Mathématiques
Dossier de révision
Printemps 2020
Partie 1 : Les fonctions

Rappels

Liste des fonctions usuelles

(1) Fonction « constante » : $f(x) = k$

(2) Fonction « identité » : $f(x) = x$

(3) Fonction « carré » : $f(x) = x^2$

(4) Fonction « cube » : $f(x) = x^3$

(5) Fonction « inverse » : $f(x) = \frac{1}{x}$

(6) Fonction « racine carrée » : $f(x) = \sqrt{x}$

(7) Fonction « racine cubique » : $f(x) = \sqrt[3]{x}$

(8) Fonction « valeur absolue » : $f(x) = |x|$

(9) Fonction « sinus » : $f(x) = \sin(x)$

(10) Fonction « cosinus » : $f(x) = \cos(x)$

(11) Fonction « tangente » : $f(x) = \operatorname{tg}(x)$

(12) Fonction « cotangente » : $f(x) = \operatorname{cotg}(x)$

Transformations graphiques

On note f_0 la fonction de référence utilisée.

Transformation graphique	**Notation**	**Transformation de l'expression**
Translation horizontale de k unités	$t_{(k;0)}$	$f(x) = f_0(x-k)$
Translation verticale de k unités	$t_{(0;k)}$	$f(x) = f_0(x) + k$
Affinité horizontale de rapport k	$A_{\mathcal{O}_y;k}$	$f(x) = f_0\left(\frac{1}{k} \cdot x\right)$
Affinité verticale de rapport k	$A_{\mathcal{O}_x;k}$	$f(x) = k \cdot f_0(x)$
Symétrie orthogonale d'axe $\mathcal{O}_y$	$s_{\mathcal{O}_y}$	$f(x) = f_0(-x)$
Symétrie orthogonale d'axe $\mathcal{O}_x$	$s_{\mathcal{O}_x}$	$f(x) = -f_0(x)$
Symétrie orthogonale d'axe $\mathcal{O}_y$ des parties négatives du graphique	$s_{\mathcal{O}_x;G^-}$	$f(x) = \lvert f_0(x)\rvert$

Opérations sur les fonctions

On donne deux fonctions f et g

Opération	Définition	CE	Graphiquement
Somme	$s(x) = f(x) + g(x)$	/	Additionner les ordonnées de f et g
Différence	$d(x) = f(x) - g(x)$	/	Soustraire les ordonnées de g à celles de f
Produit	$p(x) = f(x) \cdot g(x)$	/	Multiplier les ordonnées de f et g
Quotient	$q(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$	$g(x) \neq 0$	Diviser les ordonnées de f par celles de g
Composition	$(f \circ g)(x) = f(g(x))$	1) $x \in \mathrm{dom}(g)$ 2) $g(x) \in \mathrm{dom}(f)$	/

Conditions d'existences

(1) Si la fonction présente un dénominateur $D(x)$, alors la CE est : $D(x) \neq 0$

(2) Si la fonction contient une racine carrée $\sqrt{R(x)}$, alors la CE est : $R(x) \geq 0$

Exercices

(1) Détermine le domaine de définition de chacune des fonctions suivantes :

(a) $f(x) = \frac{5}{4x^2-3x}$

(b) $f(x) = \frac{x-1}{2x^2-x-1}$

(c) $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$

(d) $f(x) = \frac{3x-7}{2x+1}$

(e) $f(x) = x^5 - 4x^3 + x - 2$

(f) $f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x+2}}$

(g) $f(x) = \sqrt{3-7x}$

(h) $g(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{x+2}$

(2) On donne les fonctions f, g, h, i définies par

$$f(x) = x - 4 \quad ; \quad g(x) = \frac{3}{x} \quad ; \quad h(x) = \sqrt{x} \quad ; \quad i(x) = x^2 + 1$$

(a) Détermine le domaine de définition des fonctions f, g, h, i.

(b) Détermine les expressions analytiques et les domaines de définition des fonctions

$$f \circ g \quad ; \quad g \circ i \quad ; \quad h \circ f \quad ; \quad f \circ g \circ h \quad ; \quad i \circ f$$

(c) Représente les fonctions f (en bleu), h (en noir), $f + g$ (en rouge) et $f \cdot g$ (en vert) dans un même repère orthonormé.

<u>Remarque :</u> Tu peux utiliser Geogebra pour vérifier tes constructions APRÈS avoir essayé de résoudre l'exercice « à la main ».

(3) Décompose les fonctions suivantes avec des fonctions usuelles :

(a) $f(x) = (5x+3)^2$

(b) $f(x) = \sqrt[3]{2x-3}$

(c) $f(x) = \frac{1}{(x+1)^3}$

(d) $f(x) = |3x^2 - 2x - 1|$

(e) $f(x) = \sqrt{(x-2)^3 + 1}$

(f) $f(x) = 7 - \frac{1}{(2x+3)^2}$