Nom : Prénom : classe : 3-EP2

Mathématique : Dossier de révisions
Printemps 2020

Mes chers élèves,

Voici quelques exercices de révisions qui vous permettront de ne pas perdre la main… ;-)
Ils portent sur les matières abordées depuis janvier.
Ce dossier contient des boîtes à outils (rappels théoriques) et des exercices (résolus, guidés, à effectuer seuls).

Aucune évaluation ne sera mise en place par rapport au travail proposé à domicile.

Profitez aussi de cette période de confinement pour faire les choses que vous avez toujours rêvé de faire mais que vous n'avez jamais pu faire par manque de temps.

Faire du sport, apprendre à cuisiner, jouer d'un instrument de musique, peindre, coudre, jardiner, tricoter, bricoler, réparer, transformer, dessiner, chanter, danser, coder, créer…
Il y a plein de tutos sur internet. Vous pouvez toujours trouver un sujet qui vous passionne.

Plantez un arbre, une graine, méditez, rêvez, lisez, détendez-vous, prenez le temps qu'il faut.
Enfourchez votre vélo et partez à l'aventure dans les bois et les campagnes. Observez la nature, la faune, la flore… Comment vous sentez-vous alors ? Observez vos émotions.

Aidez, aimez et apprenez à mieux connaître vos parents, grands-parents, frères/sœurs, cousins, vos amis. Demandez-leur des anecdotes, des histoires de vie. Jouez, riez et partagez vos aventures sur Snap, Messenger ou autres… si vous le souhaitez.

Levez-vous le matin avec l'enthousiasme de l'enfant que vous étiez et qui se réjouissait du nouveau jour qui arrive pendant les « grandes vacances ».

Soyez curieux et passionnés par tout ce que vous faites.

Vivez intensément, c'est tout ce que je vous souhaite.

Et cela, aucun professeur ne pourra vous l'apprendre, même pas moi.
(Extrait de Jean-Luc Ridole)

Prenez soin de vous !
À bientôt,

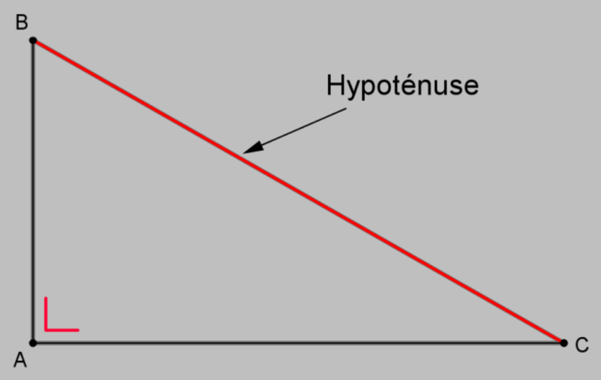
Mme Michel.

UAA2 – Le théorème de Pythagore

Boîte à outils – Le théorème de Pythagore

Énoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la mesure de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des mesures des côtés de l'angle droit.



Dans le triangle ABC rectangle en A,

on a : $|BC|^2 = |AC|^2 + |AB|^2$

⚠ **Ce théorème ne s'applique qu'aux triangles rectangles**

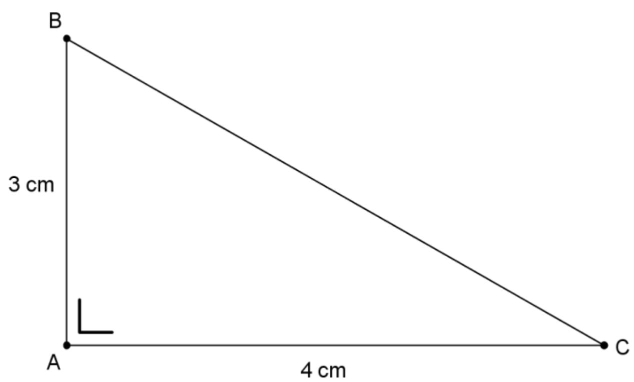
Exerce-toi

Exercices résolus

1) Recherche de la mesure de l'hypoténuse.

ABC est un triangle rectangle en A tel que $|AC| = 4cm$ et $|AB| = 3cm$.

Calcule la mesure de l'hypoténuse.



Le triangle *ABC* est rectangle en *A*.

D'après le théorème de Pythagore :

$$|BC|^2 = |AC|^2 + |AB|^2$$

Je remplace les mesures par leur valeur et je calcule

$|BC|^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$

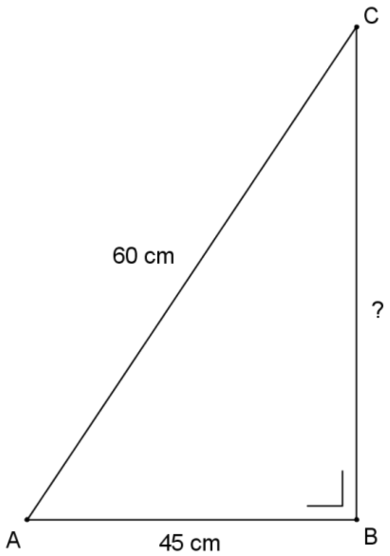
Pour trouver |BC|, je calcule la racine carrée de 25 : |BC| = $\sqrt{25}$ = 5

Le côté [BC] mesure 5cm.

2) Recherche de la mesure d'un côté de l'angle droit.

ABC est un triangle rectangle en B tel que $|AC| = 60cm$ et $|AB| = 45cm$.

Calcule la mesure de $[BC]$.



Le triangle ABC est rectangle en B.

D'après le théorème de Pythagore :

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

Pour calculer la mesure d'un côté de l'angle droit, il faut transformer la formule :

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

donc $|BC|^2 = |AC|^2 - |AB|^2$

Je remplace les mesures par leur valeur et je calcule :

$$\begin{aligned} |BC|^2 &= 60^2 - 45^2 \\ &= 3600 - 2025 \\ &= 1575 \end{aligned}$$

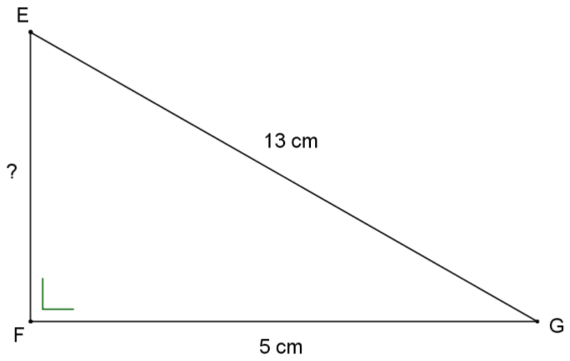
Pour trouver $|BC|$, je calcule la racine carrée de 1575 :

$$\begin{aligned} |BC| &= \sqrt{1575} \\ &= 15\sqrt{7}\ \text{cm} \end{aligned}$$

Le côté $[BC]$ mesure $15\sqrt{7}$ cm ou $39,7$ cm

3) EFG est un triangle rectangle en F tel que $|EG| = 13\,cm$ et $|FG| = 5\,cm$.

Calcule la mesure du troisième côté.



Le triangle EFG est rectangle en F,

l'hypoténuse est ……

D'après le théorème de Pythagore :

$$|.....|^2 = |.....|^2 + |.....|^2$$

Remplace les mesures par leur valeur : $|.....|^2 = |.....|^2 + |.....|^2$

Transforme l'égalité afin d'isoler la mesure inconnue et calcule :

$|EF|^2 = ...$

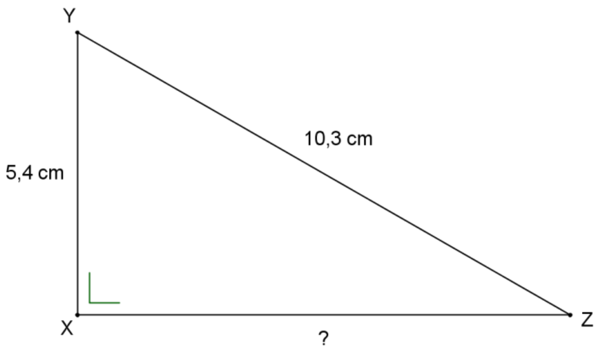
$|EF|^2 = ...$

Extrais la racine carrée : |EF| = …………………

La mesure du côté [EF] est …………….

4) XYZ est un triangle rectangle en X tel que $|XY| = 5{,}4\,cm$ et $|YZ| = 10{,}3\,cm$.

Calcule la mesure du troisième côté.



Le triangle XYZ est rectangle en X.

D'après le théorème de Pythagore :

$$....... = ... + ...$$

Remplace les mesures par leur valeur : ………………………………..

Transforme l'égalité afin d'isoler la mesure inconnue et calcule

………………………………………..

La mesure du côté [XY] est ……………..

5) AMI est un triangle rectangle en A tel que $|AM| = 12cm$ et $|AI| = 10cm$.

Calcule la mesure du troisième côté.

6) CAF est un triangle rectangle en F tel que $|CA| = 8cm$ et $|AF| = 6{,}9cm$.

Calcule la mesure du troisième côté.

7) LIT est un triangle rectangle en I tel que $|LI| = 1{,}6cm$ et $|LT| = 2cm$.

Calcule la mesure du troisième côté.

8) Le facteur saura-t-il glisser cette enveloppe rectangulaire dans la boîte aux lettres ou devra-t-il sonner ? Justifie par calculs.

Les dimensions de l'ouverture de la boîte sont 22,5 cm sur 5 cm.

Boîte à outils – La réciproque du théorème de Pythagore

Énoncé de la réciproque du théorème

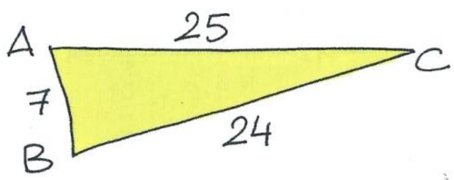
Si dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle.

La réciproque (ou contraposée) du théorème permet de vérifier si un triangle est ou n'est pas rectangle

Exerce-toi

Exercices Résolus

9) Le triangle ABC est-il rectangle ?

