrt{12} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

     $= \sqrt{3}$

3) Effectue $\sqrt{18} - \sqrt{20} + \sqrt{72} + \sqrt{125}$

   - Je simplifie les racines carrées

     $\sqrt{18} = \sqrt{9.2} = 3\sqrt{2}$ $\quad$ $\sqrt{20} = \sqrt{5.4} = 2\sqrt{5}$ $\quad$ $\sqrt{72} = \sqrt{36.2} = 6\sqrt{2}$ $\quad$ $\sqrt{125} = \sqrt{25.5} = 5\sqrt{5}$

   - Le calcul devient $\sqrt{18} - \sqrt{20} + \sqrt{72} + \sqrt{125} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 6\sqrt{2} + 5\sqrt{5}$

   - J'additionne ou soustrais les racines carrées semblables

     $$\sqrt{18} - \sqrt{20} + \sqrt{72} + \sqrt{125} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 6\sqrt{2} + 5\sqrt{5}$$
     $$= 9\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$$

Je suis guidé(e)

Effectue.

1) $2\sqrt{7}-5\sqrt{2}+\sqrt{7}-3\sqrt{2}=$

- Il n'y a pas de simplification possible des racines carrées.
- J'additionne ou soustrais les racines carrées semblables

  $2\sqrt{7}-5\sqrt{2}+\sqrt{7}-3\sqrt{2}=$ ………………………………………………………………..

2) $\sqrt{50}-\sqrt{32}=$

- Il n'y a pas des racines carrées semblables. Je commence donc par les simplifier (si possible).

  $\sqrt{50}=$ $\sqrt{32}=$

- Le calcul devient $\sqrt{50}-\sqrt{32}=$
- J'effectue : $\sqrt{50}-\sqrt{32}=$

Je m'exerce seul(e)

Effectue.

$3\sqrt{7}-2\sqrt{3}+4\sqrt{7}=$	$\sqrt{54}-2\sqrt{24}-\sqrt{150}=$
$-\sqrt{45}-\sqrt{125}+\sqrt{80}=$	$\sqrt{48}-3\sqrt{27}+2\sqrt{25}=$

Racines carrées

Fiche 3 : Multiplication et division de racines carrées

Propriétés

- Si $a, b \in R^+$, alors $\sqrt{a}\,.\,\sqrt{b} = \sqrt{a\,.\,b}$

  ⚠ Cas particulier : $\sqrt{a}\,.\,\sqrt{a} = \left(\sqrt{a}\right)^2 = a$

  Exemple : $\sqrt{7}\,.\,\sqrt{7} = \left(\sqrt{7}\right)^2 = 7$

- Si $a \in R^+$ et $b \in R_0^+$, alors $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

Pour multiplier (diviser) des racines carrées, on multiplie (on divise) :
- les coefficients entre eux et
- les radicandes entre eux.

Exercices résolus

1) Effectue $5\sqrt{2}.3\sqrt{7}$
   - Il n'y a pas de simplification possible.
   - Dès lors j'effectue les différents produits : $5\sqrt{2}.3\sqrt{7} = 15\sqrt{14}$

   ⚠ Après avoir multiplié, je vérifie si la racine carrée obtenue n'est plus simplifiable (voir fiche 1).

2) Effectue $\sqrt{12}.\sqrt{150}$
   - Je simplifie les racines carrées $\sqrt{12}.\sqrt{150} = 2\sqrt{3}.5\sqrt{6}$
   - J'effectue les différents produits. $= 10\sqrt{18}$
   - Je simplifie la racine carrée obtenue $= 10\sqrt{3^2.2}$

     $= 10.3\sqrt{2}$

     $= 30\sqrt{2}$

3) Effectue $\dfrac{\sqrt{162}}{\sqrt{45}}$
   - Je simplifie les racines carrées $\dfrac{\sqrt{162}}{\sqrt{45}} = \dfrac{\sqrt{2.3^4}}{\sqrt{3^2.5}} = \dfrac{3^2\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}$
   - J'effectue les différents quotients $\dfrac{3^{\cancel{2}}\sqrt{2}}{\cancel{3}\sqrt{5}} = 3\sqrt{\dfrac{2}{5}}$

Effectue

1) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{18}$

- Je simplifie les racines carrées $\sqrt{32} \cdot \sqrt{18} =$

- J'effectue les différents produits sans oublier de simplifier, lorsque c'est possible, la racine carrée obtenue.

2) $\sqrt{72} \cdot \sqrt{63} =$

- Je simplifie les racines carrées

- J'effectue sans oublier de simplifier, lorsque c'est possible, la racine carrée obtenue.

3) $\dfrac{\sqrt{405}}{\sqrt{24}}$

- Je simplifie les racines carrées

- J'effectue sans oublier de simplifier, lorsque c'est possible, la racine carrée obtenue.

