Bonjour à tous !

Tout d’abord, j’espère que vous et vos proches vous portez tous bien.

Ensuite, voici le correctif du travail envoyé avant les vacances.
Si votre réponse est erronée, n’hésitez pas à retourner dans votre cours afin de vérifier les notions de théorie et les exercices déjà effectués en classe.

Vous pouvez également m’envoyer vos questions sur mon adresse mail : joiret.marianne@agrisaintgeorges.be

N’oubliez pas non plus d’effectuer les CE1D donnés en classe (2017, 2018 et 2019) ainsi que ceux des années antérieures.
Tous les questionnaires ainsi que les guides de correction se situent sur le site « enseignement.be ». En suivant le lien ci-dessous, vous aurez accès aux questionnaires des 10 dernières années.
Vous pouvez vous fixer comme objectif de travailler deux CE1D par semaine, en alternant par exemple un jour pour le travail du CE1D 2017, puis un jour pour la correction 2017, un jour de repos, un jour pour le travail du CE1D 2018 puis un jour pour la correction 2018.
Voici le lien afin d’obtenir directement les fichiers ;

http://www.enseignement.be/index.php?page=26835&navi=3451

Je reste à votre disposition pour tout renseignement, n’hésitez pas à me poser des questions si vous ne comprenez pas quelque chose.

Prenez bien soin de vous et profitez du bon temps !

Madame Joiret

Mathématique : Dossier de révisions

Printemps 2020

CORRECTIF

NOMBRES ET OPÉRATIONS

NO - Les priorités des opérations

Dans chaque calcul, les opérations doivent se faire dans l'ordre suivant :

	$3 \cdot (5 - 9 : 3) + (-3)^2 - 4$
1) Parenthèses	$= 3 \cdot 2 + (-3)^2 - 4$
2) Exposants	$= 3 \cdot 2 + 9 - 4$
3) Multiplications / Divisions	$= 6 + 9 - 4$
4) Additions / Soustractions	$= 11$

Petit moyen mnémotechnique : **PEMDAS**.

À l'intérieur des **parenthèses**, on applique l'ordre **PEMDAS** aux différentes opérations.

Exemple : $(5 + 2 : 2) \cdot 3 = (5 + 1) \cdot 3$
$= 6 \cdot 3$
$= 18$

Dans le cas de **plusieurs** additions / soustractions ou multiplications / divisions successives, on les exécute dans **l'ordre** de **lecture**.

Exemple : $2 \cdot 6 : 3 + 5 = 12 : 3 + 5$
$= 4 + 5$
$= 9$

Exerce-toi

1. **Calcule** en appliquant les règles de priorité.

$(4 - 6) \cdot (5 - 7) = -2 \cdot (-2)$

$= 4$

$(4-6) \cdot 5-7$ $= -2 \cdot 5 - 7$

$= -10 - 7$

$= -13$

$3 \cdot (-2)^3 + 2 \cdot (-3)^2$ $= 3 \cdot (-8) + 2 \cdot 9$

$= -24 + 18$

$= -6$

$-2 + (-1)^3 \cdot 4 - 8$ $= -2 + (-1) \cdot 4 - 8$

$= -2 - 4 - 8$

$= -14$

$-6 + 2 \cdot (-3)^3$ $= -6 + 2 \cdot (-27)$

$= -6 - 54$

$= -60$

$(2 \cdot 3 - 1)^2$ $= (6-1)^2$

$= 5^2$

$= 25$

$1 - (-4) \cdot (-2) + 3^2$ $= 1 + 4 \cdot (-2) + 9$

$= 1 - 8 + 9$

$= 2$

$1 + 4 \cdot (-2 + 3^2)$ $= 1 + 4 \cdot (-2 + 9)$

$= 1 + 4 \cdot 7$

$= 1 + 28$

$= 29$

2. **Relie** chaque calcul à son résultat.

$-5 \cdot 4 - 3 \cdot 2$	-10
$-5 \cdot (4-3) \cdot 2$	-26
$-5 - 4 \cdot (-3) - 2$	25
$(-5-4) \cdot (-3) - 2$	5
$-5 \cdot (-4) - 3 \cdot 2$	14

$-5 \cdot (4-3)^2$	~~-10~~ -89
$-5 \cdot 4 - 3^2$	-29
$-5 \cdot 4^2 - 3^2$	~~25~~ 31
$(-5+4) \cdot 2$	-5
$-5 + 4 \cdot 3^2$	~~14~~ -2

3. **Barre**, dans chaque ligne, la ou les expression(s) qui ne conduisent pas au même résultat que le calcul écrit dans la première colonne.

	Ce calcul	peut s'écrire aussi	
1	$3 + 6 \cdot 7$	$3 + (6 \cdot 7)$	~~$(3+6) \cdot 7$~~
		~~$(3+6) \cdot (3+7)$~~	$3 + 6 \cdot 7 + 6 \cdot 0$
2	$\dfrac{4+6}{5-3}$	$(4+6) : (5-3)$	~~$4 + (6:5) - 3$~~
		~~$(4+6) : 5 - 3$~~	~~$4 + 6 : (5-3)$~~
3	$2 \cdot (2+2) : 2$	~~$2 \cdot 2 + 2 : 2$~~	~~$(2 \cdot 2) + 2 : 2$~~
		~~$(2 \cdot 2) + (2 : 2)$~~	$2 \cdot 2 \cdot (2:2)$
4	$2^3 \cdot 3 + 2$	~~$2^3 \cdot (3+2)$~~	$(2^3 \cdot 3) + 2$
		$8 \cdot 3 + 2$	~~$6 \cdot 3 + 2$~~
5	$8 \cdot (8-8) + 8$	~~0~~	8
		~~$(8 \cdot 8) - (8+8)$~~	~~$(8 \cdot 8) - 8 + 8$~~
6	$4 \cdot 5^2 - 10$	~~$4 \cdot (25-10)$~~	~~0~~
		~~$4 \cdot 5 \cdot (5-10)$~~	$(4 \cdot 5^2) - 10$

NO - Les puissances

1. Définitions

Soit n un naturel non nul et a un entier non nul, **la n^e puissance du nombre a** est le produit de **n** facteurs égaux à **a**.