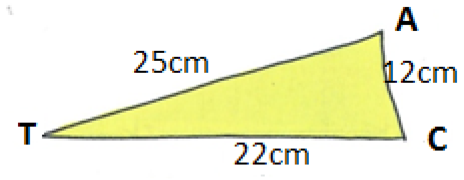


- Le plus grand côté est [AC].
  Je calcule le carré de sa longueur :
  $|AC|^2 = 25^2 = 625$
- Je calcule la somme des carrés des deux autres côtés :
  $|AC|^2 + |BC|^2 = 7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$
- Je compare les deux résultats obtenus : ils sont égaux.

- D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

En effet, [AC] est l'hypoténuse (le plus grand côté) et l'angle droit est $\hat{B}$ (angle opposé à l'hypoténuse).

10) Le triangle TAC est-il rectangle ?



- Le plus grand côté est [AT].

  Je calcule le carré de sa longueur :

  $$|AT|^2 = 25^2 = 625$$

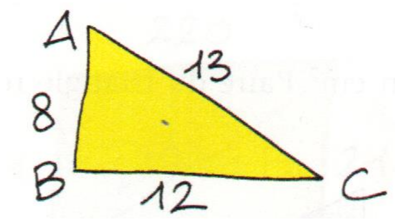
- Je calcule la somme des carrés des deux autres côtés :

  $$|AT|^2 + |TC|^2 = 12^2 + 22^2$$
  $$= 144 + 484$$
  $$= 628$$

- Je compare les deux résultats obtenus : ils ne sont pas égaux (625 $\neq$ 628)
- D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle TAC n'est pas rectangle.

Je suis guidé(e

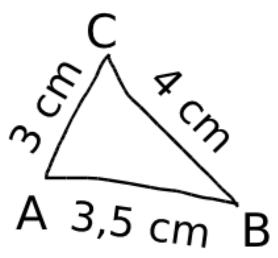
11) Le triangle ABC est-il rectangle ?



1) Le plus grand côté est ……………..
2) Calcule le carré de sa longueur : ……………
3) Calcule la somme des carrés des deux autres côtés : …………………………

4) Compare les deux résultats obtenus : ils sont
   - égaux
   - différents
5) D'après
   - la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en ….
   - la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle ABC n'est pas rectangle.

12) Le triangle ABC est-il rectangle ?



1) Le plus grand côté est …………

2) Calcule le carré de sa longueur :

…………………..

3) Calcule la somme des carrés des deux autres côtés :

………………………………………………………

4) Compare : ils sont …………………..

5) Conclusion (sois complet) :

D’après

…………………………………………………………

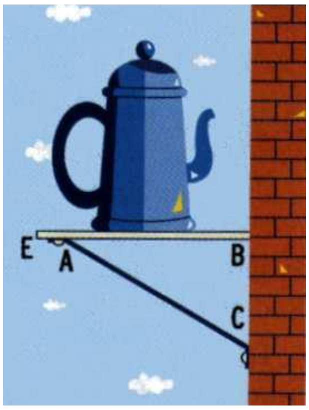
…………………………………………………………

…………………………………………………………

13) On a fixé au mur une étagère $[EB]$ en la soutenant par un support $[AC]$ comme l'indique le dessin ci-dessous.

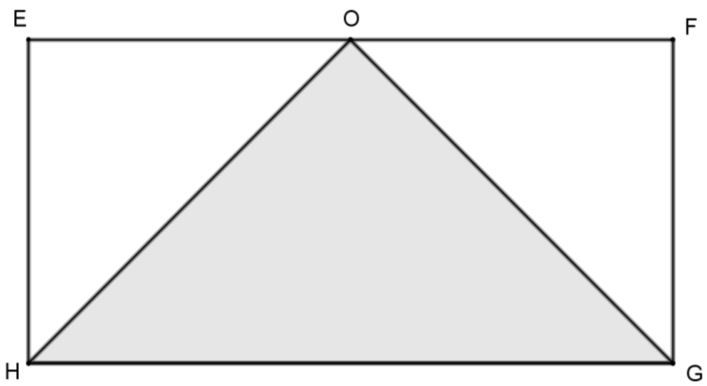
$|AB| = 30,5cm$, $|BC| = 27,6cm$ et |AC| = 41,1 cm

On suppose que le mur est vertical. L'étagère est-elle horizontale ? OUI - NON



Justifie ta réponse par calcul.

14) EFGH est un rectangle où $|EF| = 8cm$, $|FG| = 4cm$ et O est le milieu de [EF]. Prouve que HOG est un triangle rectangle en O.



Justifie ta réponse par calcul.

UAA4 - Les fonctions du 1er degré

Boîte à outils **Quelques rappels théoriques**

1) La représentation d'une fonction du 1^er^ degré est une **droite**.

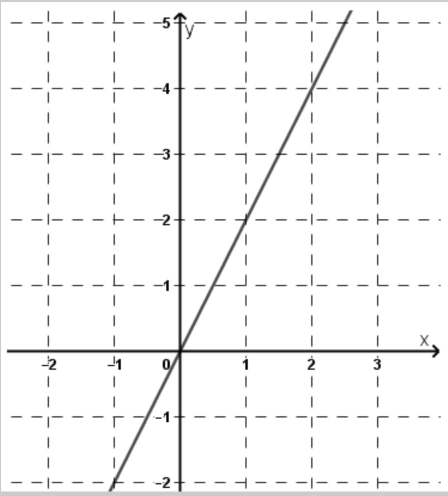
2) On distingue 2 types de fonctions du 1^er^ degré :

Les fonctions linéaires

$\boxed{f(x) = y = m \cdot x}$

Droite passant par l'origine des axes (0 ; 0)

Exemple : f(x) = 2x



La droite passe par (0 ; 0)

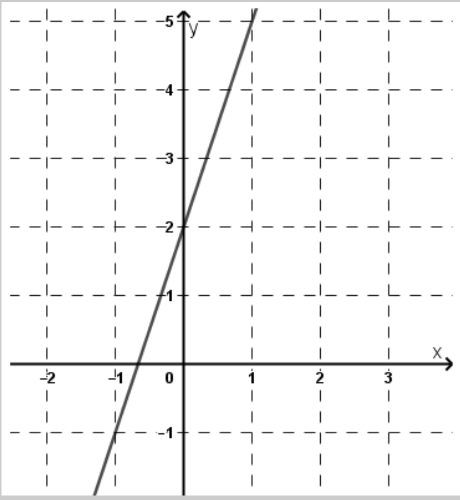
m = 2 et p = 0

Les fonctions affines

$\boxed{f(x) = y = m \cdot x + p}$

Droite passant par le point (0 ; p)

Exemple : f(x) = 3x + 2



La droite passe par (0 ; 2)

m = 3 et p = 2

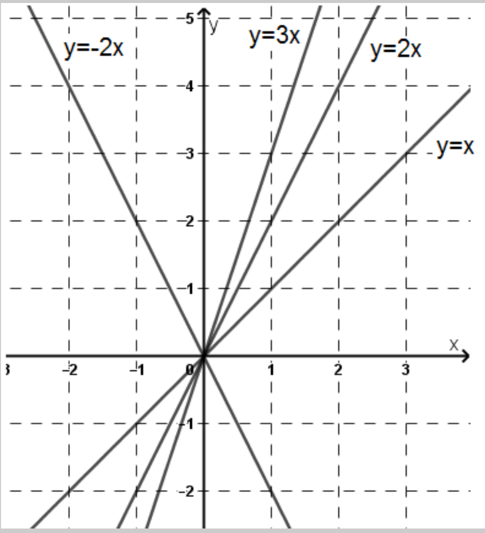
3) Le rôle de « m »

« m » est le **coefficient angulaire.**

Lorsque m varie, l’angle formé par la droite et l’axe des x varie.

Donc ***m influence l’inclinaison de la droite.***

Plus la valeur de « m » est grande, plus la fonction « croît »



m > 0 : la fonction est **croissante**

ex : f(x) = 3x ; f(x) = 2x ; f(x) = x

m=3 m=2 m=1

m > 0 : La fonction est **décroissante**

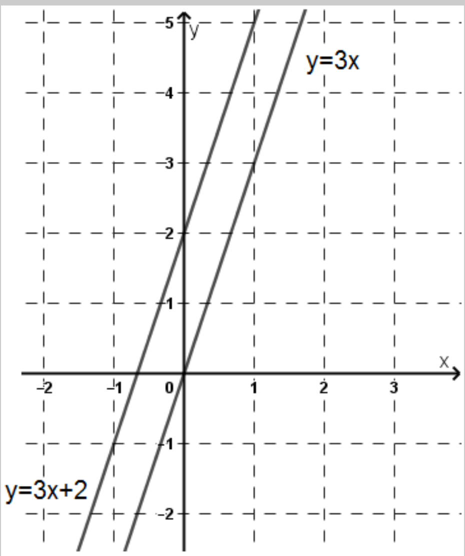
ex : f(x) = -2x

m=-2

<u>Remarque :</u>

2 fonctions qui ont le **même coefficient angulaire**, sont représentées par des **droites parallèles**.

Exemple :



f(x) = 3x et f(x) = 3x + 2 ont le même coefficient angulaire (m = 3)

Leur croissance est la même, elles sont donc représentées par des droites parallèles.

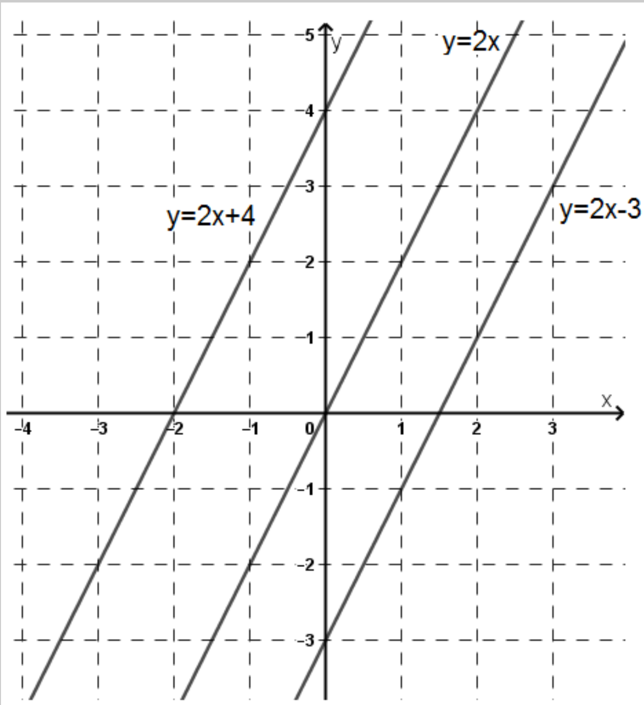
4) Le rôle de « p » - ordonnée à l'origine

« p » détermine l'ordonnée à l'origine.
L'ordonnée à l'origine est l'ordonnée du point du graphique dont l'abscisse vaut 0 ;
C'est-à-dire l'ordonnée du point qui coupe l'axe vertical (des ordonnées).