Je m'exerce seul(e)

Effectue

1) $2\sqrt{15}\,.\,5\sqrt{10}$

2) $2\sqrt{72}\,.\,2.\sqrt{2}.\sqrt{2}$

3) $\left(\sqrt{50}-\sqrt{32}\right).\sqrt{5}$

4) $\dfrac{\sqrt{270}}{\sqrt{375}}$

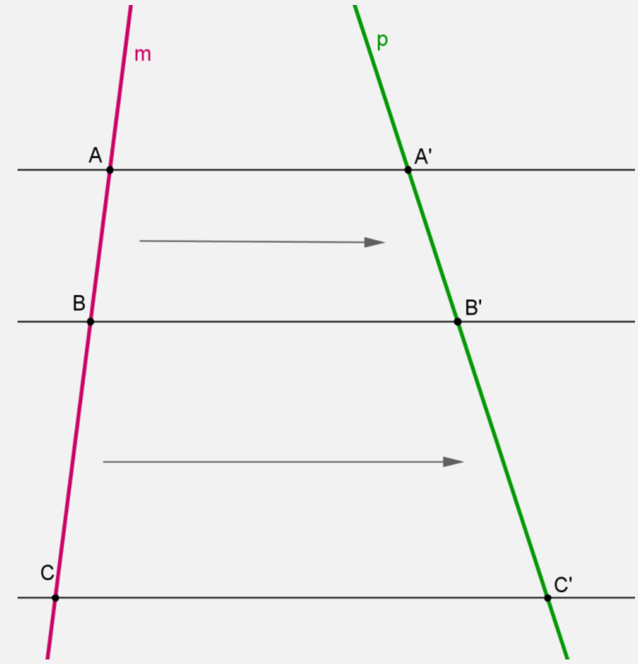
Le théorème de Thalès

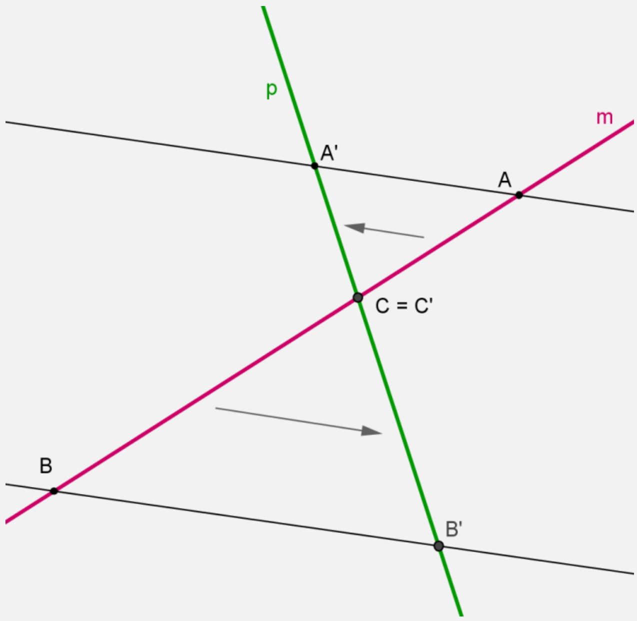
Fiche 1 - Pour calculer des longueurs

Enoncé du théorème

Des parallèles (au moins 3) déterminent sur des sécantes des segments homologues de longueurs proportionnelles.

Remarque : On appelle segments homologues, les segments déterminés sur deux droites sécantes par deux droites parallèles.





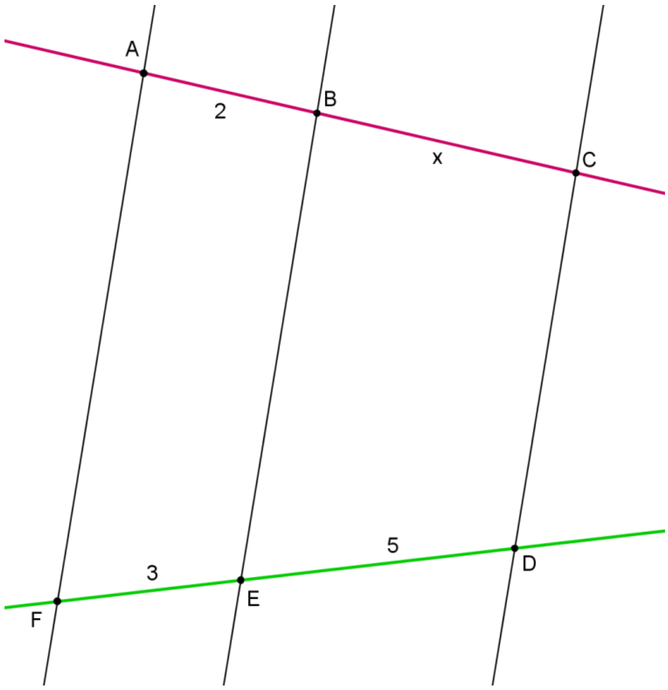
$[A'B']$ est le segment homologue à $[AB]$

$[B'C']$ est le segment homologue à $[BC]$

$[A'C']$ est le segment homologue à $[AC]$

Ce qui permet d'écrire les proportions suivantes : $\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|} = \frac{|AC|}{|A'C'|}$

Calcule la mesure du segment $[BC]$



- Dans cette configuration, peut-on appliquer le théorème de Thalès ? Justifie.

  Oui. Les droites sécantes AC et FD sont coupées par les droites parallèles AF, BE et CD.

- Aidons-nous de deux couleurs différentes afin d'identifier les segments homologues.