Exemple : $(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4)$

2. Vocabulaire de puissances particulières

2^3 se lit 2 au **cube**.

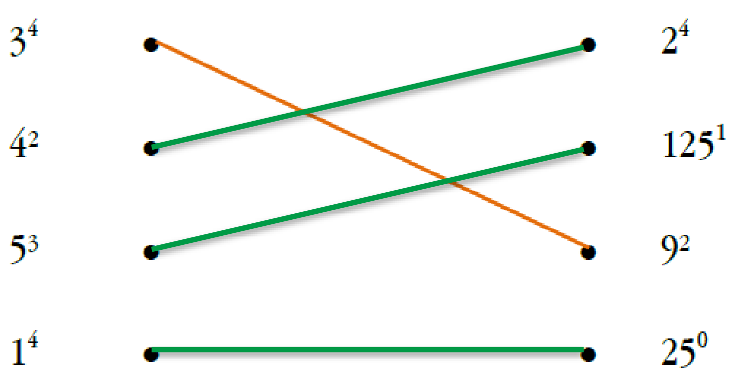
4^2 se lit 4 au **carré**.

3. Puissances particulières

- Tout nombre entier non nul élevé à la puissance 0 donne 1 comme résultat.
  Exemples : $3^0 = \mathbf{1}$ $\qquad (-4)^0 = \mathbf{1}$
- Tout nombre entier élevé à la puissance 1 donne lui-même comme résultat.
  Exemples : $3^1 = \mathbf{3}$ $\qquad (-4)^1 = \mathbf{-4}$
- 0 élevé à la puissance 0 donne un résultat impossible.
  Exemple : $0^0 =$ /

Exerce-toi

1. **Relie** les puissances égales.



4. La règle des signes d'une puissance

- ✓ Toute puissance d'un entier positif est positive.
- ✓ Toute puissance d'un entier négatif est :
  - **positive** si l'exposant est **pair,**
  - **négative** si l'exposant est **impair**.

Exemples : $3^2 = 9$ $(-3)^2 = 9$ $(-3)^3 = -27$

Attention, ne pas confondre $\mathbf{(-3)^2}$ et $\mathbf{-3^2}$!!
$(-3)^2 = 9$ et $-3^2 = -(3)^2 = -9$

Exerce-toi

1. **Souligne** les puissances dont la base est négative ; **entoure** les exposants impairs de ces puissances. Ensuite, **détermine** le signe de chaque puissance.

$(+2)^7$	+	$(+8)^4$	+	$\underline{(-4)}^5$	–
$\underline{(-5)}^2$	+	$\underline{(-6)}^2$	+	$\underline{(-1)}^{12}$	+
$\underline{(-15)}^3$	–	$\underline{(-3)}^7$	–	$\underline{(-12)}^3$	–

2. **Calcule** en déterminant **d'abord** le **signe** de la puissance.

$(-4)^3 = -64$	$(-11)^2 = 121$	$(-10)^3 = -1000$
$(\underline{-}3)^5 = -243$	$(-5)^2 = 25$	$(-1)^5 = -1$
$(+2)^3 = 8$	$1^3 = 1$	$(-3)^1 = -3$
$(+8)^2 = 16$	$2^6 = 64$	$(-5)^3 = -125$

3. **Relie** chaque calcul à son résultat.

$(-2)^5$	9
$(-2)^3$	-8
$(-5)^2$	-4
$(-3)^2$	-32
$(-4)^1$	25

5. Les propriétés des puissances

Règle	Codage	Exemples
Produit de puissances de même base On conserve la base commune et on additionne les exposants.	* $a^m \cdot a^p = a^{m+p}$	$(-3)^2 \cdot (-3)^4 = (-3)^{2+4} = (-3)^6$ $a^3 \cdot a^2 = a^{3+2} = a^5$
Quotient de puissances de même base On conserve la base commune et on soustrait les exposants.	* $\dfrac{a^m}{a^p} = a^{m-p}$	$\dfrac{4^6}{4^2} = 4^{6-2} = 4^4$ $\quad \dfrac{a^7}{a^3} = a^{7-3} = a^4$ $\dfrac{5^3}{5^5} = 5^{3-5} = 5^{-2} = \dfrac{1}{5^2}$ $\dfrac{b^2}{b^8} = b^{2-8} = b^{-6} = \dfrac{1}{b^6}$
Puissance d'une puissance On conserve la base et on multiplie les exposants.	* $(a^m)^p = a^{m \cdot p}$	$((-3)^2)^4 = (-3)^{2 \cdot 4} = (-3)^8$ $(a^2)^3 = a^{2 \cdot 3} = a^6$
Puissance d'un produit On élève chaque facteur à la puissance indiquée et on multiplie les résultats.	* $(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$	$(ab)^5 = a^5 \cdot b^5$ $(-3a)^3 = (-3)^3 \cdot a^3 = -27a^3$
Puissance d'un quotient On élève chaque terme à la puissance indiquée et on effectue le quotient.	* $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}$	$\left(\dfrac{-2}{7}\right)^2 = \dfrac{(-2)^2}{7^2}$ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^7 = \dfrac{a^7}{b^7}$

* $\forall a, b \in \mathbb{Z}_0$ et $\forall m, p \in \mathbb{N}_0$.