Exemple :

- Pour $f_1(x) = 2x$, p = 0

➔c'est une fonction linéaire



- Pour $f_2(x) = 2x+4$, p = 4 et la droite passe par (0 ; 4)
- Pour $f_3(x) = 2x-3$, p = -3 et la droite passe par (0 ; -3)

➔ sont des fonctions affines.

Les fonctions $f_2(x) = 2x + 4$ et $f_3(x) = 2x – 3$ sont représentées par des droites parallèles à la droite représentant la fonction $f_1(x) = 2x$ car elles ont le même coefficient angulaire (m = 2)

L'ordonnée à l'origine de la fonction

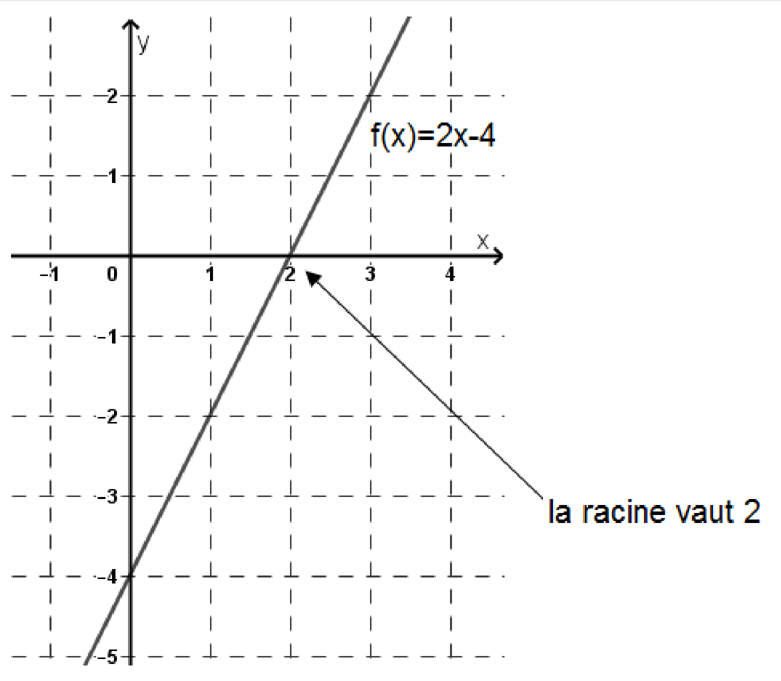
$f_1(x) = 2x$ vaut 0

$f_2(x) = 2x + 4$ vaut 4

$f_3(x) = 2x – 3$ vaut -3

5) La racine (ou zéro) d'une fonction

Une **racine** (certains disent un **zéro**) d'une fonction est un nombre réel dont l'image est zéro, c'est-à-dire l'abscisse du point qui coupe l'axe horizontal.



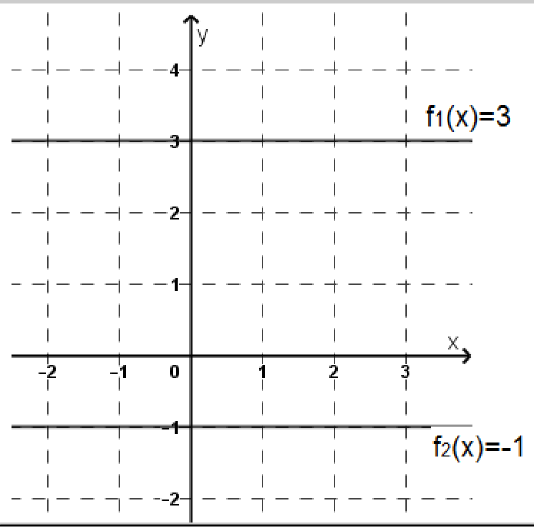
6) La fonction constante

Si m = 0, nous obtenons une fonction dont l'expression analytique est : $\boxed{f(x) = p}$

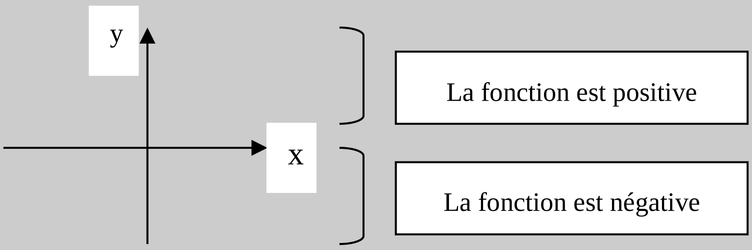
Il ne s'agit pas d'une fonction du 1^er degré (il n'y a pas de « x ») mais d'une fonction du degré 0 que l'on appelle **fonction constante**.

Son graphique est une droite parallèle à l'axe des abscisses.

Exemples :

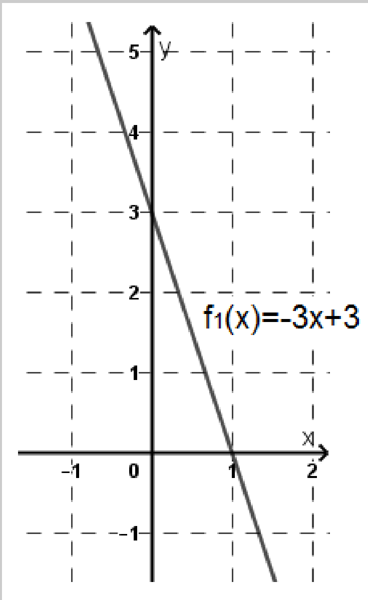


7) Étude de signe d'une fonction du 1er degré



La racine constitue la « limite » entre la partie positive et la partie négative de la fonction.

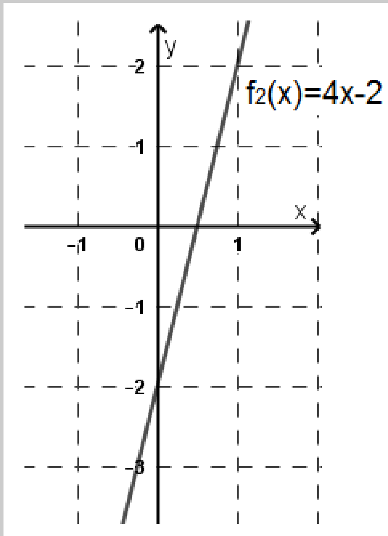
Exemples :



La racine vaut 1

Tableau de signes :

x		1	
y=f(x)	+	0	-



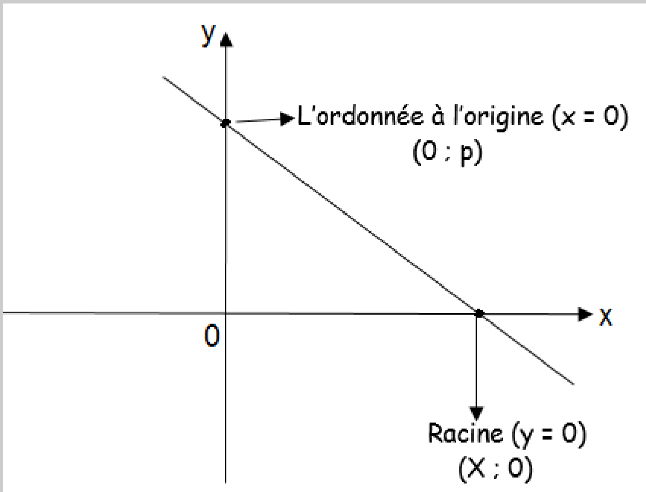
La racine vaut $\frac{1}{2}$

Tableau de signes :

x		$\frac{1}{2}$	
y=f(x)	-	0	+

8) Représentation graphique d'une fonction affine

Afin de représenter avec précision une fonction affine du 1er degré, la recherche des coordonnées de 2 points nous permet de tracer la droite (en effet, nous savons que par 2 points distincts passe une et une seule droite).
Les deux points que nous allons rechercher afin de pouvoir représenter la fonction le plus précisément sont des points particuliers. Ce sont les points d'intersections avec d'une part l'axe des x *(la racine de la fonction)* et d'autre part l'axe des y (*l'ordonnée à l'origine).*



➔ Pour trouver la racine soit on résout l'équation dans laquelle y vaut 0
➔ Pour trouver l'ordonnée à l'origine soit on résout l'équation dans laquelle x vaut 0
➔ Nous rechercherons éventuellement les coordonnées d'un 3ème point qui servira de vérification : On choisit une valeur de x et on calcule la valeur correspondante de y.

Lorsqu'il s'agit d'une fonction linéaire, la racine et l'ordonnée à l'origine sont confondues (0 ;0). Il sera donc nécessaire de rechercher les coordonnées de points supplémentaires.

Exemple : Soit la fonction affine $f(x) = y = -2x + 4$

Racine :

si $f(x) = 0$ alors $0 = -2x + 4$
$2x = 4$
$x = 2$

La racine de la fonction est 2.