- Ecrivons une proportion qui en découle en veillant à faire intervenir le segment de mesure x :

$$\frac{|AB|}{|FE|} = \frac{|BC|}{|ED|}$$

- Remplaçons par les longueurs connues :

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{5}$$

- Appliquons la propriété des proportions :

  « Dans toute proportion, le produit des moyens est égal au produit des extrêmes ».

$$3 \cdot x = 2 \cdot 5$$

- Résolvons l'équation obtenue :

$$3x = 2.6$$

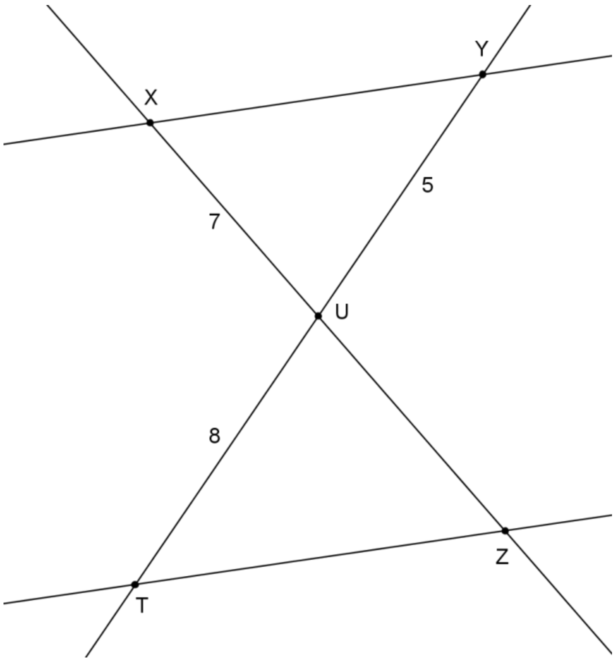
$$3x = 12$$

$$x = \frac{12}{3} = 4$$

$|BC| = 4$

Je suis guidé(e)

Calcule la mesure du segment $[UZ]$ sachant que XY // TZ.



- Dans cette configuration, peut-on appliquer le théorème de Thalès ? Justifie.

- Utilisons deux couleurs afin d'identifier les segments homologues.

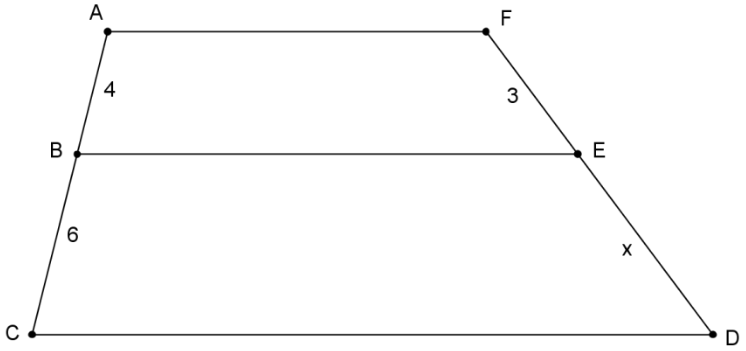
- Ecrivons une proportion qui en découle en veillant à faire intervenir le segment de mesure inconnue :

- Remplaçons par les longueurs connues :

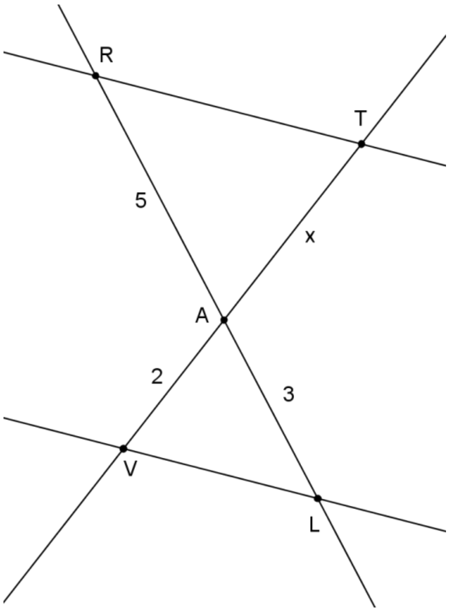
- Appliquons la propriété des proportions et résolvons l'équation obtenue :

1. Dans les configurations de Thalès ci-dessous, calcule la valeur de x.

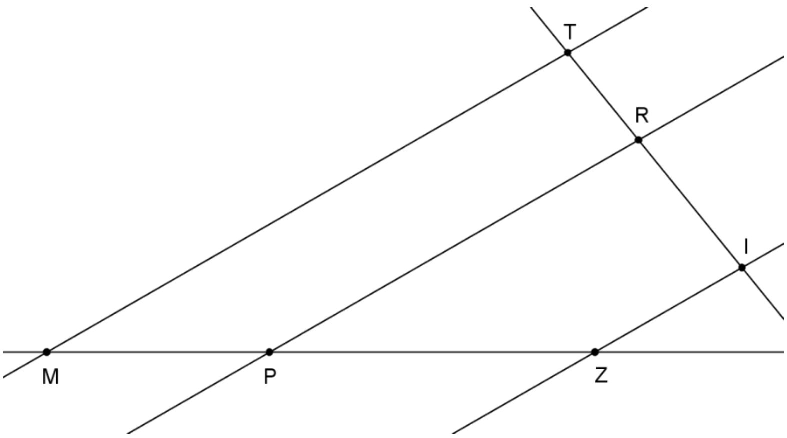
   a) AFDC est un trapèze et $[BE]$ est parallèle aux bases