Exerce-toi

1. **Applique** les propriétés des puissances.

$2^4 . 2^7 = 2^{4+7} = 2^{11}$ $\quad$ $(4^3)^2 = 4^6$ $\quad$ $(3 . 5)^2 = 15^2$

$3^1 . 3^6 = 3^7$ $\quad$ $(2^3)^5 = 2^{15}$ $\quad$ $(4 . 3)^3 = 12^3$

$(-5)^2 . (-5)^4 = (-5)^6$ $\quad$ $[(-3)^2]^3 = (-3)^6$ $\quad$ $(-2 . 6)^4 = -12^4$

$\dfrac{2^9}{2^7} = 2^2$ $\quad$ $\dfrac{4^2}{4^7} = \dfrac{1}{4^5}$

$\dfrac{(-3)^4}{(-3)^6} = \dfrac{1}{(-3)^2}$

2. **Repère** la propriété à appliquer et écris sous forme d'une **puissance d'un nombre.**

$3^2 . 3^7 = 3^{7+2} = 3^9$ $\quad$ $2^4 . 2^3 . 2 = 2^8$ $\quad$ $(-2)^3 . (-2)^5 = (-2)^8$

$\dfrac{5^2}{5^3} = 5^{2-3} = 5^{-1} = \dfrac{1}{5}$ $\quad$ $(3^4)^4 = 3^{16}$ $\quad$ $(-2)^3 . (-5)^3 = (-2.(-5))^3 = 10^3$

$(5^3)^2 = 5^6$ $\quad$ $3^2 . 5^2 = (3 . 5)^2 = 15^2$ $\quad$ $[(-3)^5]^2 = (-3)^{10}$

$4^3 . 7^3 = (4 . 7)^3 = 28^3$ $\quad$ $(5^2)^5 = 5^{10}$ $\quad$ $\dfrac{(-7)^6}{(-7)^8} = (-7)^{-2} = \dfrac{1}{7^2}$

3. **Complète** les pointillés par le nombre naturel qui convient.

$2^6 . 2^2 = 2^8$ $\quad$ $(2^4)^{3} = 2^{12}$ $\quad$ $(4 . 3)^{2} = 4^2 . 3^2$ $\quad$ $(-3)^{5} . (-3)^4 = (-3)^9$

$(3^5)^{5} = 3^{25 = 5.5}$ $\quad$ $7^4 . 7^{1} = 7^5$ $\quad$ $[(-7)^3]^{3} = (-7)^9$ $\quad$ $(2 . 7)^3 = 2^{3} . 7^{3}$

$2^4 . 5^4 = (2 . 5)^{4}$ $\quad$ $(5^{6})^3 = 5^{18}$ $\quad$ $6^3 . 6^{3} = 6^6$ $\quad$ $(4^{1})^2 = 4^2$

4. **Colorie** la bonne réponse.

	Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
$2^3 . 2^2$	2^{15}	2^5	4^8
$(5^2)^3$	5^6	5^8	5^5
$[(-7)^3]^2$	$(-7)^6$	-7^6	$(-7)^5$
$(-2 . 5)^3$	$2^3 . 5^3$	$-2 . 5^3$	$(-2)^3 . 5^3$

6. Les puissances de 10

Si *n* est un naturel non nul,

$$10^n = \underbrace{10 . 10 . 10 . 10 \ldots 10}_{n \text{ facteurs}} = 1\underbrace{00\ 00 \ldots 00}_{n \textbf{ zéros} \text{ derrière le chiffre 1}}$$

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{1\underbrace{000 ..0}_{n \text{ zéros}}} = 0{,}\underbrace{00 \ldots 01}_{n \textbf{ chiffres} \text{ derrière la virgule}}$$

Exemples : $10^6 = 1\,000\,000$ (il y a 6 zéros derrière le 1.)

$10^{-5} = 0{,}00001$ (il y a 5 chiffres derrière la virgule.)

Le signe « – » de l'exposant signifie que le nombre est inférieur à 1 et pas qu'il est négatif.

6.1. Multiplier un nombre par 10 ^{n}

Pour multiplier un nombre décimal par **10 ^{n}** :
- ✓ on déplace la **virgule** de n rangs vers la **droite,**
- ✓ on **ajoute** des **zéros** si nécessaire pour compléter les rangs.

Exemple : $7{,}85 \cdot 10^5 = 78\,500$

6.2. Multiplier un nombre par 10 $^{-n}$

Pour multiplier un nombre décimal par **10 $^{-n}$** :
- ✓ on déplace la **virgule** de n rangs vers la **gauche,**
- ✓ on **ajoute** des **zéros** si nécessaire pour compléter les rangs.

Exemple : $913 \cdot 10^{-5} = 0{,}00913$

Exerce-toi

1. Achève de **compléter** le tableau ci – dessous à l'aide de puissances de 10.

0,00001	0,0001	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1 000
10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3

2. **Colorie** les réponses correctes.

	Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3	Réponse 4
10^{-2}	100	– 100	0,01	$\frac{1}{100}$
10^3	– 1 000	1000	$\frac{1}{1000}$	0,001
10^{-1}	0,1	$\frac{1}{10}$	10	– 10
10^5	100 000	– 100 000	$\frac{1}{100\,000}$	0,000 01
10^{-4}	$\frac{1}{10\,000}$	– 10 000	0,0001	10 000

7. La notation scientifique

L'écriture scientifique d'un nombre est l'écriture de ce nombre sous la forme :

$$\mathbf{a \,.\, 10^{b}}$$

dans laquelle **a ∈ N** et **1 < a < 10** et **b ∈ Z_0**

7.1. Convertir un nombre décimal en notation scientifique

Pour convertir un nombre décimal en notation scientifique :
- ✓ on écrit le nombre avec **un chiffre non nul** devant la virugle,
- ✓ on **multiplie** le nombre par la **puissance de 10** correspondante.

Exemples : $149\,000 = 1{,}49 \,.\, 10^{5}$ $0{,}006 = 6 \,.\, 10^{-4}$

7.2. Convertir une notation scientifique en nombre décimal

Pour convertir une notation scientifique en nombre décimal :
- ✓ on **multiplie** le nombre par la **puissance de 10** correspondante.

Exerce-toi

1. **Colorie** la notation scientifique des nombres proposés.

58 300 000	$5{,}83 \,.\, 10^{7}$	$58{,}3 \,.\, 10^{6}$	$583 \,.\, 10^{5}$
0,000 000 15	$15 \,.\, 10^{-8}$	$1{,}5 \,.\, 10^{-7}$	$0{,}15 \,.\, 10^{-6}$
21,01	$210{,}1 \,.\, 10^{-1}$	$2101 \,.\, 10^{-2}$	$2{,}101 \,.\, 10^{1}$

2. **Barre** les mauvaises réponses et **colorie** la notation scientifique.

72 000	$7{,}2 \,.\, 10^{4}$	$72 \,.\, 10^{3}$	$\cancel{72 \,.\, 10^{-3}}$	$0{,}72 \,.\, 10^{5}$
0,056	$56 \,.\, 10^{-3}$	$0{,}56 \,.\, 10^{-1}$	$5{,}6 \,.\, 10^{-2}$	$\cancel{5{,}6 \,.\, 10^{-1}}$
0,000 002 87	$\cancel{2{,}87 \,.\, 10^{-5}}$	$2{,}87 \,.\, 10^{-6}$	$28{,}7 \,.\, 10^{-7}$	$287 \,.\, 10^{-8}$
350 000 000	$0{,}35 \,.\, 10^{9}$	$35 \,.\, 10^{7}$	$\cancel{3{,}5 \,.\, 10^{7}}$	$3{,}5 \,.\, 10^{8}$

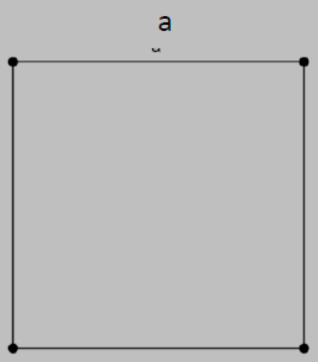
3. **Relie** les nombres égaux.

$45{,}09 \,.\, 10^{2}$	450,9
$4509 \,.\, 10^{-1}$	0,045 09
$4509 \,.\, 10^{2}$	0,450 9
$4{,}509 \,.\, 10^{-1}$	4,509
$450{,}9 \,.\, 10^{-4}$	450 900
$4{,}509 \,.\, 10^{1}$	4509
$4509 \,.\, 10^{1}$	45,09
$4509 \,.\, 10^{-3}$	45 090

NO – Calcul littéral

1. Vocabulaire

1.1. Une expression littérale



Une expression littérale est une expression mathématique dans laquellle interviennent des **nombres** et des **lettres**. Elle permet de **généraliser un calcul**.

Exemple : L'expression **4a** généralise le calcul du périmètre du carré de côté a.

1.2. Les composants d'une expression littérale

Le coefficient ⟵ **12a** ⟶ **La variable**

Les lettres constituent la **partie littérale** de l'expression.

Exemple : Dans l'expression 3x + z, les **variables** sont **x** et **z**.
3 est le **coefficient** de x ; **1** celui de z.

1.3. Les termes semblables

Dans une somme/une différence algébrique les **termes semblables** sont des termes qui ont la **même partie littérale.**

Exemple : Soit 3c – 8c.
3c et – 8c sont des termes semblables.

Contre – exemple : Soit 4a + 5b.
4a + 5b ne sont pas termes semblables.

2. Les conventions d'écriture

Dans le calcul littéral, tu dois respecter deux règles :

- on ne note pas le signe « . » de la multiplication,
  Exemple : On écrira 4ab plutôt que 4 . a . b
- on écrit les lettres dans **l'ordre alphabétique**.
  Exemple : On écrira – 8abc plutôt que – 9cab

Exerce-toi

1. Parmi les expressions suivantes, **entoure** la partie **littérale** et **souligne** le **coefficient**.

$\underline{2}a$ $\underline{2}a^2$ $\underline{3}ab$ $\underline{4}xy^2$ $\underline{3}a^2b$ $\underline{6}a^2b^2$

2. À chaque ligne, **colorie** les termes semblables.