Nous obtenons le point de coordonnées (2 ; 0)

Ordonnée à l'origine :

si $x = O$ alors $f(x) = -2.0 + 4$
$f(x) = 4$

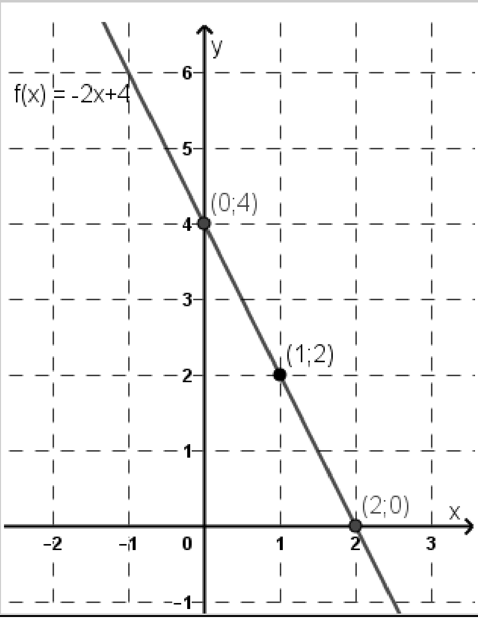
L'ordonnée à l'origine est 4

Nous obtenons le point de coordonnées (0 ; 4)

Nous avons donc le tableau de valeurs et le graphique suivants :

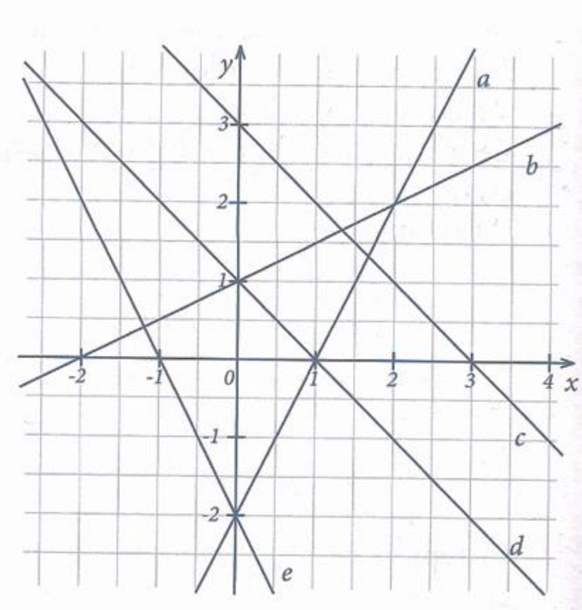
x	**f(x) = y**
2	0
0	4
1	2

Point supplémentaire
(par exemple si x = 1) :
$-2 . 1 + 4 = 2$



Exerce-toi

1) Voici des représentations graphiques de fonctions ainsi que leur expression analytique. **ASSOCIE** à chaque fonction son expression analytique.



$f(x) = -x + 1$ … … … … …

$g(x) = -2x - 2$ … … … … …

$h(x) = -x + 3$ … … … … …

$i(x) = x + 1$ … … … … …

$j(x) = 2x - 2$ … … … … … . ..

2) Dans chacun des cas suivants, le point P appartient-il au graphique de la fonction f ? Indique tes calculs.

Coordonnées de P	(1 ; 3)	(1 ; -5)	(-3 ; -3)
Fonction	f(x) = 3 x	f(x) = - 4 x + 9	f(x) = 2x + 3
Calculs			

3) Complète le tableau ci-dessous

Droite	Expression analytique de la fonction	<u>Type</u> DA (1^{ier} degré affine) DL (1^{er} degré linéaire) C (constante)	Pente	Croissance de la fonction (croissante, décroissante ou constante)	Zéro	Ordonnée à l'origine
d_1	$f(x) = - 3x + 6$					
d_2	$f(x) = -2$					
d_3	$f(x) = -x$					
d_4	$f(x) = -3 + 5x$					
d_5	$f(x) = 2x$					
d_6	$f(x) = 7$					
d_7	$f(x) = -1 – x$					
d_8	$f(x) = -3x$					
d_9	$f(x) = -4x + 3$					
d_{10}	$f(x) = 5 + 2x$					

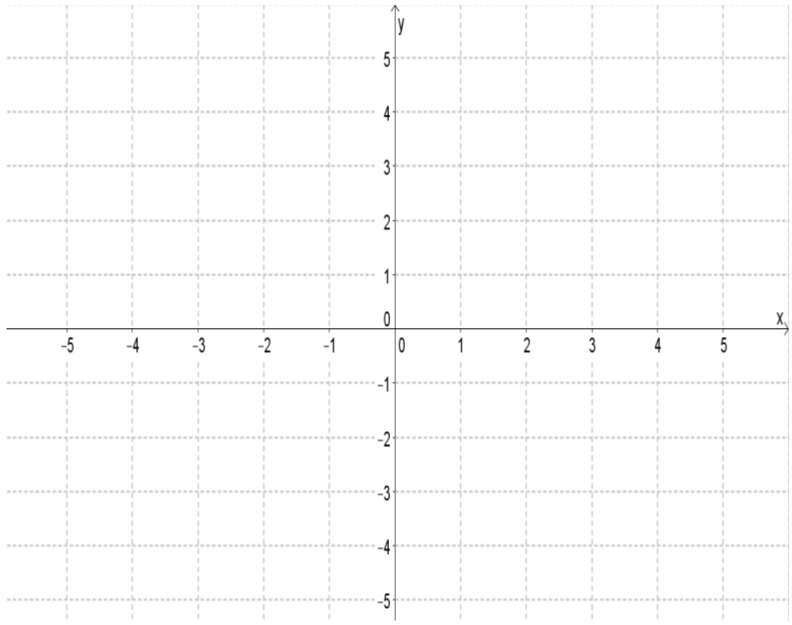
4) Construis le graphique des fonctions suivantes (utilise au minimum 3 points dont 1 négatif)

f(x) = 2x-4

x	Y

g(x) = -x + 3

x	Y



5) Trois jeunes décident de passer une semaine de vacances à la Côte belge et de louer un VTT. Ils se renseignent pour connaître les différentes possibilités de location. Voici les trois tarifs proposés pour louer un VTT.

- Tarif 1 : un forfait de 120 € le premier jour de location permet d'emporter le VTT durant toute la semaine.
- Tarif 2 : 8 € par heure de location permet de louer un VTT quelconque.
- Tarif 3 : 36 € à la réservation, puis 4 € par heure de location permet de réserver un VTT aux mesures du cycliste en le laissant chez le loueur et en l'empruntant à sa convenance.

Nathan envisage de rouler 24 heures durant la semaine de vacances, alors qu'Olivia prévoit de rouler seulement 8 heures. Quant à Adeline, elle projette de rouler 2 heures par jour du lundi au samedi inclus.

a) Dans un même repère cartésien, représente le prix à payer pour chaque tarif en fonction du nombre d'heures d'utilisation.

b) Utilise ces graphiques pour déterminer

(1) le tarif le plus avantageux pour chaque jeune

(2) le tarif le plus avantageux suivant le nombre d'heures de location

c) Pour chaque tarif, exprime le prix (y) en fonction du nombre d'heures de location (x).

Tarif 1

Y = ……………….

X	y

Tarif 2

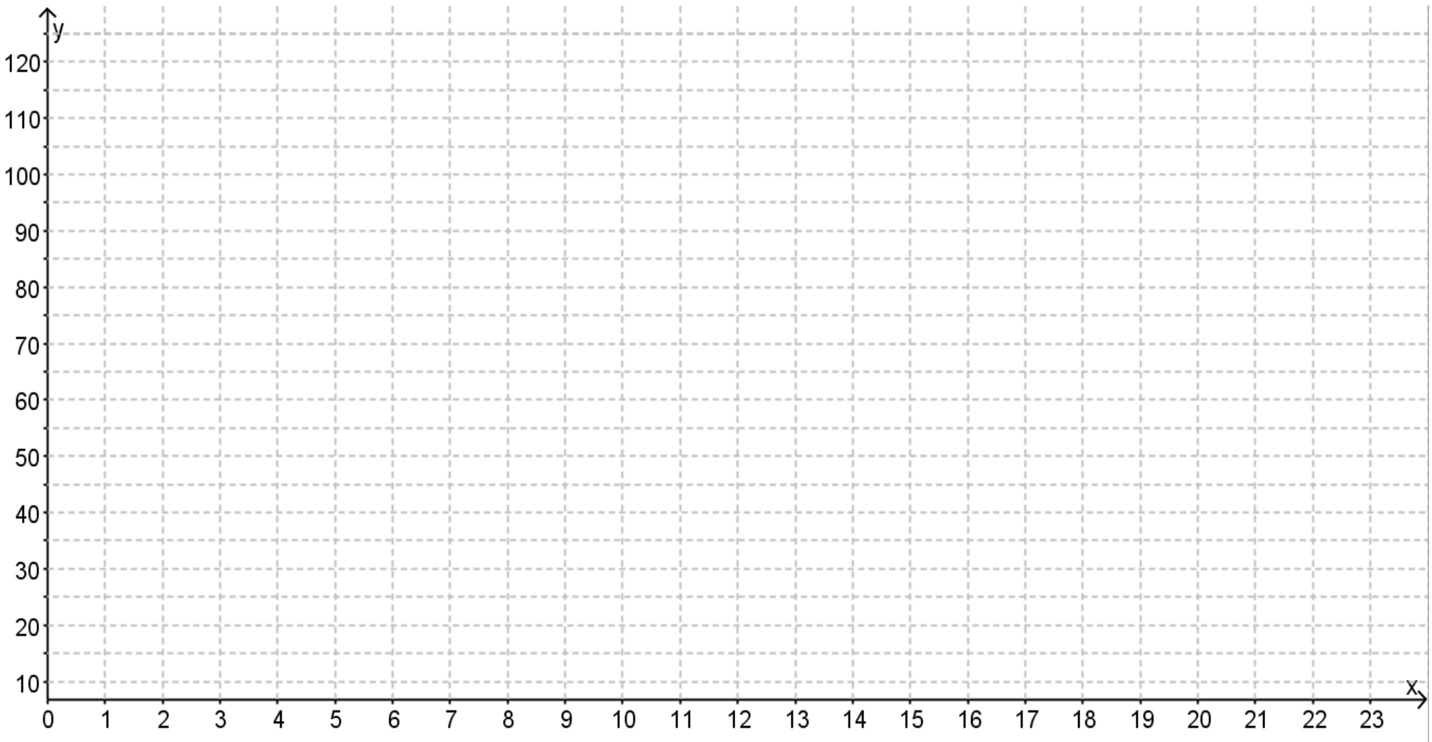
Y = ……………….

x	y

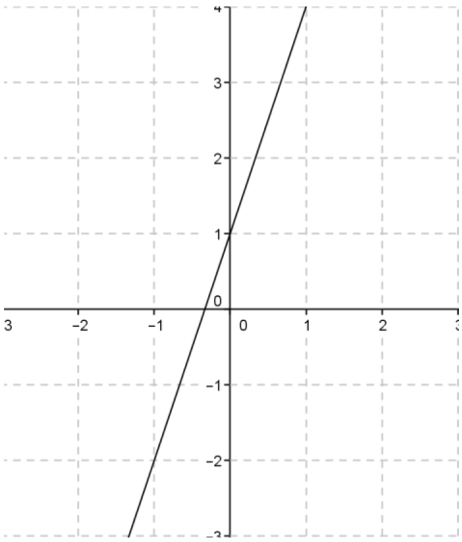
Tarif 3

Y = ……………….