   b) RT // VL



   c) MT // PR // ZI ; $|PZ| = 4$; $|MP| = 5$; $|RI| = 6$ et $|TI| = x$



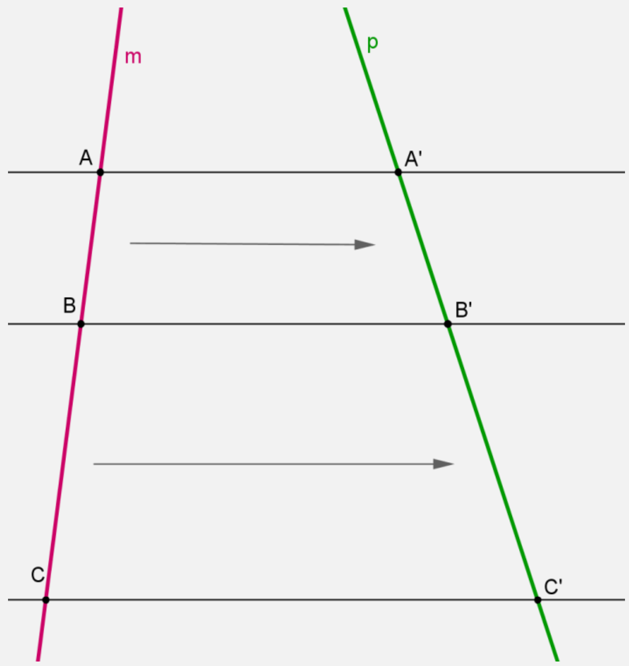
Le théorème de Thalès

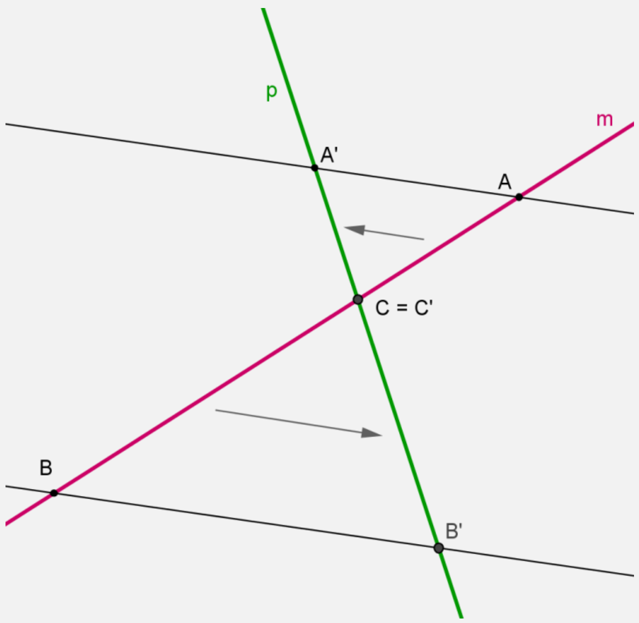
Fiche 2 - Réciproque

Enoncé de la réciproque du théorème

Si des droites déterminent sur des sécantes des segments homologues de longueurs proportionnelles alors ces droites sont parallèles.

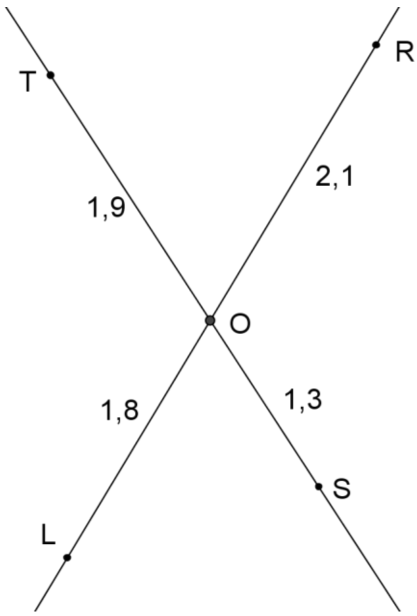
$$\text{Si } \frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|} = \frac{|AC|}{|A'C'|} \text{ alors } AA' \,//\, BB' \,//\, CC'$$





Je suis guidé(e)

La droite TR est-elle // à la droite LS ? Justifie par calculs.



- Le segment homologue à $[TO]$ est ……..

  Le segment homologue à $[OS]$ est …….

- Sont-ils de longueurs proportionnelles ?

  $$\frac{|TO|}{\dots} \overset{?}{=} \frac{|OS|}{\dots}$$

- Remplace par les mesures connues.

  $$\frac{\dots}{\dots} \overset{?}{=} \frac{\dots}{\dots}$$

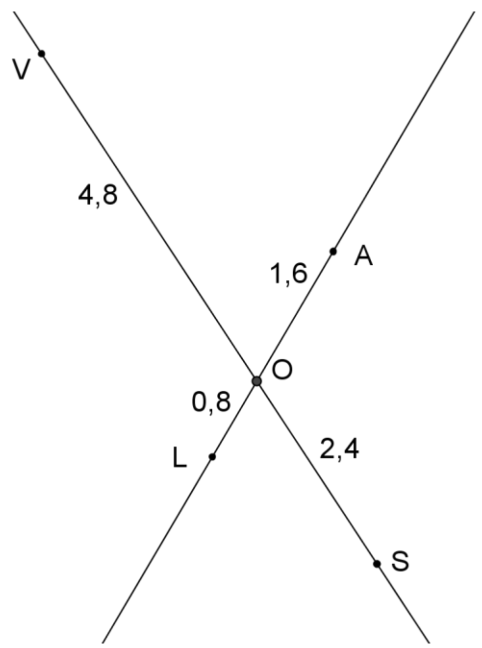
- Applique la propriété fondamentale des proportions.

