Nom : Prénom : classe : 3-TSC

Mathématique : Dossier de révisions

Printemps 2020

Mes chers élèves,

***Voici quelques exercices de révisions qui vous permettront de ne pas perdre la main… ;-)
Ils portent sur les matières abordées depuis janvier.
Ce dossier contient des boîtes à outils (rappels théoriques) et des exercices.***

Aucune évaluation ne sera mise en place par rapport au travail proposé à domicile.

Profitez aussi de cette période de confinement pour faire les choses que vous avez toujours rêvé de faire mais que vous n'avez jamais pu faire par manque de temps.

Faire du sport, apprendre à cuisiner, jouer d'un instrument de musique, peindre, coudre, jardiner, tricoter, bricoler, réparer, transformer, dessiner, chanter, danser, coder, créer… Il y a plein de tutos sur internet. Vous pouvez toujours trouver un sujet qui vous passionne.

Plantez un arbre, une graine, méditez, rêvez, lisez, détendez-vous, prenez le temps qu'il faut. Enfourchez votre vélo et partez à l'aventure dans les bois et les campagnes. Observez la nature, la faune, la flore… Comment vous sentez-vous alors ? Observez vos émotions.

Aidez, aimez et apprenez à mieux connaître vos parents, grands-parents, frères/sœurs, cousins, vos amis. Demandez-leur des anecdotes, des histoires de vie. Jouez, riez et partagez vos aventures sur Snap, Messenger ou autres… si vous le souhaitez.

Levez-vous le matin avec l'enthousiasme de l'enfant que vous étiez et qui se réjouissait du nouveau jour qui arrive pendant les « grandes vacances ».

Soyez curieux et passionnés par tout ce que vous faites.

Vivez intensément, c'est tout ce que je vous souhaite.

Et cela, aucun professeur ne pourra vous l'apprendre, même pas moi.

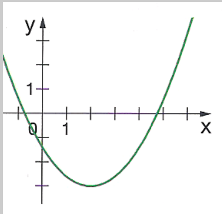
(Extrait de Jean-Luc Ridole)

***Prenez soin de vous !
À bientôt,***

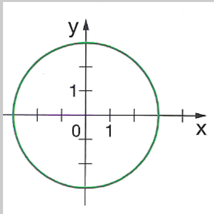
Mme Michel.

Boîte à outils **Quelques rappels théoriques**

1) Une fonction est une relation qui, à chaque valeur de la variable x, fait correspondre au plus une (0 ou 1) valeur de y.



Représentation d'une fonction

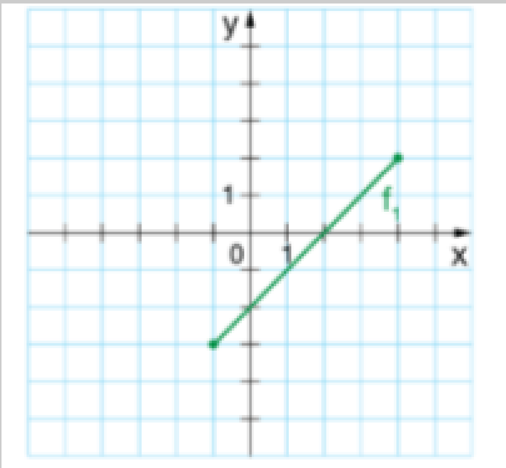


Cette représentation n'est pas une fonction.

2) Le domaine de définition d'une fonction est l'ensemble des nombres x ayant une unique image par cette fonction.

Domaine de définition se lit horizontalement (sur l'axe des x)

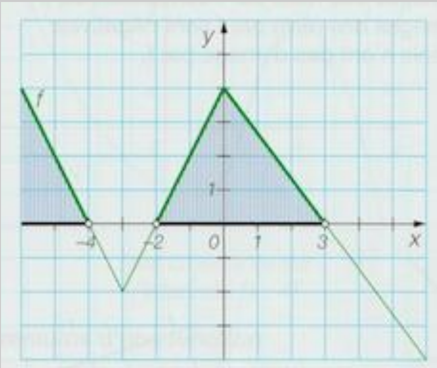
L'image du domaine se lit verticalement (sur l'axe des y)



Dom f = $[-1\,;4]$

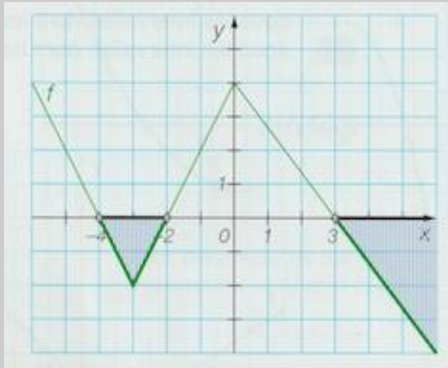
Image Dom f = $[-3\,;2]$

3) Une fonction (ou partie de fonction) est POSITIVE aux endroits où son graphique est situé au-dessus de l'axe des abscisses.



La fonction f est strictement positive sur $]\leftarrow; -4[\ \cup\ ]-2; 3[$

Une fonction (ou partie de fonction) est NÉGATIVE aux endroits où son graphique est situé en-dessous de l'axe des abscisses.

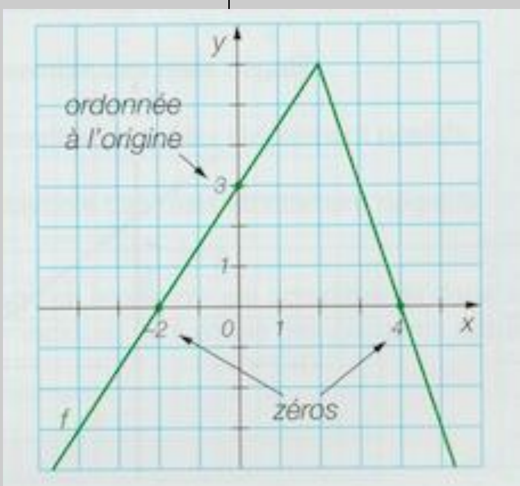


La fonction f est strictement négative sur $]-4; -2[\cup\ ]-3; \rightarrow[$

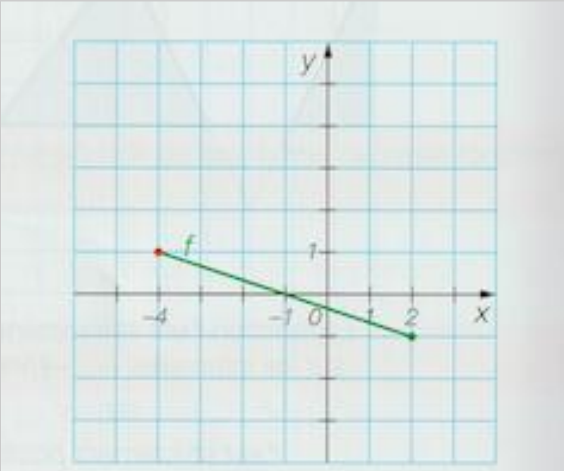
Une fonction est NULLE aux endroits où son graphique coupe l'axe des abscisses.
Ces endroits sont appelés les ZÉROS de la fonction.

4) Le(s) ZÉRO(S) d'une fonction sont le(s) point(s) d'intersection du graphique de la fonction avec l'axe des x.

L'ORDONNÉE À L'ORIGINE d'une fonction est le point d'intersection du graphique de la fonction avec l'axe des y.



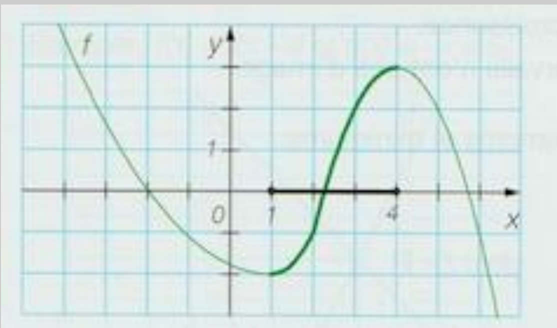
5) <u>Tableau des signes d'une fonction</u> :



dom f =]−4 ; 2]
−1 est le zéro de f.