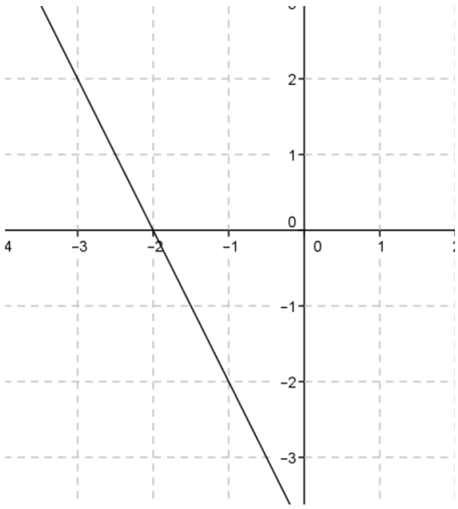
x	Y



6) Détermine graphiquement la pente de chaque droite



m=



m=

7) Dans chacun des cas ci-dessous, calcule la pente de la droite AB.

a) A (1 ; 8) et B (3 ; 5)

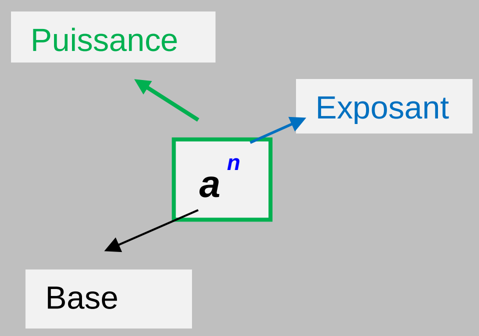
b) A (-1 ; 2) et B (3 ; 5)

UAA5 - Outils algébriques

Les puissances à exposants négatifs

Boîte à outils - Signe d'une puissance

Vocabulaire



Quelles sont les conditions pour qu'une puissance soit négative ?

Une puissance d'un nombre est négative si …

- la base est négative
  et
- l'exposant est impair

Les expressions sont-elles positives ou négatives ?

2^3 est positive car

- la base est positive / négative

2^{-3} est positive car

- la base est positive / négative

$\left(\frac{-1}{2}\right)^3$ est négative car

- la base est positive / négative

et

- l'exposant est pair / impair

-2^{-4} est l'opposé de 2^{-4}

or 2^{-4} est positive car

- la base est positive / négative

donc -2^{-4} est négative

$(-2)^4$ est positive car

- la base est positive / négative

et

- l'exposant est pair / impaire

Exerce-toi

1) Complète par < ou par >.

a. $(-5)^{17}$ ….. 0
b. 5^{-13} …… 0
c. -2^{0} …… 0

d. -3^{34} ….. 0
e. $(-2)^{0}$ ….. 0
f. -4^{-26} ….. 0

g. -5^{-4} …… 0
h. $\left(\frac{-3}{5}\right)^{4}$ …..0

2) Sans calculer, complète par = ou ≠ .

$(-13)^2$ ….. 13^2
-92^{-8} ….. $(-92)^{-8}$

$(-17)^{-2}$ ….. -17^{-2}
32^4 ….. -32^4

35^6 …..-35^6
$-(-16)^4$ ….. -16^4

$(-25)^7$ …..-25^7
$-(-13)^{-3}$ ….. 13^{-3}

Boîte à outils

Rendre un exposant positif

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)}$$

x^{-3} est l'inverse de x^3 et se note $\frac{1}{x^3}$ $(x \neq 0)$

$\left(\frac{1}{a}\right)^{-2}$ est l'inverse de $\left(\frac{1}{a}\right)^{2}$ et se note a^2 $(a \neq 0)$

$-4^{-2} = -\frac{1}{4^2} = -\frac{1}{16}$

$\frac{1}{2^{-3}} = \frac{1}{\frac{1}{2^3}} = 1 \cdot \frac{2^3}{1} = 2^3 = 8$

$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$	$2^{-1} = \frac{1}{2}$	$2^{-2} = \frac{1}{4}$	$2^{-3} = \frac{1}{8}$

: 2 : 2 : 2 : 2 : 2 : 2

En calculant les puissances successives d'une même base, on construit des puissances à exposants négatifs en gardant la régularité des calculs et on observe que :

- $a^0 = 1$ $(a \neq 0)$
- a^{-n} est l'inverse de la n^ième puissance du réel non nul a
  (a^{-n} est l'inverse de a^n) et donc $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Remarque :

$$-\,a^{-n}$$

Joue sur le caractère « positif, négatif, opposé de … »

Joue sur le caractère « fraction » inverse »

Exerce-toi

Je suis guidé(e)

3) Calcule.

Il faut toujours rendre l'exposant positif avant de calculer des puissances numériques !

$(-4)^{-3} = \dfrac{1}{(-4)^3}$ $= \dfrac{1}{-64}$ $= -\dfrac{1}{64}$	Pour calculer $(-4)^{-3}$, je rends l'exposant positif : $\dfrac{1}{(-4)^3}$ puis je calcule.
$-5^{-2} = \dfrac{.....}{.....}$ $= \dfrac{.....}{.....}$	Pour calculer -5^{-2}, je rends l'exposant positif puis je calcule.
$(-6)^{-2} = \dfrac{.....}{.....}$ $= \dfrac{.....}{.....}$	Pour calculer $(-6)^{-2}$, je rends l'exposant positif puis je calcule.

4) Écris les expressions en n'utilisant que des exposants naturels $(a, b, x \text{ et } y \neq 0)$.

$a^{-2} = \dfrac{.....}{.....}$	a^{-2} est une puissance à exposant négatif que tu dois rendre positif.
$x^3y^{-4} = x^3 . \dfrac{.....}{.....}$ $= \dfrac{.....}{.....}$	x^3 est déjà une puissance à exposant positif → tu ne changes rien. y^{-4} est une puissance à exposant négatif que je dois

	……………….
$a^4.(-b)^{-2} = a^4.\frac{.....}{.....}$ $= \frac{.....}{.....}$ $= \frac{.....}{.....}$	a^4 est déjà une puissance à exposant positif → ………………………… $(-b)^{-2}$ est une puissance à exposant négatif que je dois …………………. Attention au signe de la puissance !

Je m'exerce seul(e)

5) Calcule.

Il faut toujours rendre l'exposant positif avant de calculer des puissances numériques !

$3^{-2} =$	$(-2)^{-2} =$	$(-3)^{-3} =$	$-4^{-2} =$
$-5^{-3} =$	$9^{-2} =$	$-(-3)^{-3} =$	$-6^{-1} =$

6) Écris les expressions en n'utilisant que des exposants naturels.

$x^5.y^{-2} =$	$3a^{-3} =$	$4a^{-5}b^3 =$
$-3a^{-2}b^{-5} =$	$-a^{-3}b^2 =$	$(a^2b^{-1})^{-3} =$

Boîte à outils - Les propriétés des puissances

Produit de puissances de même base	Puissance d'un quotient	Quotient de puissances de même base
$a^n.a^m = a^{n+m}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Puissance d'une puissance	Puissance d'un produit
$(a^n)^m = a^{n.m}$	$(a.b)^m = a^m.b^m$

Simplifie en appliquant les propriétés des puissances. Écris la réponse en utilisant uniquement des exposants naturels $(a, b \text{ et } c \neq 0)$.

$a^{-2}.a^{7} = a^{-2+7}$ $= a^{5}$	Produit de puissances de même base → on conserve la base et on additionne les exposants	$\left(b^{3}\right)^{-3} = b^{3.(-3)}$ $= b^{-9}$ $= \frac{1}{b^{9}}$	Puissance d'une puissance → on conserve la base et on multiplie les exposants
$\left(a^{2}\,b^{-4}\right)^{3} = a^{2.3}\,.b^{-4.3}$ $= a^{6}.\,b^{-12}$ $= \frac{a^{6}}{b^{12}}$	Puissance d'un produit → on élève chaque facteur à cette puissance	$\left(\frac{2a}{b}\right)^{-2} = \frac{2^{-2}.\,a^{-2}}{b^{-2}}$ $= \frac{b^{2}}{2^{2}.a^{2}}$ $= \frac{b^{2}}{4a^{2}}$	Puissance d'un quotient → on élève chaque terme à cette puissance
$\frac{b^{7}}{b^{-2}} = b^{7-(-2)}$ $= b^{7+2}$ $= b^{9}$	$\frac{c^{-6}}{c^{-2}} = c^{-6-(-2)}$ $= c^{-6+2}$ $= c^{-4}$ $= \frac{1}{c^{4}}$	Quotient de puissances de même base → on conserve la base et on soustrait les exposants	

Exerce-toi

Je m'exerce seul(e)

7) Réduis les expressions. La réponse ne comportera que des exposants naturels

$(a, b, n, x \text{ et } y \neq 0)$.