1	2a	2	3a	2ab	a^2	a
2	$5xy^2$	$2x^2y$	x	x^2	x^2y	4
3	xy	x	9	3xy	$2xy^2$	y
4	x^2y	3xy	xy^2	$5x^2y$	$6x^2y^2$	x^2
5	ab^2	7	a	4ab	$3a^2b$	8ab

3. Le codage et décodage

Chaque **expression littérale** peut se **décoder** en **langage courant** à l'aide du vocabulaire des opérations.

Exemple : $(a - b)^3$ se traduit par « le cube de la différence de a et de b ».

A l'inverse, chaque traduction en **langage courant** peut se **coder** en une **expression littérale**.

Exemple : « Le double du carré de l'opposé de a » se code par $2(-a)^2$.

Exerce-toi

1. **Associe** chaque phrase à son expression algébrique.

La somme de a et b	$a - b$
Le produit de a par b	a^3
Le triple de a	$a . b$
Le cube de a	$3a$
La différence de a et b	$a + b$

2. **Écris** sous forme d'expression algébrique les expressions suivantes.

La somme du triple de b et du double de y : $3b + 2y$

La somme de p et du carré de f : $p + f^2$

Le quotient de la différence de a et b par le quadruple de r : $(a-b) : 4r$ ou $\frac{a - b}{4r}$

Le produit du carré de g et la cinquième puissance de f : $g^2 . f^5$

L'opposé de la différence de q et s : $-(q - s)$

Le carré de la somme de x et z : $(x + z)^2$

3. **Traduis**, sur les pointilles, les expressions algébriques suivantes en **langage courant**.

$3c$ Le triple de c

$2d + f$ **La somme du double de d et de f**

$4x : y$ **Le quotient du quadruple de x et de y**

$c - 3g$ **La différence entre c et le triple de g**

$3 \cdot (d - e)$ **Le triple de la différence entre d et e**

$5 \cdot (r + 2s)$ **Le quintuple de la somme de r et du double de s**

4. La réduction de termes semblables

4.1. Définition

Réduire une somme, c'est l'écrire avec le **minimum** de **termes**.
Réduire un produit, c'est l'écrire avec le **minimum** de **facteurs**.

4.2. La réduction d'une somme algébrique

Pour **réduire une somme algébrique** :
- ✓ on **recopie** les **parties littérales** des termes semblables,
- ✓ on **additionne** leurs **coefficients**.

Exemple : $2a + 7b - 3a = (-3 + 2)a + 7b$

$= -a + 7b$

4.3. La réduction d'un produit algébrique

Pour **réduire un produit algébrique** :
- ✓ on **multiplie** les **coefficients** entre eux,
- ✓ on **multiplie** les **parties littérales** entre elles.

Exemple : $5b \cdot (-3ab) = 5 \cdot (-3) \cdot b \cdot ab$

$= -15ab^2$

Exerce-toi

1. Associe chaque expression à sa forme réduite.

$2a - 3a$	$-5a$
$-2a - 3a$	a
$-2a + 3a$	$-a$
$2a + 3a$	$5a$

2. Réduis les expressions suivantes.

$2a + a + b = 3a + b$

$-a + 2a - b =$ **$a - b$**

$-a \cdot 2a + b =$ **$-2a^2 + b$**

$c - 2d + c =$ **$2c - 2d$**

$-g \cdot g \cdot u =$ **$-g^2u$**

3. Complète les pointillés par + ou .

$-2x$ **+** $2x = 0$ $\qquad$ $-2x$ **.** $2x = -4x^2$ $\qquad$ $-2x$. **+** $(-2x) = -4x$

5. La valeur numérique d'une expression littérale

La **valeur numérique** d'une expression littérale est le **nombre** obtenu en **remplaçant** les lettres par leurs valeurs données.

Exemple : Si f = 3 et t = – 7, la valeur numérique de l'expression – 5f + 3t vaut – 5 . 3 + 3 . (– 7)
= – 15 + (– 21)
= – 36

Exerce-toi

1. Pour chaque expression, **colorie** la valeur numérique correcte en sachant que :
a = – 2, b = 3 et c = – 4.

ab	– 2 + 3	– 2 . 3	– 23
5b 5 . b	53	5 + 3	5 . 3
ab^2	$-2+3^2$	$-2 \cdot 3^2$	-23^2
2a + c	2 – 2 + (– 4)	2. (-2) + (-4)	2 . (– 2) . (– 4)
$3b+c^2$	$33+(-4)^2$	3 . 3 + (– 4) . 2	$3 \cdot 3 + (-4)^2$
$-2b^3$	$-2 \cdot 3^3$	-23^2	– 2 . 23

2. Voici la formule qui permet de calculer le volume d'une pyramide à base carrée :

$$V = \frac{h \cdot c^2}{3}$$

Calcule V si h = 15 cm et c = 10 cm.