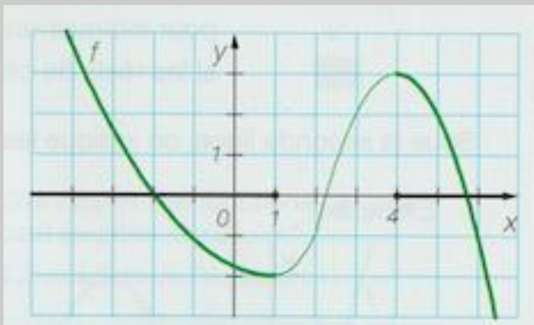
x		−4		−1		2	
y			+	0	−	−	

6) Une fonction est croissante sur un intervalle si, lorsque x augmente dans cet intervalle, alors f(x) augmente.



f est croissante sur l'intervalle [1 ; 4]

Une fonction est décroissante sur un intervalle si, lorsque x augmente dans cet intervalle, alors f(x) diminue.



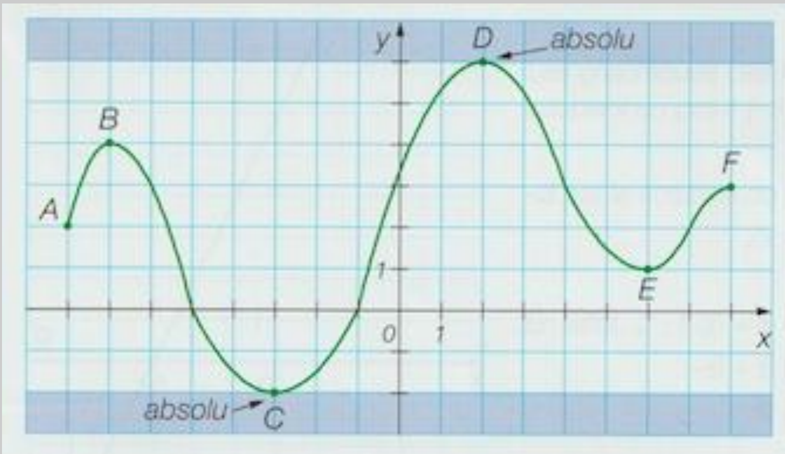
f est décroissante sur les intervalles ← ; 1] et [4 ; →

7) Une fonction admet un MAXIMUM LOCAL en un point si l'<u>ordonnée</u> de ce point est <u>supérieure</u> à celles des points du graphique situés dans son voisinage.

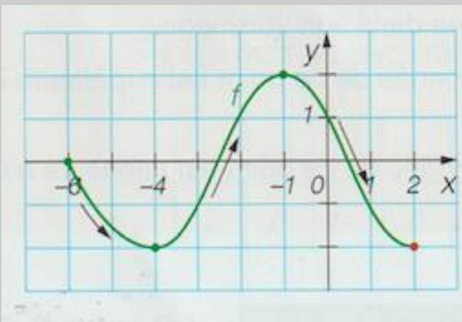
Une fonction admet un MAXIMUM ABSOLU en un point si l'<u>ordonnée</u> de ce point est <u>supérieure</u> à celles de <u>tous les points</u> du graphique.

Une fonction admet un MINIMUM LOCAL en un point si l'<u>ordonnée</u> de ce point est <u>inférieure</u> à celles des points du graphique situés dans son voisinage.

Une fonction admet un MINIMUM ABSOLU en un point si l'<u>ordonnée</u> de ce point est <u>inférieure</u> à celles de <u>tous les points</u> du graphique.



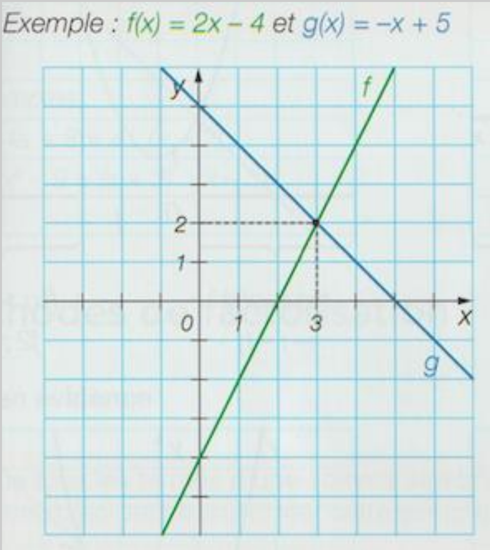
8) Tableau des variations :



dom f = [–6 ; 2[

x	–6		–4		–1		2
y	0	↘	–2	↗	2	↘	
	Max. local		min. absolu		Max. absolu		

9) Résolution graphique d'une équation :



Résolvons :

2x – 4 = -x + 5

2x + x = 5 + 4

3x = 9

x = 9 : 3

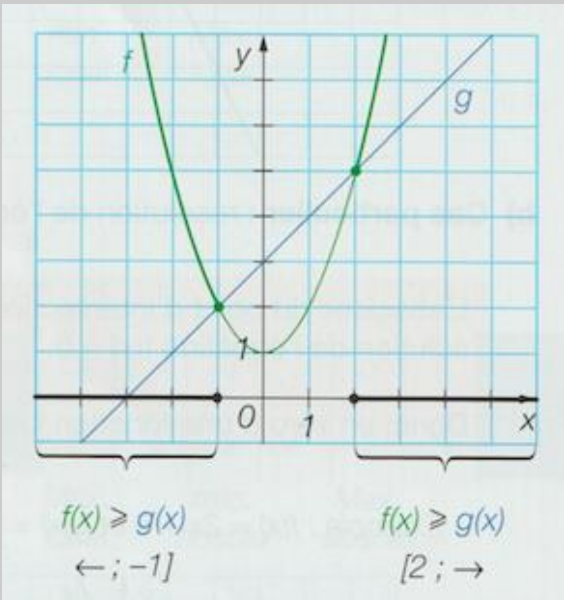
x = 3

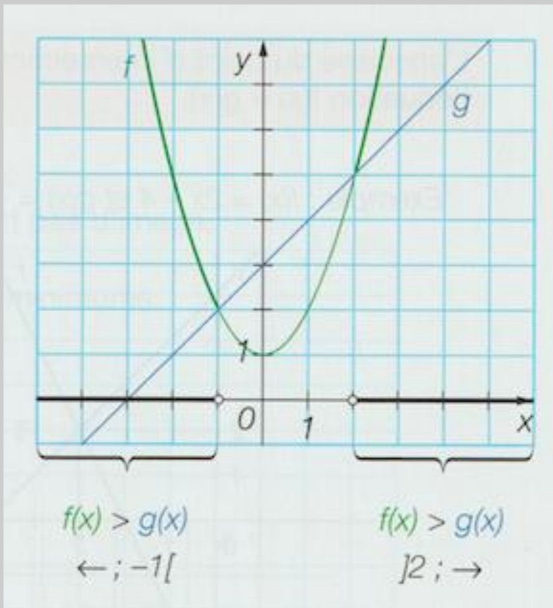
Donc f(3) = 2 . 3 – 4 = 6 – 4 = 2

Et g(3) = -3 + 5 = 2

Les graphiques des fonctions f et g se coupent au point (3 ; 2)

10) Comparaison de deux fonctions :

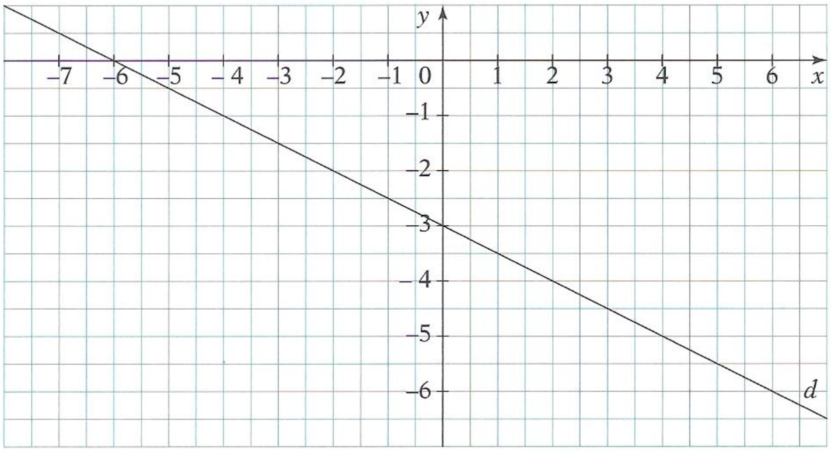




Exerce-toi

1) La droite d est la représentation graphique de la fonction f.