  $$\dots \overset{?}{=} \dots$$

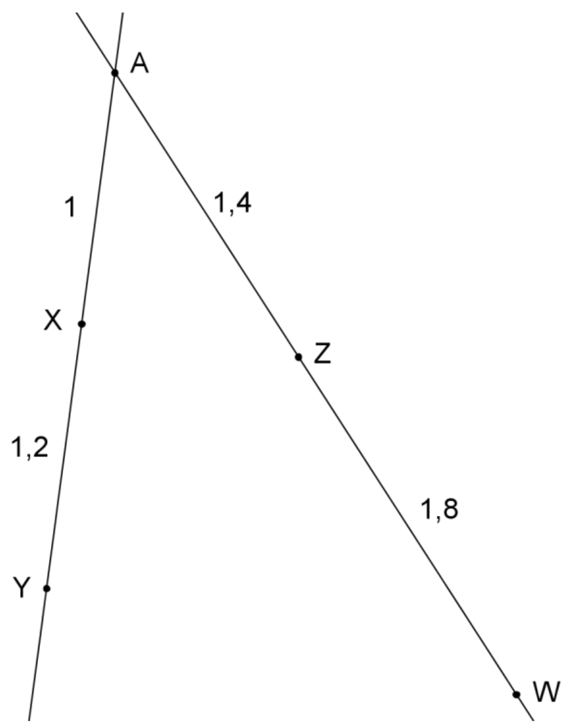
- Donc TR ... LS

Je m'exerce seul(e)

1. La droite VA est-elle // à la droite LS ? Justifie par calculs.



2. La droite XZ est-elle // à la droite YW ? Justifie par calculs.

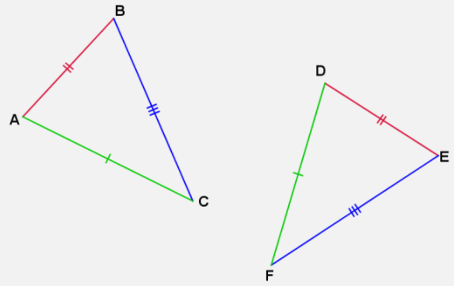


Les triangles isométriques

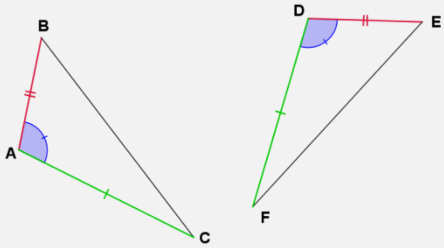
Fiche 1 – Reconnaissance et justification

Cas d'isométrie

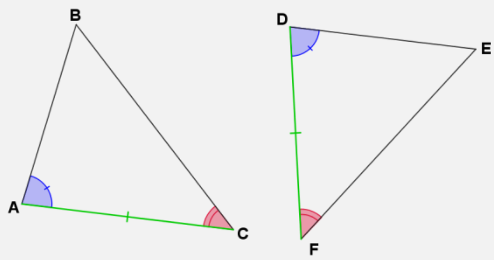
- ➢ *Si deux triangles ont leurs côtés homologues de même longueur, alors ils sont isométriques (CCC).*



- ➢ *Si deux triangles ont un angle de même amplitude compris entre des côtés homologues de même longueur, alors ils sont isométriques (CAC).*

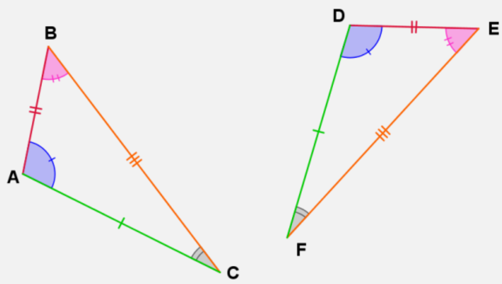


- ➢ *Si deux triangles ont un côté de même longueur et deux angles homologues de même amplitude, alors ils sont isométriques (ACA).*



Notations et vocabulaire :

- Pour noter que les triangles ABC et $A'B'C'$ sont isométriques, on écrit ΔABC iso $\Delta A'B'C'$
- $[AB]$ et $[A'B']$ sont l'image l'un de l'autre, ce sont des COTES HOMOLOGUES.
- A et A' sont l'image l'un de l'autre, ce sont des ANGLES **HOMOLOGUES**.
- A et A' sont l'image l'un de l'autre, ce sont des SOMMETS **HOMOLOGUES**.



Observe les deux triangles. Les triangles ont-ils des paires de côtés de même mesure et/ou des paires d'angles de même amplitude ?

Oui.

Non.
Dans ce cas les triangles ne sont pas isométriques.

De quelles informations disposes-tu ?