V = **500** cm^3

3. **Calcule** la valeur des expressions littérales pour chacune des valeurs de a et b.

a	b	$2a + 4$	$6a^2$	$4a^3 + 6b$	$10a^2b$	$2(a + 2)$
– 3	2	2 . (– 3) + 4 = – 2	6 . (– 3)² =	4.(-3)³ + 6.2 = 48	10 . (-3)² . 2 = 180	2.(-3 + 2) = -2
7	– 5	2 . 7 + 4 = 18	6 . 7² = 294	4.7³ + 6.(-5) = 166	10 . 7² .(-5) = -2450	2.(7 + 2) = 18
4	3	2 . 4 + 4 = 12	6 . 4² = 96	4.4³ + 6.3 = 82	10 . 4² . 3 = 480	2.(4 + 2) = 12

4. **Colorie** la bonne réponse.
Si $x = -2$ et $y = 3$, alors la valeur numérique de … est …

$2x + 3y$	2	– 5	5	13
x^3	8	-8	– 6	6
$5x - 2y$	16	-16	4	– 18
$x^5 + 2y$	– 12	26	-26	– 1

6. La distributivité

6.1. La distributivité simple

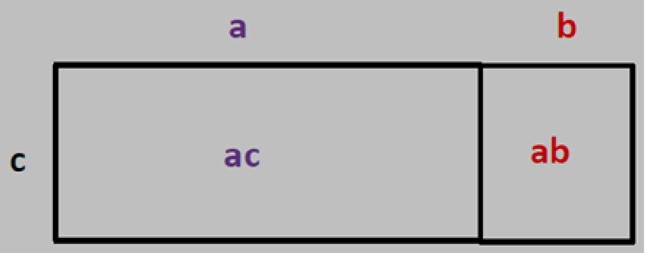
Pour **multiplier** une **somme** / une **différence** par un nombre, il faut :
- ✓ **multiplier** chaque **terme** de la somme / différence par ce **nombre,**
- ✓ **additionner** / **soustraire** les produits obtenus.

Exemples : c . (a + b) = c . a + c . b

= ac + bc

c . (a – b) = c . a – c . b

= ac – bc



Exerce-toi

1. **Souligne**, dans chaque cas, la bonne réponse.

$4 \cdot (3b + 5)$	$= 7b + 9$ $= 12b + 9$ $= \underline{12b + 20}$	$3a \cdot (a + 4)$	$= \underline{3a^2 + 12a}$ $= 4a + 7a$ $= 3a^2 + 7a$	$y \cdot (y + 2)$	$= 2y^2 + 2y$ $= \underline{y^2 + 2y}$ $= y + 2$
$3b \cdot (2b + a)$	$= \underline{6b^2 + 3ab}$ $= 5b + 3ab$ $= 6b + 2ab$	$6 \cdot (3b + 3)$	$= 9b + 9$ $= 18b + 9$ $= \underline{18b + 18}$	$4a \cdot (4b + 7)$	$= 8ab + 11a$ $= \underline{16ab + 28a}$ $= 16ab + 11a$

2. **Distribue** et **réduis** les différents produits.

$t \cdot (2u + 4) = t \cdot 2u + t \cdot 4$ $= 2ut + 4t$	$3 \cdot (s + 4x) = 3 \cdot s + 3 \cdot 4x$ $= 3s + 12x$
$5x \cdot (x - 5) = 5x \cdot x - 5x \cdot 5$ $= 5x^2 - 25x$	$(4x + 2y) \cdot t = 4x \cdot t + 2y \cdot t$ $= 4tx + 2ty$
$-e \cdot (7 + 3z) = -e \cdot 7 + (-e) \cdot 3z$ $= -7e - 3ez$	$(3g + 4) \cdot (-f) = 3g \cdot (-f) + 4 \cdot (-f)$ $= -3fg - 4f$

6.2. La distributivité double

Pour **multiplier** une **somme** / une **différence** par une somme / différence, il faut :

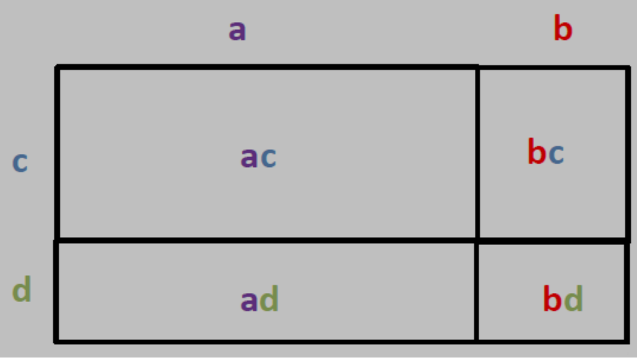
- ✓ **multiplier** chaque **terme** de la première somme / différence par chaque terme de la seconde,
- ✓ **additionner** / **soustraire** les produits obtenus.