Par lecture du graphique :



a) Détermine l'image du nombre -7 par la fonction f : ………………

b) Détermine le nombre x dont l'image est -1 : ………………

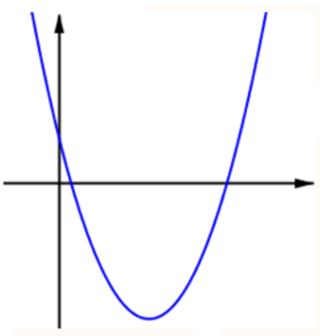
c) Complète :

f (0) = ………………	f (3) = ………………
f (………………) = 0	f (………………) = -3,5
f (-1) = ………………	f (6) = ………………

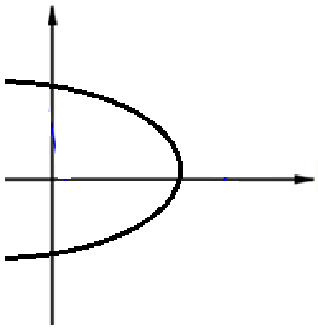
2) Les relations suivantes sont-elles des fonctions ?

Réponds par oui ou non en dessous du graphique

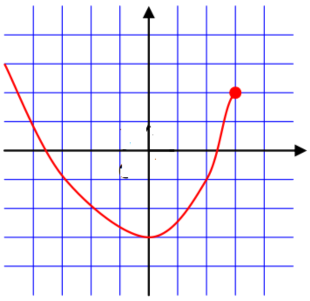
a)



b)

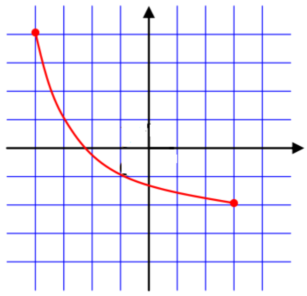


3) Pour chacune des trois fonctions, indique le domaine de définition et l'ensemble-image de celle-ci.

a) 

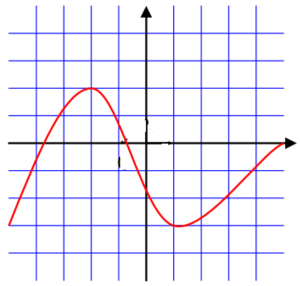
Dom f =

Ens image =

b) 

Dom f =

Ens image =

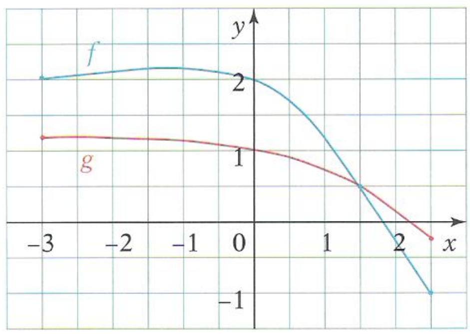
c) 

Dom f =

Ens image =

4) D'après ce graphique, détermine les valeurs de x pour lesquelles

f(x) = g(x)	
f(x) < g(x)	
f(x) ≥ g(x)	

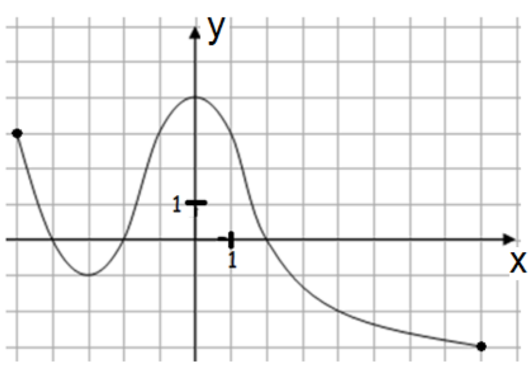


5) Détermine les zéros de la fonction suivante puis dresse un tableau de signes.
Tu peux utiliser des couleurs et annoter le graphique.

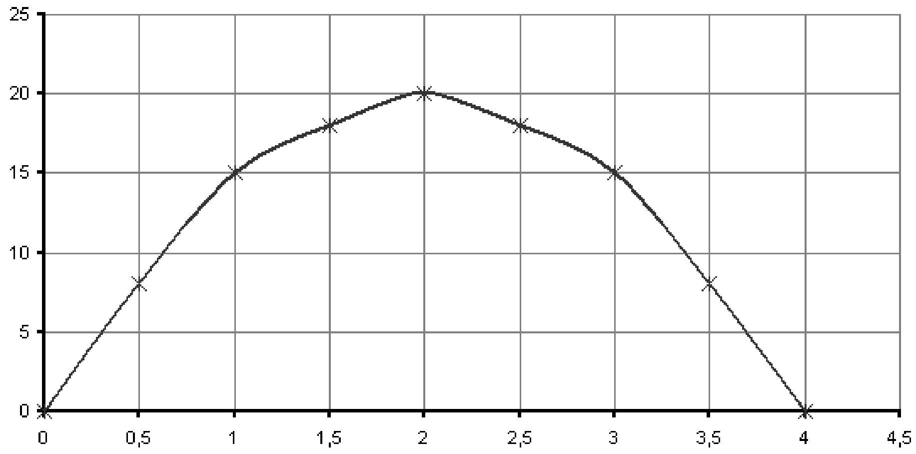
<u>Zéro(s) :</u>

<u>Tableau de signes</u> :

x	
$f(x)$	



6) Martin s'initie au golf. Voici la représentation graphique de sa balle lors de son lancer. On notera que x est le temps écoulé depuis le lancement de la balle (exprimé en secondes) et y la hauteur atteinte par la balle (exprimée en mètres).



a) Complète :

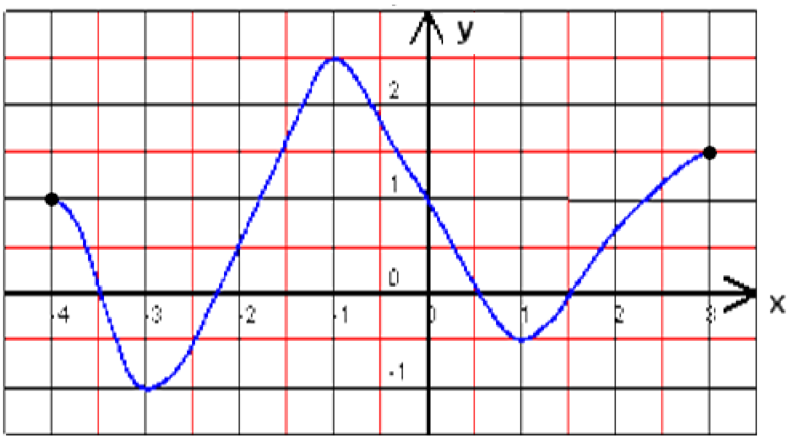
f(3) = ... Que cela signifie-t-il dans le contexte de Martin ?

b) D'après le graphique, quelle est la hauteur maximale atteinte par la balle ?

c) D'après le graphique, donne le(s) moment(s) où la hauteur est égale à 15 mètres ?

7) Dresse un tableau de variation de la fonction suivante.