- Trois paires de côtés de même mesure → Les triangles sont isométriques car *si deux triangles ont leurs côtés homologues de même longueur, alors ils sont isométriques (CCC)*

OU

- Deux paires d'angles de même amplitude et une paire de côtés de même mesure.
  →Les triangles sont isométriques car *si deux triangles ont un côté de même longueur et deux angles homologues de même amplitude, alors ils sont isométriques (ACA).*

OU

- Deux paires de côtés de même mesure et une paire d'angles de même amplitude.

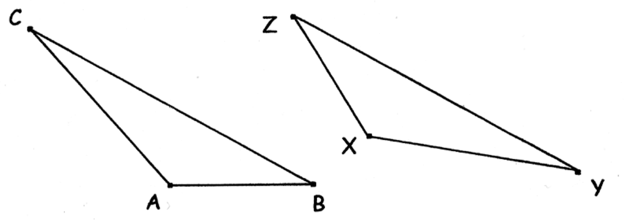
  ⚠ À la position !

  L'angle est-il compris entre les deux côtés ?

  - Non. Les triangles ne sont pas isométriques.
  - Oui. Les triangles sont isométriques car *Si deux triangles ont un angle de même amplitude compris entre des côtés homologues de même longueur, alors ils sont isométriques (CAC).*

Détermine à l'aide des renseignements fournis si les triangles proposés sont isométriques ou non.
Justifie.
S'ils sont isométriques, énonce le cas d'isométrie approprié.

1.



$|AB| = |XZ|$

$|AC| = |XY|$

$|\hat{A}| = |\hat{X}|$

Représente des paires d'éléments isométriques d'une même couleur et code-les.

Observe les deux triangles. Les triangles ont-ils des paires de côtés de même mesure et/ou des paires d'angles de même amplitude ?

Oui.

De quelles informations disposes-tu ?

Non.
Dans ce cas les triangles ne sont pas isométriques.

- Trois paires de côtés de même mesure.

  Les triangles …. et …. sont isométriques (voir *)

OU

- Deux paires d'angles de même amplitude et une paire de côtés de même mesure.

  Les triangles …. et …. sont isométriques (voir *)

OU

- Deux paires de côtés de même mesure et une paire d'angles de même amplitude.

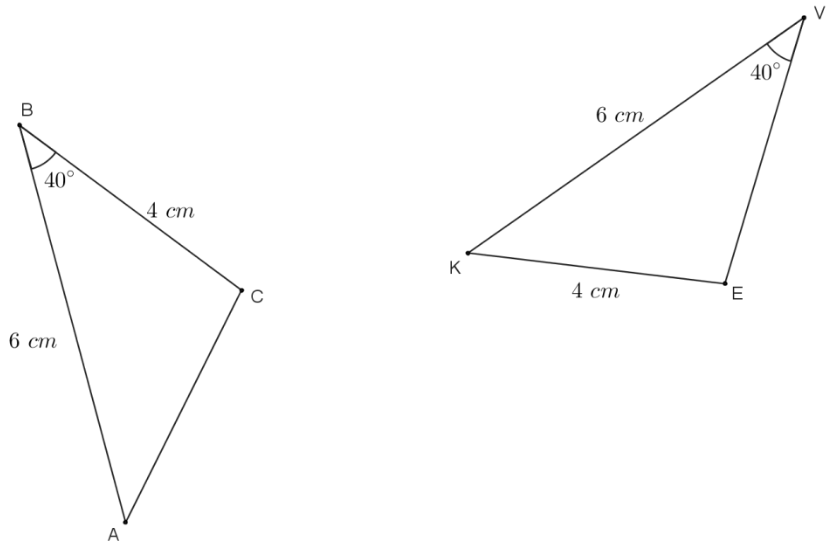
  ⚠ À la position ! L'angle est-il compris entre les deux côtés ?

  - Non. Les triangles ne sont pas isométriques
  - Oui. Les triangles …. et …. sont isométriques (voir *)

(*)Conclusion : Les triangles ….. et …… sont isométriques car ……………………………………….
……….
……….
………………………………………………………………………………………. (énonce le cas d'isométrie)

On note Δ ….. iso Δ …..

2.



Représente des paires d'éléments isométriques d'une même couleur et code-les.

Observe les deux triangles. Les triangles ont-ils des paires de côtés de même mesure et/ou des paires d'angles de même amplitude ?

Oui.

De quelles informations disposes-tu ?

Non.

Dans ce cas les triangles ne sont pas isométriques.

- Trois paires de côtés de même mesure.

  Les triangles …. et …. sont isométriques (voir *)

OU
- Deux paires d'angles de même amplitude et une paire de côtés de même mesure.

  Les triangles …. et …. sont isométriques (voir *)

OU
- Deux paires de côtés de même mesure et une paire d'angles de même amplitude.

  ⚠ À la position ! L'angle est-il compris entre les deux côtés ?

  - Non. Les triangles ne sont pas isométriques
  - Oui. Les triangles …. et …. sont isométriques (voir *)

(*)Conclusion : Les triangles ….. et …… sont isométriques car ……………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………… (énonce le cas d'isométrie)

On note Δ ….. iso Δ …..