Exemples : $(a + b) . (c + d) = a . c + a . d + b . c + b . d$

$= ac + ad + bc + bd$

$(a - b) . (c + d) = a . c + a . d + (- b) . c + (- b) . d$

$= ac + ad - bc - bd$



Exerce-toi

1. **Distribue** et réduis les différents produits

$(a + 4) . (3b + 5) = a . 3b + a . 5 + 4 . 3b + 4 . 5$

$= 5a + 3ab + 12b + 20$

$(5x + 3) . (s + 4x) = 5x . s + 5x . 4x + 3 . s + 3 . 4x$

$= 5sx + 20x^2 + 3s + 12x$

$(4a + 1) . (5a + 3) = 4a . 5a + 4a . 3 + 1 . 5a + 1 . 3$

$= 20a^2 + 12a + 5a + 3$

$= 20a^2 + 17a + 3$

$(5 - x) . (x + 3) = 5 . x + 5 . 3 - x . x - x . 3$

$= 5x + 15 - x^2 - 3x$

$= -x^2 + 2x + 15$

$(3x + 2) . (y + 4x) = 3x . y + 3x . 4x + 2 . y + 2 . 4x$

$= 3xy + 12x^2 + 2y + 8x$

$(2 + 3z) . (z – 4) = 2 . z + 2 . (-4) + 3z . z + 3z . (-4)$

$= 2z – 8 + 3z^2 - 12z$

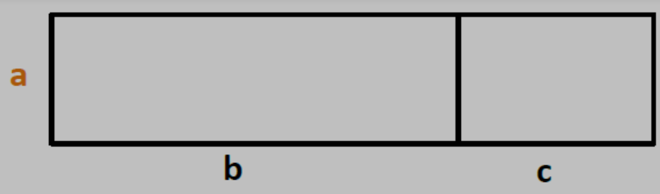
$= 3z^2 - 10z - 8$

6.3. La mise en évidence

Lorsque **tous** les **termes** d'une **somme** / **différence** possèdent un (des) **facteur**(s) **commun**(s), on peut transformer cette somme / différence en un **produit** de **facteurs** en mettant ce(s) facteurs commun(s) **en évidence**.

Exemple : $ab + ac = a . b + a . c$
$= a (b + c)$

a est le **PGCD** des termes ab et ac.



Exerce-toi

1. **Souligne** le(s) facteur(s) commun(s) aux deux termes

$\underline{3} . e + \underline{3} . f$ | $\underline{3} . z + \underline{3} . g$

$\underline{h} . 4 + \underline{h} . 3$ | $\underline{4 . a} . r – \underline{4 . a} . g$

$\underline{3x} . y – \underline{3x} . r$ | $\underline{7} . q . \underline{w} + \underline{7} . d . \underline{w}$

$\underline{6z} . 5a + \underline{6z} . 3b$ | $\underline{2 . a} – \underline{2 . a} . b$

2. **Fais apparaître** les facteurs communs et **souligne** les.

$9b + 6c = \underline{3} \,.\, 3b + \underline{3} \,.\, 2c$

$12t + 16e = \underline{4} \,.\, 3t + \underline{4} \,.\, 4e$

$5cd - 10bc = \underline{5c} \,.\, d - \underline{5c} \,.\, 2b$

$6xy + 8yz = \underline{2y} \,.\, 3x + \underline{2y} \,.\, 4z$

$5ab - 15ab = \underline{5ab} \,.\, 1 - \underline{5ab} \,.\, 3$

$14xy + 21y = \underline{7y} \,.\, 2x + \underline{7y} \,.\, 3$

3. **Mets le(s) facteurs commun(s) en évidence.**

$3z + 24g = 3 \,.\, (z + 8g)$

$27af + 18fg = 9f \,.\, (3a + 2g)$

$15x + 20y = 5 \,.\, (3x + 4y)$

$16e + 24g = 8 \,.\, (2e + 3g)$

$12ab - 16ac = 4a \,.\, (3b - 4c)$

$-3b + 6a = 3 \,.\, (-b + 2a)$

$6t + 6 = 6 \,.\, (t + 1)$

$-5rt - 10t = -5t \,.\, (5 + 2)$

7. La suppression des parenthèses

7.1. La suppression des parenthèses précédées du signe « + »

Pour **supprimer les parenthèses précédées du signe « + »**, on ne doit **rien changer** aux signes des termes à l'intérieur des parenthèses.

Exemple : $4a + (-2b + 3c) = 4a - 2b + 3c$

7.2. La suppression des parenthèses précédées du signe « – »

Pour **supprimer les parenthèses précédées du signe « – »**, on doit **changer** les signes des termes à l'intérieur des parenthèses.

Exemple : $5x - (-4y + 2z) = 5x - 1\,(-4y + 2z)$

$= 5x + 4y - 2z$

Exerce-toi

1. **Souligne** les termes qui changeront de signe lors de la suppression des parenthèses.

$(2a - 4c) + (-c + b) - (\underline{a - 5})$ $\boxed{-}(\underline{a + 1})\boxed{-}(\underline{2a - 6}) + (c - a)$

$(-b + c) - (\underline{2c + 3a}) - (\underline{-2c + 3})$ $(3a - 2b) - (\underline{2 + a}) + (-a + 3)$

2. **Relie** chaque calcul à son expression sans parenthèses.

$-(5 + 8)$	$5 + 8$
$-(5 - 8)$	$-5 - 8$
$-(-5 - 8)$	$5 - 8$
$-(-5 + 8)$	$-5 + 8$

3. **Supprime** les parenthèses en appliquant la règle adéquate et réduis les termes semblables quand il y en a.

$b \boxed{-} (-6a + c) = b + 6a - c$

$2z \boxed{-} (4x + y) =$ **$2z - 4x - y$**

$14x + (x - y) =$ **$14x + x - y$**

$=$ **$15x - y$**

$3c - (3d + e) =$ **$3c - 3d - e$**

$-a + (b - 2) =$ **$-a + b - 2$**

$3 - (3z - y) =$ **$3 - 3z + y$**

$-8a + (-3b + 4) =$ **$-8a - 3b + 4$**

$3x - (-y - 2) =$ **$-3x + y + 2$**

NO – Diviseurs et multiples

1. Ensembles des diviseurs et multiples

1.1. Vocabulaire

7 est un **diviseur** de 42 7 **divise** 42 42 est un **multiple** de 7 42 est **divisible** par 7	Car 42 = 7 . 6	6 est un **diviseur** de 42 6 **divise** 42 42 est un **multiple** de 6 42 est **divisible** par 6