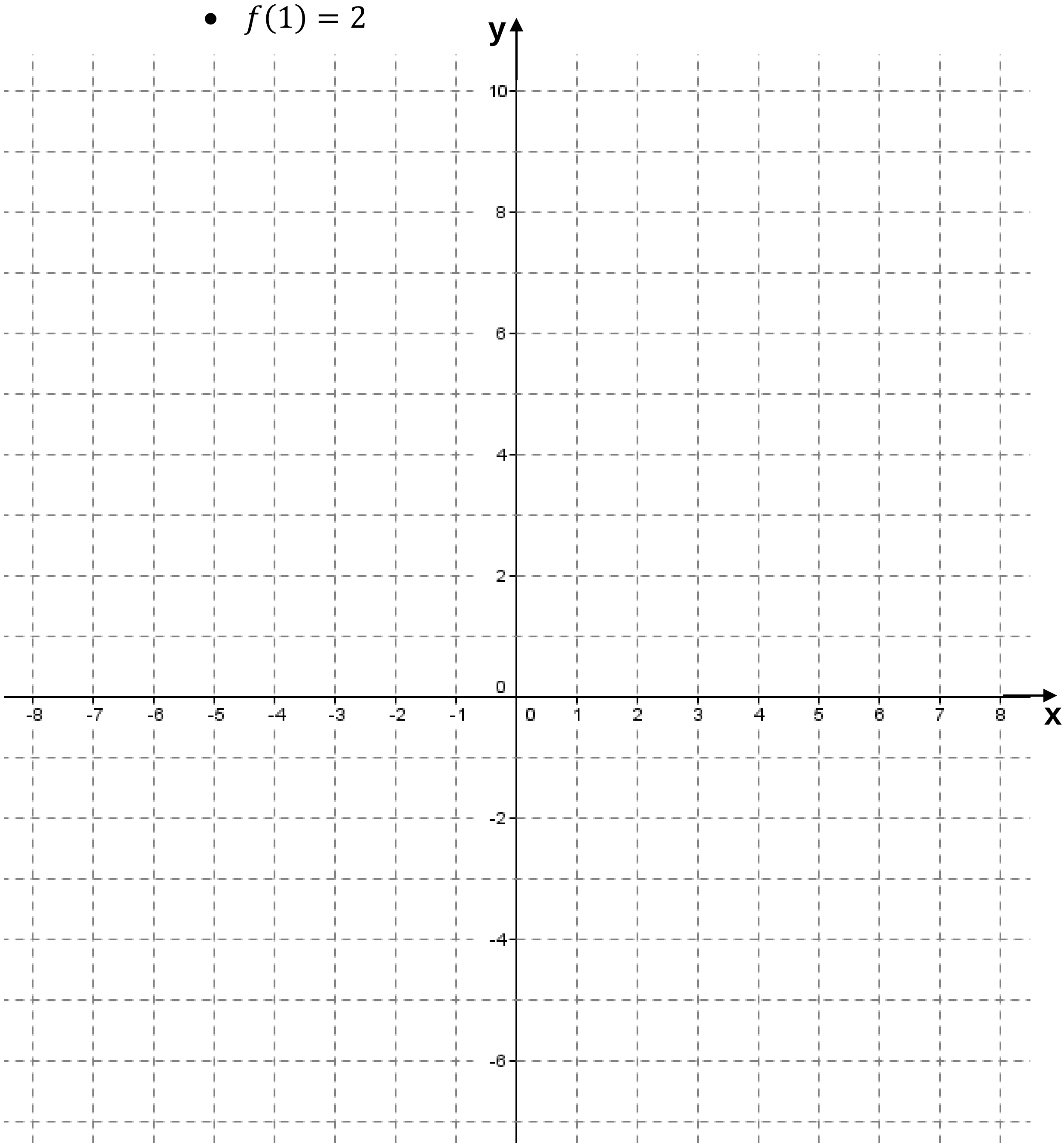
Tu peux utiliser des couleurs et annoter le graphique.



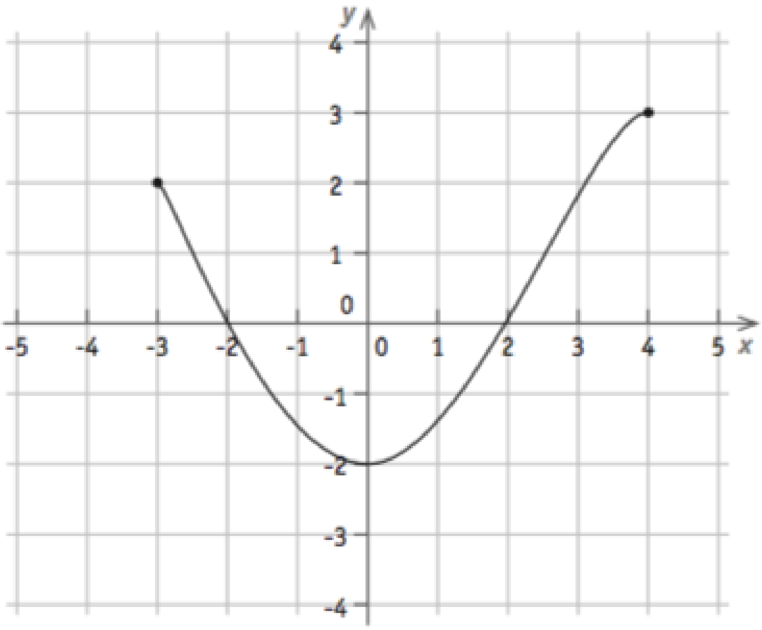
x	
$f(x)$	

8) Trace une fonction $f(x)$ en respectant les conditions suivantes :

- $dom f = [-4\,;\,+5]$
- $Im f = [-4\,;\,+7]$
- Les racines sont -1 et +4
- L'ordonnée à l'origine est +5
- -3 a pour image -1
- $f(1) = 2$



9) COCHE l'intervalle représentant le domaine de définition de la représentation graphique de cette fonction.



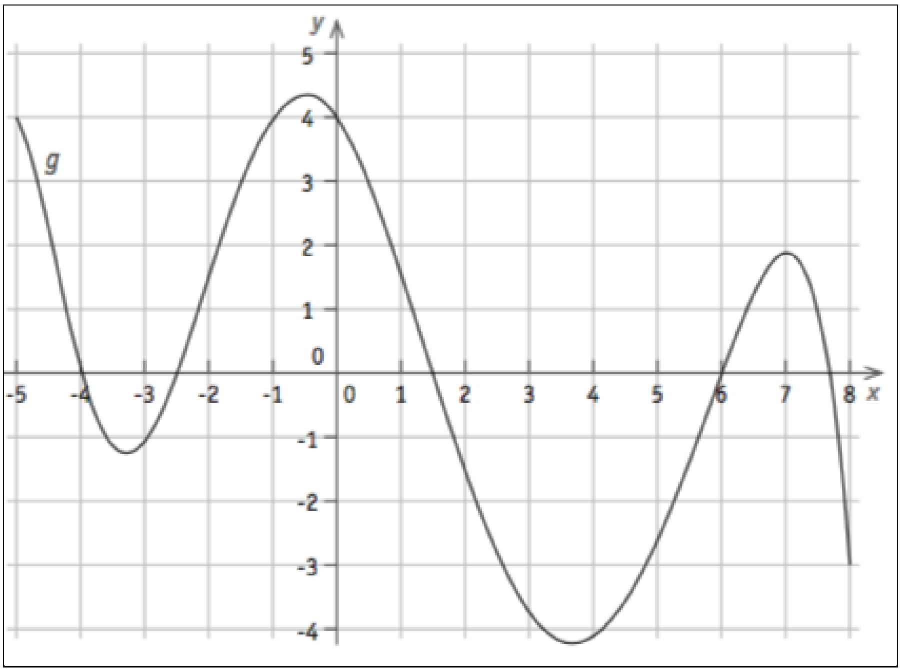
☐ [−2 ; 3]

☐ [3 ; −2]

☐ [−3 ; 4]

☐ [4 ; −3]

10) La courbe ci-dessous représente le graphique de la fonction g définie sur l'intervalle $[-5\,;8]$



<u>COMPLÈTE :</u>

g(-1) = ………

g(0) =……….