$a^{-5}.a^{2} =$	$-\left(x^{-2}\right)^{6} =$	$3a^{-2}.\left(-5a^{3}\right) =$
$\left(x^{-7}\right)^{2} =$	$\dfrac{y^{-4}}{y^{9}} =$	$\left(a^{-3}.b^{5}\right)^{3} =$
$\left(\dfrac{2a^{3}}{5b^{2}}\right)^{-3} =$	$\left(x^{-3}.b^{4}\right)^{-3} =$	$\left(a^{-5}\right)^{-2} =$
$a^{3}.a^{-7}.a^{-5} =$	$\dfrac{b^{-5}}{b^{2}} =$	$\left(a^{2}.b^{-3}\right)^{-4} =$
$\left(-3a^{3}\right)^{-2} =$	$(2a)^{-2} =$	$5x^{-6}.2x^{-2} =$
$-\left(n^{4}\right)^{2} =$	$-7a.\left(-8a^{-7}\right) =$	$\left(2x^{-3}b^{5}\right)^{-2} =$

Boîte à outils

- $\frac{1}{a}$ est l'inverse de a et peut se noter a^{-1} $(a \neq 0)$

  donc $\frac{1}{a} = a^{-1}$

- $\frac{1}{2^{-3}}$ est l'inverse de 2^{-3} et peut se noter $\left(2^{-3}\right)^{-1}$

  donc $\frac{1}{2^{-3}} = \left(2^{-3}\right)^{-1}$

  $= 2^{(-3).(-1)}$ (puissance d'une puissance)

  $= 2^{3}$

Exercices résolus

1. Calcule.

$\frac{(-3)^2}{4^{-2}} = (-3)^2 . 4^2$

$= 9.16$

$= 144$

L'exposant est rendu positif en passant au numérateur.

$\frac{7^{-1}}{(-3)^{-2}} = \frac{(-3)^2}{7^1}$

L'exposant -1 est rendu positif en passant au dénominateur ; l'exposant -2 devient positif en passant au numérateur.

2. Écris les expressions uniquement avec des exposants naturels $(b, c \text{ et } d \neq 0)$.

$\frac{c^{-4}}{d^5} = \frac{1}{c^4 . d^5}$

L'exposant est rendu positif en passant au dénominateur.

$\frac{b^2}{c^{-3}} = b^2 . c^3$

L'exposant est rendu positif en passant au numérateur.

Exerce-toi

Je suis guidé(e)

8) Calcule.

$4^2 . 2^{-3} =$	$\dfrac{5^2}{2^{-3}} =$
$\dfrac{7^{-2}}{3^{-3}} =$	$2^{-3} . 4^{-1} =$

9) Réduis les expressions. La réponse ne comportera plus que des exposants naturels $(a \text{ et } b \neq 0)$

$\dfrac{2a^{-2}}{b^5} =$	$\dfrac{a^{-2}}{b^{-3}} =$

Je m'exerce seul(e)

10) Calcule.

$2^{-5} . 4^2 =$	$\dfrac{3^{-2}}{4} =$	$\dfrac{2}{(-5)^{-2}} =$
$-4^{-3} . 2 =$	$\dfrac{2^{-3}}{5^{-2}} =$	$10^3 . 5^{-3} =$

11) Réduis les expressions. La réponse ne comportera plus que des exposants naturels $(a, b, x, y \text{ et } z \neq 0)$

$\left(\frac{4a^3}{b^{-2}}\right)^3 =$	$\left(-3ab^{-4}\right)^{-1} =$	$2a^{-3}\left(-3a^2\right)^2 =$
$\left(\frac{-2x^{-3}}{5y^4}\right)^{-1} =$	$\left(2x^{-3}b^5\right)^{-2} =$	$\frac{a^2\ b^{-3}}{a^{-4}\ b^{-2}} =$
$\frac{x^{-1}\ y}{y^{-3}\ z^2} =$	$-\left(x^2\ y\right)^{-3}.xy^2 =$	$\left(\frac{-2a^3}{3b^{-2}}\right)^2 =$

Boîte à outils **- La notation scientifique**

$10^3 = 1000$	$10^2 = 100$	$10^1 = 10$	$10^0 = 1$	$10^{-1} = 0{,}1$	$10^{-2} = 0{,}01$	$10^{-3} = 0{,}001$

: 10 **: 10** **: 10** **: 10** **: 10** **: 10**

Un nombre en notation scientifique est un produit de deux facteurs :

un réel a tel que $1 \leq a < 10$

et

une puissance de 10

Exerce-toi

Exercices résolus

Écris les nombres en notation scientifique.

$120000 = 1{,}2.100000$
$= 1{,}2.10^5$

$0{,}03 = 3.0{,}01$
$= 3.10^{-2}$

$$\mathbf{72000\,.\,0{,}002 = 7{,}2.10^4.2.10^{-3}}$$
$$\mathbf{= 14{,}4\,.\,10^1}$$
$$\mathbf{= 1{,}44.10^2}$$

$$\mathbf{(0{,}03)^4 = (3.10^{-2})^4}$$
$$\mathbf{= 3^4.10^{-8}}$$
$$\mathbf{= 81.10^{-8}}$$
$$\mathbf{= 8{,}1.10^{-7}}$$

Donne l'écriture décimale des nombres.

$\mathbf{2{,}4.10^{-3} = 0{,}0024}$

La virgule a été déplacée de 3 rangs vers la gauche.

$\mathbf{8{,}57.10^{4} = 85700}$

La virgule a été déplacée de 4 rangs vers la droite.

Je m'exerce seul(e)

12) Dans la liste ci-dessous, entoure les nombres écrits en notation scientifique.

$54{,}5.10^7$	$2{,}3.10^{-3}$	$0{,}5.10^{-6}$	-4.10^9
$7{,}01.10$	$1{,}75.10^{-5}$	$1{,}3.11^7$	$-0{,}25.10^{-4}$

13) Écris les nombres suivants en notation scientifique.

$0{,}0025 =$	$-710 =$	$0{,}0009 =$
$0{,}0000075 =$	$480000 =$	$70 =$
$-987000000 =$	$0{,}00705 =$	

14) Donne l'écriture décimale des nombres.

$5{,}1.10^{-3} =$	$1{,}0039.10^{2} =$
$-7{,}86.10^{4} =$	$-7.10^{-5} =$

15) Calcule en utilisant la notation scientifique.

$250\,000.0{,}000005 =$	$162\,000.0{,}002 =$
$\dfrac{0{,}00036}{0{,}0000018} =$	$\dfrac{30\,000}{0{,}0005} =$

UAA5 - Outils algébriques

Les Racines carrées

Boîte à outils - Simplification d'une racine carrée

Une racine carrée est simplifiée lorsqu'il ne reste sous le radical qu'un nombre ne comportant plus aucun carrée parfait.

Propriétés

Si $a,b \in R^+$, alors $\sqrt{a\,.\,b} = \sqrt{a}\,.\,\sqrt{b}$; en particulier si $a \in R^+$, alors $\sqrt{a^2} = a$

Si $a \in R^+$ et $b \in R_0^+$, alors $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Attention !

Si $a,b \in R^+$, alors $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

1) Simplifie au maximum $\sqrt{32}$

○ Je décompose 32 en un produit de deux facteurs dont l'un d'eux est un carré parfait, le plus grand possible.	$32 = 16 \,.\, 2$
○ J'applique la propriété relative à la racine carrée d'un produit.	$\sqrt{32} = \sqrt{16 \,.\, 2}$ $= \sqrt{16} \,.\, \sqrt{2}$
○ J'extrais la racine carrée du carré parfait.	$\sqrt{16} \,.\, \sqrt{2} = 4.\sqrt{2}$ $= 4\sqrt{2}$

Si nécessaire, on décompose le radicande en un produit de facteurs premiers.

2) Simplifie au maximum $\sqrt{540}$

○ Je décompose 540 en un produit de facteurs en faisant apparaître un maximum de carrés.
Pour m'aider j'utilise la décomposition en produit de facteurs premiers (disposition pratique).

540	$\boxed{2}$
270	2
135	$\boxed{3}$
45	3
15	3
5	5
1	

$540 = 2^2 \,.\, 3^2 \,.\, 3.5$

○ J'applique la propriété relative à la racine carrée d'un produit

$\sqrt{540} = \sqrt{2^2 \,.\, 3^2 \,.\, 3.5}$

○ J'extrais la racine carrée des carrés parfaits

$\sqrt{540} = 2 \,.\, 3\,\sqrt{3.5}$
$= 6\,\sqrt{15}$

3) Simplifie au maximum $\sqrt{\frac{4}{49}}$

○ Je décompose 4 et 49 en produits de facteurs en faisant apparaître un maximum de carrés.	$\sqrt{\frac{4}{49}} = \sqrt{\frac{2^2}{7^2}}$
○ J'applique la propriété relative à la racine d'un quotient.	$\sqrt{\frac{4}{49}} = \sqrt{\frac{2^2}{7^2}} = \frac{\sqrt{2^2}}{\sqrt{7^2}}$
○ J'extrais les racines carrées des carrés parfaits.	$\sqrt{\frac{4}{49}} = \frac{\sqrt{2^2}}{\sqrt{7^2}} = \frac{2}{7}$

Exerce-toi

Je suis guidé(e)

Simplifie au maximum les radicaux suivants.

1) $\sqrt{48}$

○ Je décompose 48 en un produit de deux facteurs dont l'un d'eux est un carré parfait, le plus grand possible.	48 =
○ J'applique la propriété relative à la racine carrée d'un produit.	$\sqrt{48} =$
○ J'extrais la racine carrée du carré parfait.	$\sqrt{48} =$

2) $2\sqrt{450}$

<table>
<tr><td>

- Je décompose 450 en un produit de facteurs en faisant apparaître un maximum de carrés.
  Pour m'aider j'utilise la décomposition en produit de facteurs premiers (disposition pratique).

</td><td>

450	2
225	3
75	3
25	5
5	5
1	

$450 =$

</td></tr>
<tr><td>

- J'applique la propriété relative à la racine carrée d'un produit.

</td><td>

$2\sqrt{450} =$

</td></tr>
<tr><td>

- J'extrais la racine carrée du carré parfait.

</td><td>

$2\sqrt{450} =$

</td></tr>
</table>

3) $\sqrt{\dfrac{180}{343}} =$

<table>
<tr><td>

- Je décompose 180 et 343 en un produit de facteurs en faisant apparaître un maximum de carrés.

</td><td>

180

180 =

</td><td>

343

343 =

</td></tr>
<tr><td>

- J'applique la propriété relative à la racine carrée d'un quotient.

</td><td colspan="2">

$\sqrt{\dfrac{180}{343}} = \sqrt{\dfrac{\qquad}{\qquad}} = \dfrac{\sqrt{\qquad}}{\sqrt{\qquad}}$

</td></tr>
<tr><td>

- J'extrais les racines carrées des carrés parfaits.