3. Te serait-il possible de construire un triangle isométrique au triangle ABC donné à l'aide des renseignements ci-dessous ? Justifie, sans le construire, en utilisant les cas d'isométrie des triangles.

a. $|A| = 30°$, $|B| = 50°$, $|AC| = 10\,cm$

Les éléments isométriques sont-ils …

- Trois côtés ?
- Deux angles et un côté ?
- Deux côtés et un angle ? L'angle est-il bien compris entre les deux côtés ?
- Autre proposition. Explique.

Si tu as coché l'une des trois premières propositions, tu peux donc affirmer que ta construction est possible.

Énonce le cas d'isométrie utilisé.

……….
……….
……….
………

b. $|A| = 40°$, $|B| = 60°$, $|C| = 80°$

Les éléments isométriques sont-ils …

- Trois côtés ?
- Deux angles et un côté ?
- Deux côtés et un angle ? L'angle est-il bien compris entre les deux côtés ?
- Autre proposition. Explique.

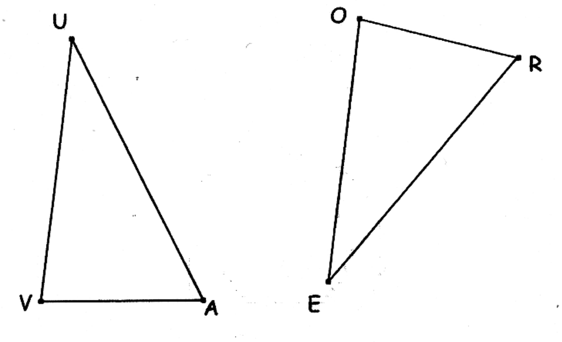
Si tu as coché l'une des trois premières propositions, tu peux donc affirmer que ta construction est possible.

Énonce le cas d'isométrie utilisé.

……….
……….
……….
………

1. Détermine à l'aide des renseignements fournis si les triangles proposés sont isométriques ou non. Justifie.
   S'ils sont isométriques, énonce le cas d'isométrie approprié.

A.

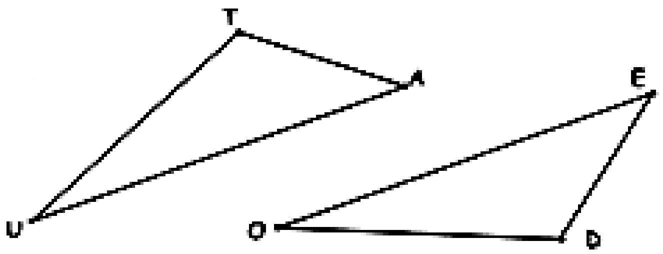


$|\hat{U}| = |\hat{E}|$

$|AU| = |RE|$

$|VA| = |OR|$

B.

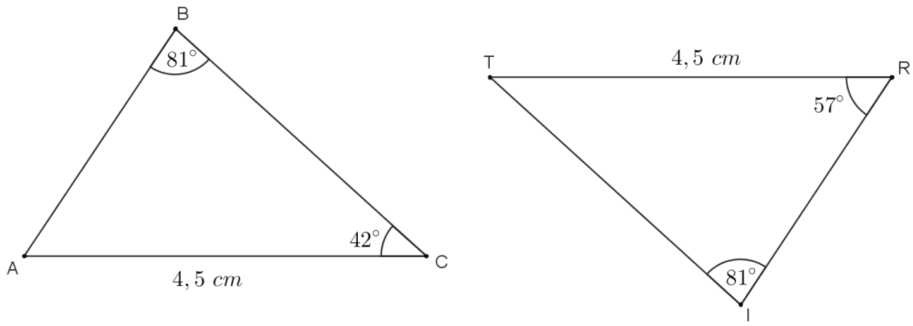


$|TU| = |DO|$

$|TA| = |DE|$

$|UA| = |OE|$

C.



2. Te serait-il possible de construire un triangle isométrique au triangle VUE donné à l'aide des renseignements ci-dessous ? Justifie, sans le construire, en utilisant les cas d'isométrie des triangles.

   a. $|VU| = 10\,cm$, $|UE| = 5\,cm$, $|VE| = 8\,cm$

   b. $|VU| = 20\,cm$, $|UE| = 12\,cm$, $|\hat{V}| = 80°$

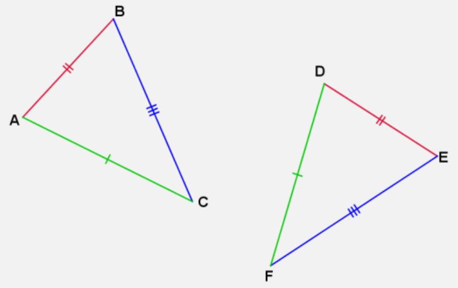
3. Te serait-il possible de construire un triangle isométrique au triangle rectangle MER donné sachant que l'hypoténuse mesure $7\,cm$ et qu'un des angles aigus a une amplitude de $20°$? Justifie, sans le construire, en utilisant les cas d'isométrie des triangles.