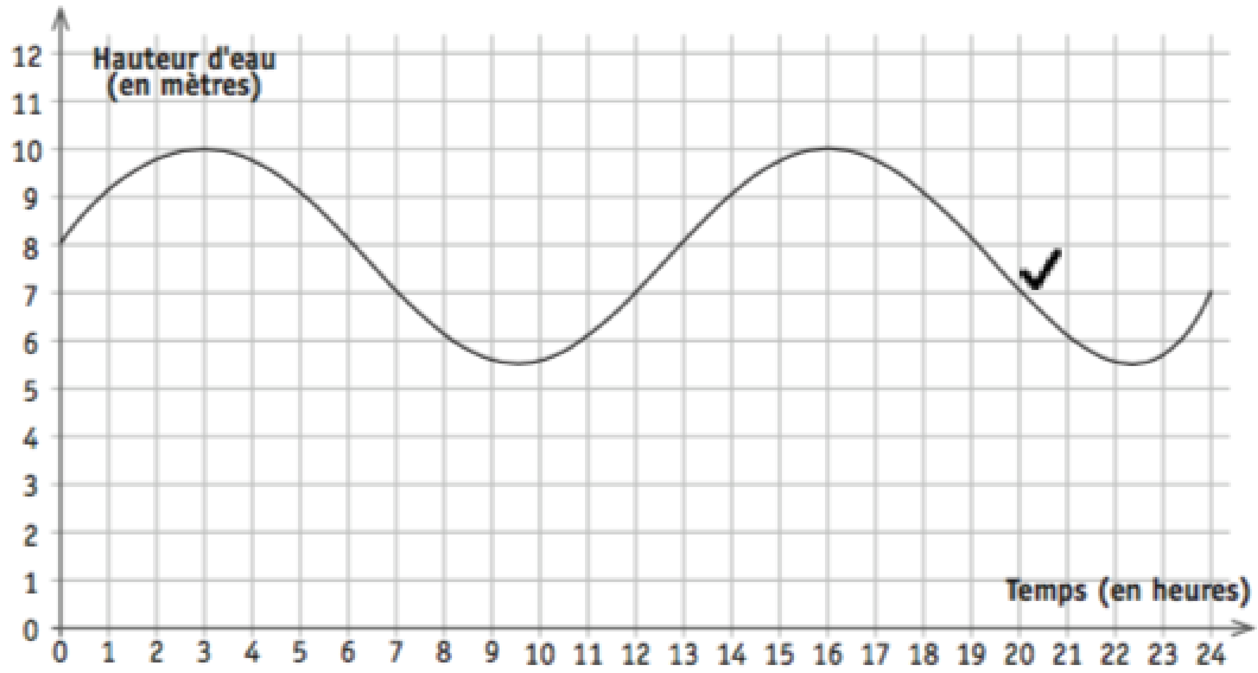
g(……) = -1

g(…….) = 0

11) Dans sa zone d'estuaire, un fleuve subit des marées maritimes. En effet, on constate que la profondeur de l'eau y varie selon la montée et la descente du niveau de la mer.

La Tamise en Angleterre est un fleuve dont les marées fluviales ont une grande amplitude.

Le graphique suivant représente l'évolution de la profondeur de la Tamise le 5 mai 2017.



RÉPONDS aux questions suivantes.

- Quelle différence maximale de hauteur entre la marée haute et la marée basse a-t-on observé le 5 mai 2017 ?

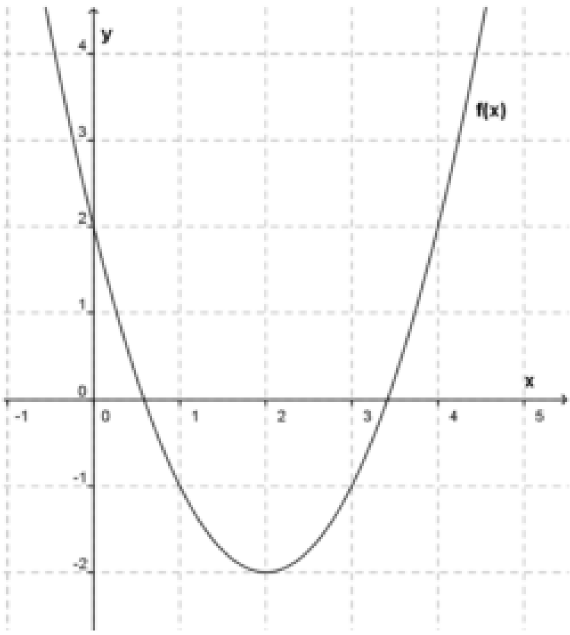
- Pour qu'un bateau puisse naviguer en toute sécurité, la profondeur de l'eau doit être de minimum 7 m. Quelles sont les périodes durant lesquelles la navigation était sécurisée sur la Tamise ?

12) Voici plusieurs phrases relatives à des fonctions.

TRADUIS chacune d'elles en une égalité du type $f(\ldots..) = \ldots\ldots$

Le graphique passe par le point de coordonnées (-3 ; 5)	$f(\ldots..) = \ldots\ldots$
Le réel 6 est un zéro de la fonction f.	$f(\ldots..) = \ldots\ldots$
L'image de 4 par la fonction f est -2	$f(\ldots..) = \ldots\ldots$
Le graphique de la fonction coupe l'axe des ordonnées au d'ordonnée 6	$f(\ldots..) = \ldots\ldots$

13) Complète



1) L'image de 2 est ……… ou $f(2) = \ldots\ldots$

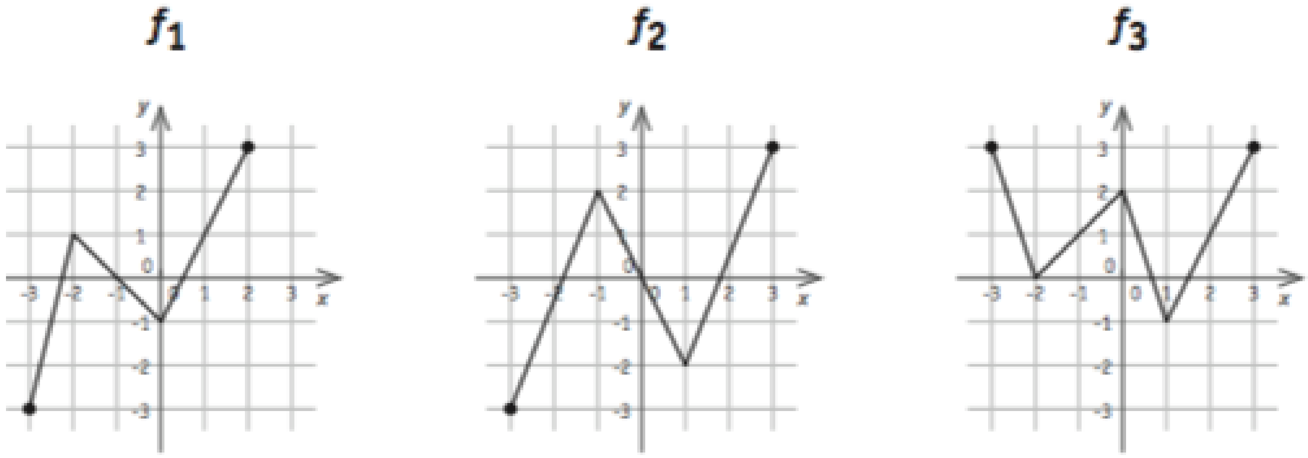
2) Les abscisses des points dont -1 est l'image sont ……… et ………

3) Les coordonnées du point d'intersection du graphique avec l'axe des ordonnées sont (;), donc l'ordonnée à l'origine est ……

4) Les coordonnées des points d'intersection du graphique avec l'axe des abscisses sont (;) et (;), donc les racines (ou zéros) de la fonction sont …………

5) Le point $(2;-2)$ appartient-il au graphique ?

14) Voici les représentations graphiques de trois fonctions f_1 ; f_2 et f_3 ;



ENTOURE les noms de la ou les fonctions qui vérifient l'énoncé.

La fonction est croissante sur l'intervalle $[-2\,;0]$	f_1	f_2	f_3
La fonction possède exactement 3 zéros (racines)	f_1	f_2	f_3
La fonction est positive sur l'intervalle $[1\,;2]$	f_1	f_2	f_3
L'ordonnée à l'origine de la fonction est un nombre strictement positif.	f_1	f_2	f_3

UAA2 - Le 1er degré

15) Résous les équations suivantes.