</td><td colspan="2">

$\sqrt{\dfrac{180}{343}} =$

</td></tr>
</table>

4) Simplifie au maximum

$\sqrt{160}$	$\sqrt{1000}$	$\sqrt{256}$
$\sqrt{\frac{125}{48}}$	$\sqrt{\frac{98}{63}}$	$2\sqrt{162}$
$\sqrt{\frac{160}{12}}$	$3\sqrt{\frac{300}{4}}$	$\frac{\sqrt{45}}{15}$

Boîte à outils - Addition et soustraction de racines carrées

Attention Si $a, b \in R^{+}$, alors $\sqrt{a}+\sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

Si $a, b \in R^{+}$, alors $\sqrt{a}-\sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$

Si les radicandes ne sont pas semblables, l'addition et la soustraction sont impossibles.

Pour additionner (soustraire) des racines carrées,

- on additionne (soustrait) les coefficients des racines carrées **semblables** (de même radicande) et
- on conserve la racine carrée.

Remarque : Il faut parfois simplifier les racines carrées avant de les additionner (soustraire).

Exercices résolus

1) Effectue $5\sqrt{2}+3\sqrt{2}$

- $5\sqrt{2}$ et $3\sqrt{2}$ sont des racines carrées semblables, je peux les additionner.

  $5\sqrt{2}+3\sqrt{2}=8\sqrt{2}$

2) Effectue $\sqrt{27}-\sqrt{12}$

- $\sqrt{27}$ et $\sqrt{12}$ ne sont pas des racines carrées semblables, je ne peux pas les additionner.

  Je commence donc par les simplifier.

$$\sqrt{27}=\sqrt{3^3} = \sqrt{3^2.3} = 3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{12}=\sqrt{2^2.3} = 2\sqrt{3}$$

- Le calcul devient $\sqrt{27}-\sqrt{12}=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}$
- J'additionne ou soustrais les racines carrées semblables

  $\sqrt{27}-\sqrt{12}=3\sqrt{3}-2\sqrt{3} = \sqrt{3}$

3) Effectue $\sqrt{18}-\sqrt{20}+\sqrt{72}+\sqrt{125}$

- Je simplifie les racines carrées

$\sqrt{18}=\sqrt{9.2}$
$=3\sqrt{2}$

$\sqrt{20}=\sqrt{5.4}$
$=2\sqrt{5}$

$\sqrt{72}=\sqrt{36.2}$
$=6\sqrt{2}$

$\sqrt{125}=\sqrt{25.5}$
$=5\sqrt{5}$

- Le calcul devient $\sqrt{18}-\sqrt{20}+\sqrt{72}+\sqrt{125}=3\sqrt{2}-2\sqrt{5}+6\sqrt{2}+5\sqrt{5}$
- J'additionne ou soustrais les racines carrées semblables

$$\sqrt{18}-\sqrt{20}+\sqrt{72}+\sqrt{125}=3\sqrt{2}-2\sqrt{5}+6\sqrt{2}+5\sqrt{5}$$
$$=9\sqrt{2}+3\sqrt{5}$$

Exerce-toi

Je suis guidé(e)

5) Effectue.

$2\sqrt{7}-5\sqrt{2}+\sqrt{7}-3\sqrt{2}=$

- Il n'y a pas de simplification possible des racines carrées.
- J'additionne ou soustrais les racines carrées semblables

$2\sqrt{7}-5\sqrt{2}+\sqrt{7}-3\sqrt{2}=$ ………………………………………………………..

$\sqrt{50}-\sqrt{32}=$

- Il n'y a pas des racines carrées semblables. Je commence donc par les simplifier (si possible).

$\sqrt{50}=$

$\sqrt{32}=$

- Le calcul devient $\sqrt{50}-\sqrt{32}=$
- J'effectue : $\sqrt{50}-\sqrt{32}=$

6) Effectue.

$3\sqrt{7}-2\sqrt{3}+4\sqrt{7}=$	$\sqrt{54}-2\sqrt{24}-\sqrt{150}=$
$-\sqrt{45}-\sqrt{125}+\sqrt{80}=$	$\sqrt{48}-3\sqrt{27}+2\sqrt{25}=$

Boîte à outils - **Multiplication et division de racines carrées**

Propriétés

- Si a, $b \in R^{+}$, alors $\sqrt{a}\,.\,\sqrt{b}=\sqrt{a\,.\,b}$

  ⚠ Cas particulier : $\sqrt{a}\,.\,\sqrt{a}=\left(\sqrt{a}\right)^{2}=a$

  Exemple : $\sqrt{7}\,.\,\sqrt{7}=\left(\sqrt{7}\right)^{2}=7$

- Si $a \in R^{+}$ et $b \in R_{0}^{+}$, alors $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

Pour multiplier (diviser) des racines carrées, on multiplie (on divise) :

- les coefficients entre eux et
- les radicandes entre eux.

1) Effectue $5\sqrt{2}.3\sqrt{7}$

- Il n'y a pas de simplification possible.
- Dès lors j'effectue les différents produits : $5\sqrt{2}.3\sqrt{7}=15\sqrt{14}$

⚠ Après avoir multiplié, je vérifie si la racine carrée obtenue n'est plus simplifiable (voir fiche 1).

2) Effectue $\sqrt{12}.\sqrt{150}$

- Je simplifie les racines carrées $\sqrt{12}.\sqrt{150}=2\sqrt{3}.5\sqrt{6}$
- J'effectue les différents produits. $=10\sqrt{18}$
- Je simplifie la racine carrée obtenue $=10\sqrt{3^2.2}$

$$=10.3\sqrt{2}$$
$$=30\sqrt{2}$$

3) Effectue $\frac{\sqrt{162}}{\sqrt{45}}$

- Je simplifie les racines carrées $\frac{\sqrt{162}}{\sqrt{45}}=\frac{\sqrt{2.3^4}}{\sqrt{3^2.5}}=\frac{3^2\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}$
- J'effectue les différents quotients $\frac{3^2\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}=3\sqrt{\frac{2}{5}}$

Exerce-toi

Je suis guidé(e)

7) Effectue

1) $\sqrt{32}\,.\,\sqrt{18}$

- Je simplifie les racines carrées $\sqrt{32}\,.\,\sqrt{18} =$

- J'effectue les différents produits sans oublier de simplifier, lorsque c'est possible, la racine carrée obtenue.

2) $\sqrt{72}\,.\,\sqrt{63} =$

- Je simplifie les racines carrées

- J'effectue sans oublier de simplifier, lorsque c'est possible, la racine carrée obtenue.

3) $\dfrac{\sqrt{405}}{\sqrt{24}}$

- Je simplifie les racines carrées

- J'effectue sans oublier de simplifier, lorsque c'est possible, la racine carrée obtenue.

8) Effectue

1) $2\sqrt{15}\,.\,5\sqrt{10}$

2) $2\sqrt{72}\,.\,2\,.\,\sqrt{2}\,.\,\sqrt{2}$

3) $\left(\sqrt{50}-\sqrt{32}\right).\sqrt{5}$

4) $\dfrac{\sqrt{270}}{\sqrt{375}}$

UAA5 - Outils algébriques

Les Polynômes

Boîte à outils - Généralités

Exercice résolu

$P(x) = 2x^2 + 2x^3 - 4x^2 + 8 - 3x^4$

1. Je réduis.
   a) Y a-t-il des termes semblables ?

      Je les entoure, sans oublier le signe qui les précède.

      Utilise la même couleur pour des termes semblables.

$$P(x) = 2x^2 + 2x^3 - 4x^2 + 8 - 3x^4$$

   b) Réduire (= additionner ou soustraire) ces termes semblables et réécrire le polynôme $P(x)$

      ainsi réduit.

$$P(x) = -2x^2 + 2x^3 + 8 - 3x^4$$

2. Je l'ordonne.

   Je réécris le polynôme en commençant par le monôme ayant l'exposant le plus élevé et de manière décroissante (il est possible aussi d'ordonner de manière croissante en commençant par le

   monôme ayant l'exposant le plus petit).

$$P(x) = -3x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 8$$

3. Je donne le degré de ce polynôme.

   Il correspond à l'exposant le plus élevé.

   Le degré de $P(x)$ est 4.

4. Je regarde si le polynôme est complet.

   J'observe si le polynôme contient toutes les puissances à partir de la plus élevée jusqu'à l'exposant zéro (terme indépendant).

   $P(x) = -3x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 0x^1 + 8x^0$

   Ce polynôme est incomplet, il manque le terme de degré 1.

Exerce-toi

Je suis guidé(e)

1) Réduis, ordonne, complète et indique le degré du polynôme
$P(x) = -3x - 8x^2 - 3x + 2x^3 + 5 + 7x^2$

1. Je réduis.

   Entoure les termes semblables en faisant attention aux signes et utilise des couleurs.

   Réécris le polynôme réduit $P(x) =$ ....

2. Je l'ordonne.

   « Range » ton polynôme suivant les puissances décroissantes de la variable.

   $P(x) =$ ....

3. Je donne le degré.

   Entoure l'exposant le plus élevé.

   Le degré de $P(x)$ est ......

4. Je vérifie si le polynôme est complet.

   Recopie ton polynôme ordonné et réduit.

   $P(x) =$ ....

Observe s'il manque un degré.

Ce polynôme est (choisis) - complet

- incomplet, il manque le terme de ……….

Je m'exerce seul(e)

2) Réduis, ordonne, complète et indique le degré des polynômes ci-dessous.

1) $A(x) = 4x - 6x^4 + 3$

- Je réduis
- J'ordonne
- Je détermine le degré
- Je complète

2) $B(x) = x + 7x^4 - x + 4x^3 - 2x - 5x^3 - 1$

-
-
-
-

3) $C(x) = -3 - 7x - 3x^2 + 2x^3 - x^4 - 5x^5$

-
-
-
-

Exercices résolus

Soient les polynômes

$$A(x) = 1 - 4x + 6x^2 - 8x^3$$
$$B(x) = 4x - 2x^2$$

Calcule $A(x) + B(x)$

Choisis la méthode qui te convient.