Les triangles isométriques

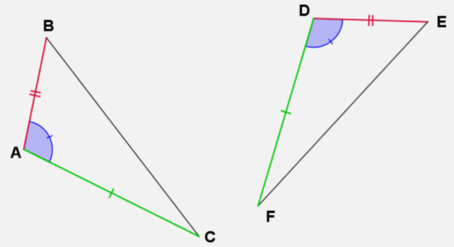
Fiche 2 – Démonstration

Cas d'isométrie

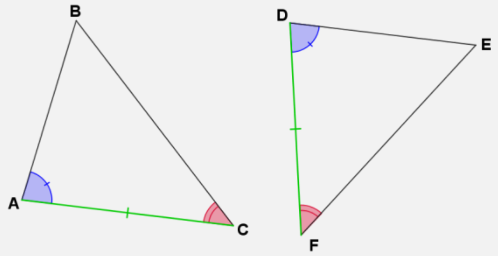
- *Si deux triangles ont leurs côtés homologues de même longueur, alors ils sont isométriques (CCC).*



- *Si deux triangles ont un angle de même amplitude compris entre des côtés homologues de même longueur, alors ils sont isométriques (CAC).*

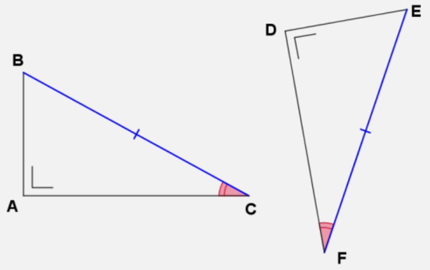


- *Si deux triangles ont un côté de même longueur et deux angles homologues de même amplitude, alors ils sont isométriques (ACA).*

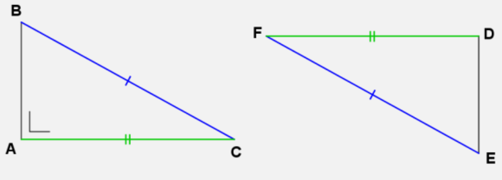


Cas particulier des triangles rectangles

- *Si deux triangles rectangles ont l'hypoténuse de même longueur et un angle aigu de même amplitude, alors ils sont isométriques.*



- *Si deux triangles rectangles ont l'hypoténuse de même longueur et un côté de l'angle droit de même longueur, alors ils sont isométriques.*



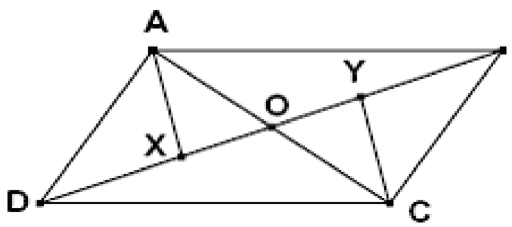
Je suis guidé(e)

1. Dans le parallélogramme ABCD, les diagonales [AC] et [BD] se coupent en O. Les points X et Y sont des points de la diagonale [BD] tels que AX // YC.

Démontre que $\boxed{|OX| = |OY|.}$

Que me dit l'énoncé ?
- ✓ Souligne les informations reçues ou **HYPOTHESE**
- ✓ Entoure ce qui est demandé ou **THESE**

Puis retranscris-les ci-dessous en langage mathématique



Hypothèse :

…………………..……………

……………………………………

……………………………………

……………………..……………

Thèse :

- ✓ Représente (de deux couleurs différentes) les éléments géométriques de la thèse.
- ✓ Identifie les triangles superposables reprenant chacun un composant de la thèse, achèves-en le tracé en couleur et code-les.
- ✓ Les éléments codés sont-ils deux angles et un côté, deux côtés et un angle ou trois côtés ?
- ✓ Tu disposes de tous les éléments indispensables à la démonstration !

Démonstration :

Dans les triangles ……………………………

…………………… = …………………… car ………………………………………………………………

…………………… = …………………… car ………………………………………………………………

…………………… = …………………… car ………………………………………………………………

⇒ Δ ………. iso Δ ………. car ………………………………………………………………

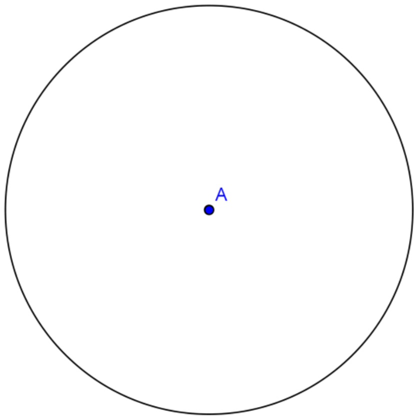
……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

⇒ |………| = |………|

1. Dans un cercle, deux angles au centre de même amplitude interceptent deux cordes de même longueur. Démontre.

Complète le dessin.



Hypothèse : (informations reçues)

……………………………………..……………

…………………………………………………….

…………………………………………………………

……………………………………………………………

Thèse : (ce qui est demandé)

……………………………………………………………

✓ N'oublie pas de te poser les bonnes questions en te référant à l'exercice précédent.

Démonstration :
Dans les triangles ……………………………

…………………… = …………………. car ……………………………………………………………………

…………………… = …………………. car ……………………………………………………………………

…………………… = …………………. car ……………………………………………………………………

⇒ Δ ………. iso Δ ………. car ……………………………………………………………………

……

……………………………………………………………………………… (énonce le cas d'isométrie)

⇒ | ……… | = | ……… |

2. $PQRS$ est un parallélogramme dont les diagonales se coupent en E. A est le pied de la perpendiculaire à SQ passant par P ; B est le pied de la perpendiculaire à SQ passant par R. Démontre que $[PA]$ et $[BR]$ ont la même longueur.