2x + 3 = -3x – 2	-2x + 3 = 10
1 – (2x – 3) = 4x + 4	$\frac{1-3x}{5} = \frac{x+3}{2}$

16) **« Quel nombre augmenté de 12 est-il égal à son quadruple ? »**

Parmi les propositions suivantes, COCHE la mise en équation correcte.

☐	☐	☐	☐	☐
(x + 12) .4 = x	x + 12 = 4x	x + 12 = 4	4x + 12 = 4	4x + 12 = 4x

17) **COCHE** pour chacune des propositions la bonne réponse.

$0x = -7$
☐ a une infinité de solutions.
☐ a 0 pour seule solution.
☐ a 1 pour seule solution.
☐ a une seule solution qui n'est ni 0, ni 1.
☐ n'a pas de solution.

$0x = 0$
☐ a une infinité de solutions.
☐ a 0 pour seule solution.
☐ a 1 pour seule solution.
☐ a une seule solution qui n'est ni 0, ni 1.
☐ n'a pas de solution.

$5x = 0$
☐ a une infinité de solutions.
☐ a 0 pour seule solution.
☐ a 1 pour seule solution.
☐ a une seule solution qui n'est ni 0, ni 1.
☐ n'a pas de solution.

$2x = 2$
☐ a une infinité de solutions.
☐ a 0 pour seule solution.
☐ a 1 pour seule solution.
☐ a une seule solution qui n'est ni 0, ni 1.
☐ n'a pas de solution.

1) La représentation d'une fonction du 1^er^ degré est une **droite**.

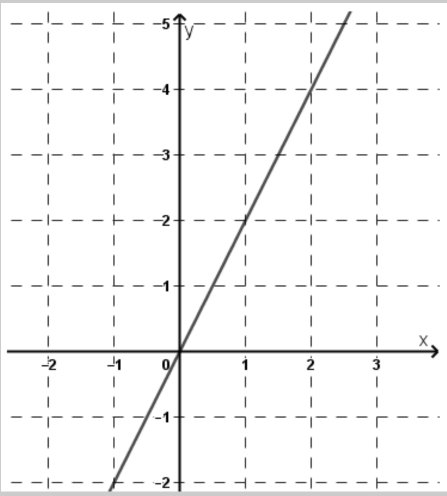
2) On distingue 2 types de fonctions du 1^er^ degré :

Les fonctions linéaires

$\boxed{\mathbf{f(x) = y = m \,.\, x}}$

Droite passant par l'origine des axes (0 ; 0)

Exemple : f(x) = 2x



La droite passe par (0 ; 0)

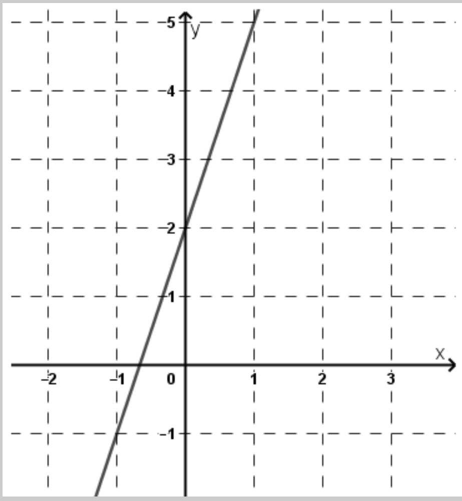
m = 2 et p = 0

Les fonctions affines

$\boxed{\mathbf{f(x) = y = m \,.\, x + p}}$

Droite passant par le point (0 ; p)

Exemple : f(x) = 3x + 2



La droite passe par (0 ; 2)

m = 3 et p = 2

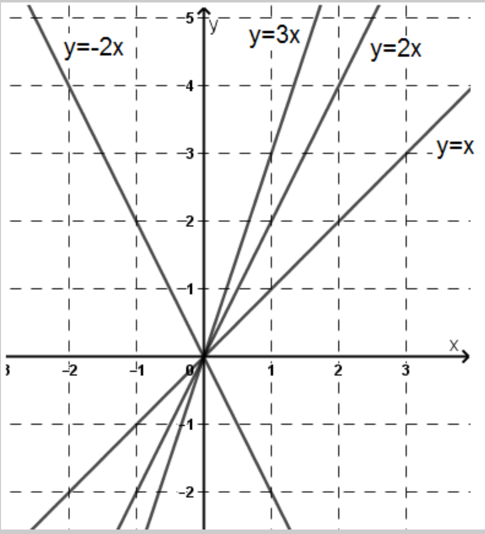
3) Le rôle de « m »

« m » est le **coefficient angulaire.**

Lorsque m varie, l'angle formé par la droite et l'axe des x varie.

Donc ***m influence l'inclinaison de la droite.***

Plus la valeur de « m » est grande, plus la fonction « croît »



m > 0 : la fonction est **croissante**

ex : f(x) = 3x ; f(x) = 2x ; f(x) = x

↓ m=3 ; ↓ m=2 ; ↓ m=1

m > 0 : La fonction est **décroissante**

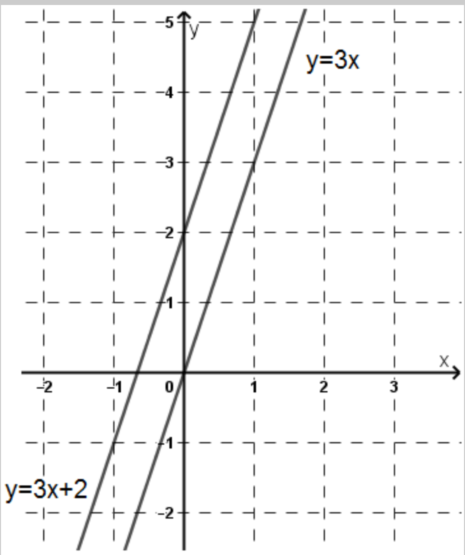
ex : f(x) = -2x

↓ m=-2

Remarque :

2 fonctions qui ont le **même coefficient angulaire**, sont représentées par des **droites parallèles**.

Exemple :



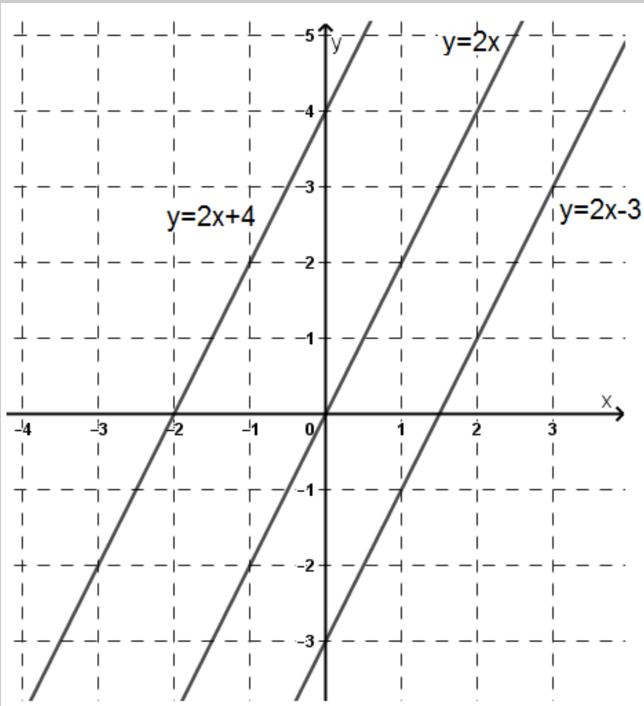
f(x) = 3x et f(x) = 3x + 2 ont le même coefficient angulaire (m = 3)

Leur croissance est la même, elles sont donc représentées par des droites parallèles.

4) Le rôle de « p » - ordonnée à l'origine

« p » détermine l'ordonnée à l'origine.
L'ordonnée à l'origine est l'ordonnée du point du graphique dont l'abscisse vaut 0 ;
C'est-à-dire l'ordonnée du point qui coupe l'axe vertical (des ordonnées).