Algébrique

- Écris les polynômes l'un à la suite des autres entre **( )**.

$$A(x) + B(x) = \left(1 - 4x + 6x^2 - 8x^3\right) + \left(4x - 2x\right.$$

- Supprime les **( ).**

$$A(x) + B(x) = 1 - 4x + 6x^2 - 8x^3 + 4x - 2x^2$$

- Réduis et ordonne ton résultat.

$$A(x) + B(x) = -8x^3 + 4x^2 + 1$$

- Réduis et ordonne chacun des polynômes.

$$A(x) = -8x^3 + 6x^2 - 4x + 1$$
$$B(x) = -2x^2 + 4x$$

- Dispose selon la méthode du calcul écrit sans oublier d'aligner les termes semblables. Si un polynôme est incomplet, il y a lieu de prévoir la place nécessaire pour les termes manquants.

$$\begin{array}{rrrrr} & -8x^3 & +6x^2 & -4x & +1 \\ + & & -2x^2 & +4x & \\ \hline & -8x^3 & +4x^2 & & +1 \end{array}$$

Calcule $A(x)-B(x)$

$$A(x)-B(x)=\left(1-4x+6x^2-8x^3\right)-\left(4x-2x^2\right)$$

$$A(x)-B(x)=1-\boxed{4x}+6x^2-8x^3-\boxed{4x}+2x^2$$

$$A(x)-B(x)=-8x^3+8x^2-8x+1$$

Attention au signe – devant des ( ).

- Dispose……..
- Change les signes de chacun des termes du second polynôme (soustraire un terme revient à ajouter son opposé).

$$\begin{array}{lrrrr} & -8x^3 & +6x^2 & -4x & +1\\ (\cancel{-}) & & \underset{+}{\cancel{-}}\,2x^2 & \underset{-}{\cancel{+}}\,4x & \\ \hline & -8x^3 & +8x^2 & -8x & +1\end{array}$$

Attention au changement de signe pour la soustraction.

Exerce-toi

Je suis guidé(e)

3) Soient les polynômes

$$M(a)=3a^3-2a-3$$
$$P(a)=-3a^3+2a^2-1$$

Calcule $M(a)-P(a)$

Choisis la méthode qui te convient.

a) Écris le calcul avec les ( ).

a) Ordonne et réduis les polynômes.

b) Écris le calcul sans (   ).

c) Réduis et ordonne ton résultat.

b) Effectue en utilisant la disposition pratique.

4) Utilise la méthode de ton choix pour réaliser les deux opérations ci-dessous.

$A(x) = x^4 - 2x^3 + 8x^2 - 4$

$B(x) = 6x^3 - 5x + 2$

Calcule $A(x) + B(x)$

Calcule $B(x) - A(x)$

5) Effectue $Q(x) + T(x) - R(x)$ en utilisant la méthode de ton choix.

$Q(x) = -2x^3 + 3x^2 - 3$

$R(x) = -x^4 + 2x^3 - x^2 + 8x - 1$

$T(x) = -3x^4 + 5x + 8$

Boîte à outils - Multiplication de polynômes

Exercices résolus

Soient les polynômes

$$Q(x) = x + 4$$
$$R(x) = 3x^2 + 2x - 1$$

Calcule $Q(x).R(x)$

Choisis la méthode qui te convient.

Algébrique

Écris les polynômes l'un à la suite de l'autre en utilisant des ( ).

$$Q(x).R(x) = (x+4).(3x^2+2x-1)$$

Distribue.

$$Q(x).R(x) = (x + \boxed{4}).(3x^2 + 2x - 1)$$

$$= 3x^3 + 2x^2 - x + 12x^2 + 8x - 4$$

Réduis le résultat.

$$Q(x).R(x) = 3x^3 + 14x^2 + 7x - 4$$

Pratique

Réduis et ordonne chacun des polynômes si nécessaire.

Dispose selon la méthode du calcul écrit sans oublier d'aligner les termes semblables obtenus dans les produits partiels.

$$\begin{array}{rr}
 & 3x^2 + 2x - 1 \\
 & x + \boxed{4} \\
\hline
 & 3x^3 + 2x^2 - x \quad\quad\quad \\
+ & 12x^2 + 8x - 4 \\
\hline
 & 3x^3 + 14x^2 + 7x - 4
\end{array}$$

Exerce-toi

Je suis guidé(e)

6) Utilise la méthode de ton choix pour réaliser les deux calculs ci-dessous.

Soient les polynômes

$$Q(x) = x + 4$$
$$R(x) = 3x^2 + 2x - 1$$

Calcule $Q(x).R(x)$

Algébrique	Pratique
Écris le calcul avec les ( ).	Réduis et ordonne les polynômes si nécessaire.
Réduis.	Effectue en utilisant la disposition pratique.
Distribue.	

7) Utilise la méthode de ton choix pour réaliser les opérations ci-dessous.

1) Soient les polynômes $D(x) = 3x^2 - 1$ et $E(x) = -3x^2 + 5x^3 + 2$

Effectue $D(x).E(x)$

2) Soient les polynômes $G(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 1$ et $H(x) = 5x^3 - 2$

Effectue $G(x).H(x)$

1) Rappel

$$
\begin{array}{rrr|l}
7 & 3 & 1 & 6 \\
\cline{4-4}
-6 & & & 121 \\
\cline{1-1}
1 & 3 & & \\
-1 & 2 & & \\
\cline{1-2}
& 1 & 1 & \\
& - & 6 & \\
\cline{2-3}
& & 5 &
\end{array}
$$

731 est le *dividende*

6 est le *diviseur*

121 est le *quotient*

5 est le *reste*

$$731 = 6 \cdot 121 + 5$$

$$\boxed{D = d \cdot q + r \text{ avec } 0 \leq r < d}$$

La méthode pratique de division d'un polynôme par un polynôme est basée sur celle de la division écrite d'un nombre par un nombre.

2) $(3x^2 + 3x^4 + 8 + 7x):(3x + 6)$

$3x^4$	$+0x^3$	$-x^2$	$+7x$	$+8$	$3x+6$
$-3x^4$	$-\cancel{+}6x^3$				$x^3 - 2x^2 + \frac{11x}{3} - 3$
	$-6x^3$	$-x^2$	$+7x$	$+8$	
	$+6x^3$	$+12x^2$			
		$11x^2$	$+7x$	$+8$	
		$-11x^2$	$-\cancel{+}22x$		
			$-9x$	$+8$	
			$-9x$	$+18$	
				26	

- On utilise la disposition pratique.
- On ordonne et on complète le dividende.
- On divise le 1er terme du dividende par le 1er terme du diviseur :
  $\frac{\cancel{3}x^{\cancel{4}3}}{\cancel{3}\cancel{x}} = x^3 \Rightarrow$ 1er terme du quotient
- On multiplie le diviseur par le 1er terme du quotient.
  $x^3.(3x+6) = 3x^4 + 6x^3$
- On soustrait ce résultat du dividende et on obtient le 1er reste partiel.

- On fait de même avec le reste partiel comme nouveau dividende $\frac{-6x^3}{3x} = -2x^2$
- $-2x^2.(3x+6) = -6x^3 - 12x^2$
- $\frac{11x^2}{3x} = \frac{11x}{3}$
- $\frac{11x}{3}.(3x+6) = \frac{33x^2}{3} + \frac{66x}{3}$
  $= 11x^2 + 22x$
- $-3.(3x+6) = -9x - 18$
- Le degré du reste est évidemment inférieur à celui du diviseur.
- 26 est le reste.

Exerce-toi

Je m'exerce seul(e)

8) Effectue les divisions suivantes :

$\left(6\boldsymbol{x}^3 - 5\boldsymbol{x}^2 + 10\boldsymbol{x} + 7\right):\left(2\boldsymbol{x} + 1\right)$

$\left(2\boldsymbol{x}^4 + 5\boldsymbol{x}^3 - 2\boldsymbol{x} + 20 + 4\boldsymbol{x}^2\right):\left(-\boldsymbol{x}^2 - 2\boldsymbol{x} + 5\right)$

Boîte à outils - Division par (x – a) – Méthode d'Horner

Exercice résolu

Lorsque le diviseur est un binôme de la forme $(x-a)$, on peut utiliser une autre disposition pratique appelée **méthode d'Horner**.

Effectue la division de $(x^3-5x^2+11x-6)$ par $(x-2)$

Dividende : $D(x)=1x^3-5x^2+11x-6$

Diviseur : $d(x)=x-\ 2$

Il faut ordonner le dividende (suivant les puissances décroissantes de la variable) et le compléter si nécessaire.

coefficients de $D(x)$	1	-5	11	-6
		+	+	+
a = 2		2	-6	10
		.2	.2	.2
coefficients de $q(x)$	1	-3	5	4 = r

Quotient : $q(x)=1x^2-3x+5$ le quotient est de degré 2 car $\dfrac{x^3}{x}=x^{3-1}=x^2$

Reste : $r=4$

On peut exprimer le dividende sous la forme $D(x)=d(x)\,.\,q(x)+r$

Donc $(x^3 - 5x^2 + 11x - 6) = (x - 2)\,.\,(x^2 - 3x + 5) + 4$

Exerce-toi

Je suis guidé(e)

9) Effectue la division de $\left(x^3+14x+23\right)$ par $\left(x+4\right)$

- Dividende : $D(x) = $ ....
- Diviseur : $d(x) = $ .... $= (x - \bigcirc)$

Calcul du quotient

	.....	
$\bigcirc$		
	.....	

- Quotient : $q(x) = $...............................
- Reste : r =

Écriture du polynôme sous la forme $D(x) = d(x).q(x) + r$

$x^3+14x+23 = $ ....

Je m'exerce seul(e)

10) Pour chacune des divisions ci-dessous, indique si tu peux l'effectuer par la méthode d'Horner et justifie.

$\left(x^3+5x-9\right):\left(x+3\right)$ $\quad$ $\left(x^3+5x-9\right):\left(2x-5\right)$ $\quad$ $\left(x^3+5x-9\right):\left(-2+x\right)$

$\left(x^3+5x-9\right):\left(x^2+1\right)$ $\quad$ $\left(x^3+5x-9\right):\left(x-\frac{1}{2}\right)$

11) Détermine le quotient et le reste des divisions suivantes.

$\left(x^2-7x+12\right):\left(x-4\right)$	$\left(x^2+4x+5\right):\left(x+2\right)$
$\left(x^4-3x^3+2x-1\right):\left(x+1\right)$	