Exemple :



- Pour $f_1(x) = 2x$, p = 0

➔c'est une fonction linéaire

- Pour $f_2(x) = 2x+4$, p = 4 et la droite passe par (0 ; 4)
- Pour $f_3(x) = 2x-3$, p = -3 et la droite passe par (0 ; -3)

➔ sont des fonctions affines.

Les fonctions $f_2(x) = 2x + 4$ et $f_3(x) = 2x – 3$ sont représentées par des droites parallèles à la droite représentant la fonction $f_1(x) = 2x$ car elles ont le même coefficient angulaire (m = 2)

L'ordonnée à l'origine de la fonction

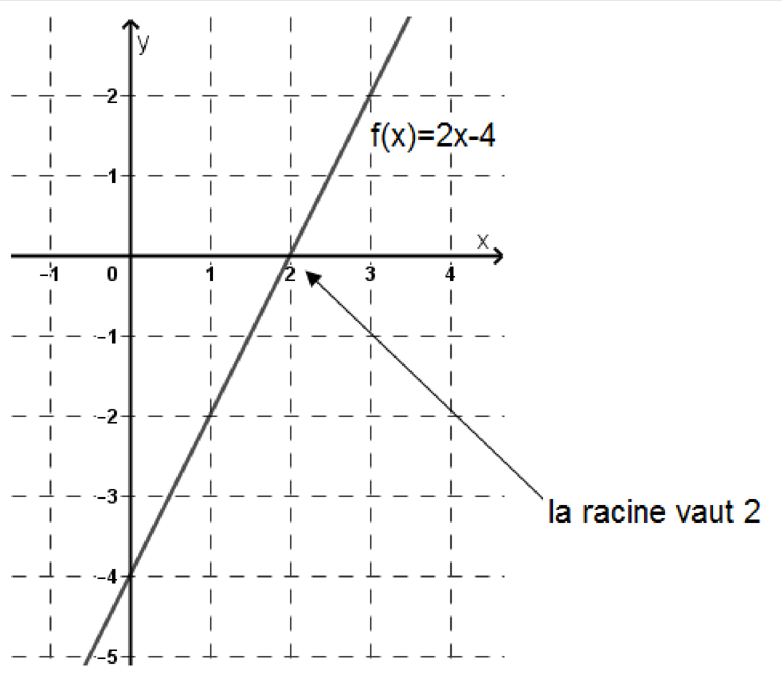
$f_1(x) = 2x$ vaut 0

$f_2(x) = 2x + 4$ vaut 4

$f_3(x) = 2x – 3$ vaut -3

5) <u>La racine (ou zéro) d'une fonction</u>

Une **racine** (certains disent un **zéro**) d'une fonction est un nombre réel dont l'image est zéro, c'est-à-dire l'abscisse du point qui coupe l'axe horizontal.



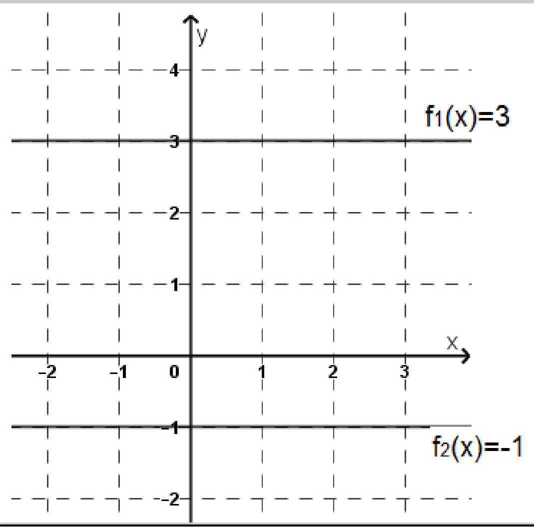
6) <u>La fonction constante</u>

Si m = 0, nous obtenons une fonction dont l'expression analytique est : $\boxed{f(x) = p}$

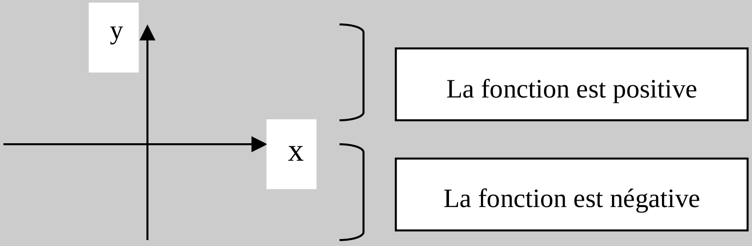
Il ne s'agit pas d'une fonction du 1^{er} degré (il n'y a pas de « x ») mais d'une fonction du degré 0 que l'on appelle **fonction constante**.

Son graphique est une droite parallèle à l'axe des abscisses.

Exemples :

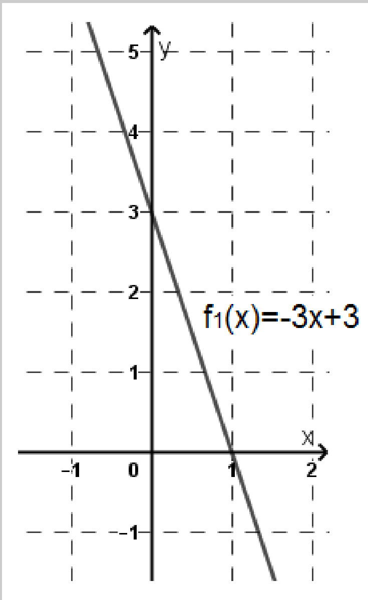


7) Étude de signe d'une fonction du 1er degré



La racine constitue la « limite » entre la partie positive et la partie négative de la fonction.

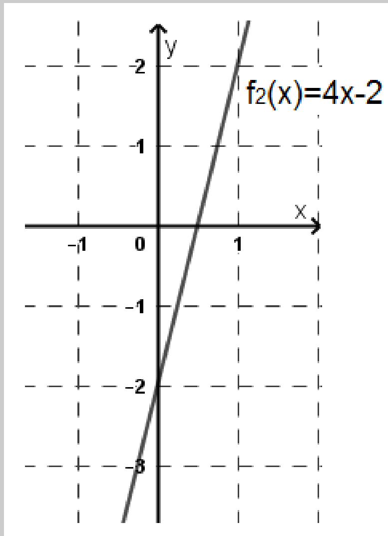
Exemples :



La racine vaut 1

Tableau de signes :

x		1	
y=f(x)	+	0	-



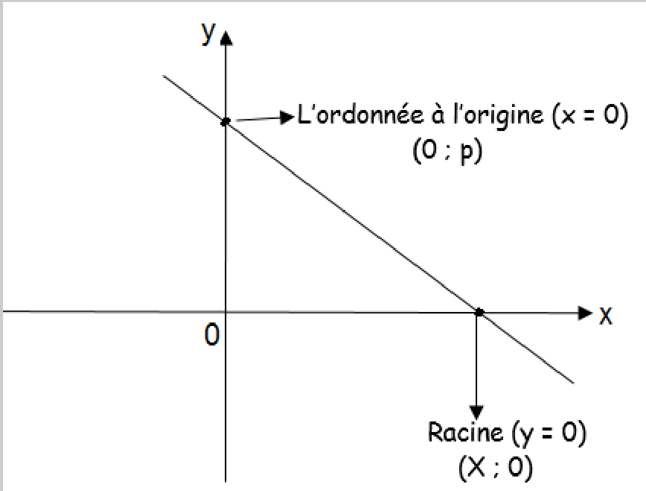
La racine vaut $\frac{1}{2}$

Tableau de signes :

x		$\frac{1}{2}$	
y=f(x)	-	0	+

8) Représentation graphique d'une fonction affine

Afin de représenter avec précision une fonction affine du 1er degré, la recherche des coordonnées de 2 points nous permet de tracer la droite (en effet, nous savons que par 2 points distincts passe une et une seule droite).
Les deux points que nous allons rechercher afin de pouvoir représenter la fonction le plus précisément sont des points particuliers. Ce sont les points d'intersections avec d'une part l'axe des x *(la racine de la fonction)* et d'autre part l'axe des y (*l'ordonnée à l'origine).*



➔ Pour trouver la racine soit on résout l'équation dans laquelle y vaut 0

➔ Pour trouver l'ordonnée à l'origine soit on résout l'équation dans laquelle x vaut 0

➔ Nous rechercherons éventuellement les coordonnées d'un 3ème point qui servira de vérification : On choisit une valeur de x et on calcule la valeur correspondante de y.

Lorsqu'il s'agit d'une fonction linéaire, la racine et l'ordonnée à l'origine sont confondues (0 ;0). Il sera donc nécessaire de rechercher les coordonnées de points supplémentaires.

Exemple : Soit la fonction affine f(x) = y = -2x + 4

<u>Racine :</u>

si f(x) = 0 alors 0 = -2x + 4
2x = 4
x = 2

La racine de la fonction est 2.

Nous obtenons le point de coordonnées (2 ; 0)

<u>Ordonnée à l'origine</u> :

si x = O alors f(x) = -2.0 + 4
f(x) = 4

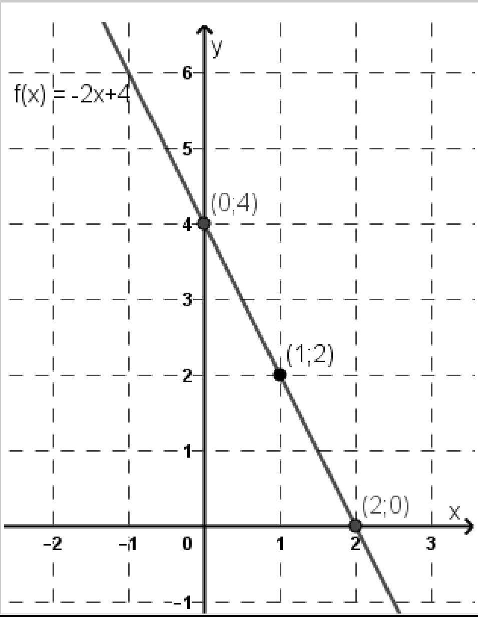
L'ordonnée à l'origine est 4

Nous obtenons le point de coordonnées (0 ; 4)

Nous avons donc le tableau de valeurs et le graphique suivants :

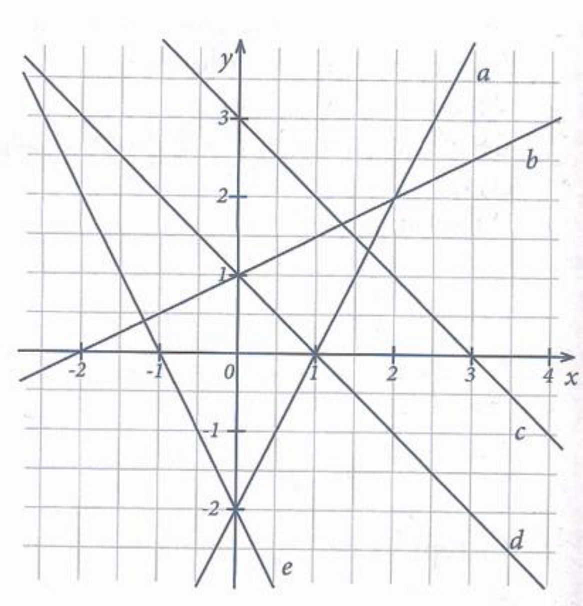
x	**f(x) = y**
2	0
0	4
1	2

Point supplémentaire
(par exemple si x = 1) :
-2 . 1 + 4 = 2



Exerce-toi

18) Voici des représentations graphiques de fonctions ainsi que leur expression analytique. **ASSOCIE** à chaque fonction son expression analytique.



$f(x) = -x + 1$ ……………

$g(x) = -2x - 2$ ……………

$h(x) = -x + 3$ ……………

$i(x) = x + 1$ ……………

$j(x) = 2x - 2$ ……………. ..

19) Dans chacun des cas suivants, le point P appartient-il au graphique de la fonction f ? Indique tes calculs.

Coordonnées de P	(1 ; 3)	(1 ; -5)	(-3 ; -3)
Fonction	f(x) = 3 x	f(x) = - 4 x + 9	f(x) = 2x + 3
Calculs			

20) Complète le tableau ci-dessous

Droite	Expression analytique de la fonction	Type DA (1^{ier} degré affine) DL (1^{er} degré linéaire) C (constante)	Pente	Croissance de la fonction (croissante, décroissante ou constante)	Zéro	Ordonnée à l'origine
d_1	f(x) = - 3x + 6					
d_2	f(x) = -2					
d_3	f(x) = -x					
d_4	f(x) = -3 + 5x					
d_5	f(x) = 2x					
d_6	f(x) = 7					
d_7	f(x) = -1 – x					
d_8	f(x) = -3x					
d_9	f(x) = -4x + 3					
d_{10}	f(x) = 5 + 2x					

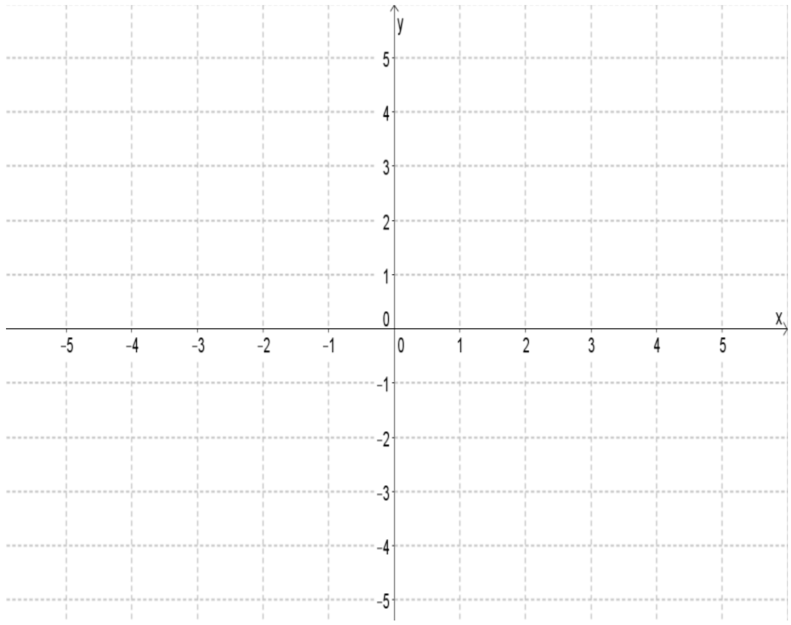
21) Construis le graphique des fonctions suivantes (utilise au minimum 3 points dont 1 négatif)

$f(x) = 2x-4$

x	Y

$g(x) = -x + 3$

x	Y



22) Trois jeunes décident de passer une semaine de vacances à la Côte belge et de louer un VTT. Ils se renseignent pour connaître les différentes possibilités de location. Voici les trois tarifs proposés pour louer un VTT.

- <u>Tarif 1</u> : un forfait de 120 € le premier jour de location permet d'emporter le VTT durant toute la semaine.
- <u>Tarif 2</u> : 8 € par heure de location permet de louer un VTT quelconque.
- <u>Tarif 3</u> : 36 € à la réservation, puis 4 € par heure de location permet de réserver un VTT aux mesures du cycliste en le laissant chez le loueur et en l'empruntant à sa convenance.

Nathan envisage de rouler 24 heures durant la semaine de vacances, alors qu'Olivia prévoit de rouler seulement 8 heures. Quant à Adeline, elle projette de rouler 2 heures par jour du lundi au samedi inclus.

a) Dans un même repère cartésien, représente le prix à payer pour chaque tarif en fonction du nombre d'heures d'utilisation.

b) Utilise ces graphiques pour déterminer

(1) le tarif le plus avantageux pour chaque jeune

(2) le tarif le plus avantageux suivant le nombre d'heures de location

c) Pour chaque tarif, exprime le prix (y) en fonction du nombre d'heures de location (x).

Tarif 1

y = ……………….

X	y

Tarif 2

y = ……………….

x	y

Tarif 3

y = ……………….

x	y