1.2. Ensemble des diviseurs

L'ensemble des diviseurs de 42 se note **div 42.**

div 42 = {**1**, **2**, **3**, 6, 7, **14**, **21**, **42**}

- Tout nombre naturel admet **1** et **lui-même** comme diviseur.
- 0 ne divise aucun naturel différent de 0.
  Exemple : 12 : 0 n'existe pas !
- Tout naturel qui en divise un autre divise aussi tous les multiples de cet autre.
  Exemple : 3|12 (car 12 : 3 = 4), et 12|48 (car 48 : 12 = 4)
  ➔ 3|48.
- Tout naturel qui en divise deux autres divise aussi leur somme et leur différence.
  Exemple : 4|8 (car 8 : 4 = 2) et 4|42 (car 32 : 4 = 8)
  Donc, (8 + 32) : 4 = 10 et (32 – 8) : 4 = 6.

1.3. Ensemble des multiples

L'ensemble des multiples de 42 se note **42 N.**

42 N = {0, 42, 84, 126, 168, 210, 252, ... }

0 est multiple de tous les naturels.

Exemples : 0 . 2 = 0 et 0 . 45 = 0

2. Les nombres particuliers

2.1. Les nombres premiers

Un nombre **premier** est un nombre naturel qui n'admet exactement que **deux diviseurs distincts** : 1 et lui-même.

Exemple : 7 est un nombre premier car div. 7 = $\{1, 7\}$

1 n'est **pas** un nombre premier car il n'admet qu'un **seul** diviseur !

2.2. Les nombres premiers entre eux

Deux nombres **premiers entre eux** sont deux nombres qui n'admettent que **1** comme **diviseur commun**.

Exemple : 4 et 15 sont premiers entre eux car div 4 = $\{1, 2, 4\}$ div 15 = $\{1, 3, 5, 15\}$

seul diviseur commun = 1

Contre – exemple : 6 et 9 ne sont pas premiers entre – eux car div 6 = {**1**, 2, **3**, 6}
div 9 = {**1**, **3**, 9}. **Il y a deux diviseurs communs !**

Tout naturel divisible par deux naturels premiers entre eux est divisible par leur produit.

Exemple : 4|740 et 5|740
Or, 4 et 5 sont premiers entre eux.
Donc, 740 est divisible par 4 . 5 = 20

Exerce-toi

1. **Vrai ou faux** ? Si c'est vrai, écris l'égalité qui justifie ton affirmation. Si c'est faux, corrige par une formulation de ton choix, mais sans changer les nombres de place dans la phrase.

8 est multiple de 2. Vrai car $8 = 4 . 2$

15 divise 3. Faux. 15 est un multiple de 3.

12 est multiple de 24. **Faux. 12 est un diviseur de 24.**

108 est divisible par 4. **Vrai car 108 = 4 . 27**

6 divise 96. **Vrai car 96 = 6 . 16**

2. **Écris** si possible les **10** premiers nombres des ensembles suivants.

5 N = {0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, … }

9 N = **{ 0 ; 9 ; 18 ; 27 ; 36 ; 45 ; 54 ; 63 ; 72 ; 81 ; … }**

div 8 = **{ 1 ; 2 ; 4 ; 8 }**

1 N = **{ 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 4 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; … }**

div 32 = **{ 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 }**

12 N = **{ 0 ; 12 ; 24 ; 36 ; 48 ; 60 ; 72 ; 84 ; 96 ; 108 ; … }**

3. Les caractères de divisibilité

3.1. Caractères utilisant le dernier chiffre

- Un nombre est **divisible** par **2** si le dernier chiffre est **pair**.
  Exemples : 104, 200, 126, 4 938
- Un nombre est **divisible** par **5** si le dernier chiffre est **0** ou **5**.
  Exemples : 305, 20, 10
- Un nombre est **divisible** par **10** si le dernier chiffre est **0**.
  Exemples : 3 020, 120, 40

3.2. Caractères utilisant les deux derniers chiffres

- Un nombre est **divisible** par **4** si les deux derniers chiffres forment un **multiple de 4**.
  Exemples : 116, 2 048, 328
- Un nombre est **divisible** par **25** si les deux derniers chiffres forment un **multiple de 25**.
  Exemples : 175, 2 000, 50
- Un nombre est **divisible** par **100** si les deux derniers chiffres sont **00**.
  Exemples : 4 000, 500, 3 300

3.3. Caractères utilisant les trois derniers chiffres

- Un nombre est **divisible** par **8** si les trois derniers chiffres forment un **multiple de 8**.
  Exemples : 17 240, 7 848, 656
- Un nombre est **divisible** par **125** si les trois derniers chiffres forment un **multiple de 125**.
  Exemples : 13 250, 9 875, 375
- Un nombre est **divisible** par **1000** si les deux derniers chiffres sont **000**.
  Exemples : 176 000, 5 000, 3 000

3.4. Caractères utilisant les somme des chiffres

- Un nombre est **divisible** par **3** si la somme des chiffres est un **multiple de 3**.

  Exemple : 2 373 est divisible par 3 car 2 + 3 + 7 + 3 = **15**.

- Un nombre est **divisible** par **9** si la somme des chiffres est un **multiple de 9**.

  Exemple : 6 642 est divisible par 9 car 6 + 6 + 4 + 2 = **18**.

- Un nombre est divisible par 11 lorsque la différence entre la somme des chiffres de rang pair et la somme des chiffres de rang impair est un **multiple de 11.**

  Exemple : **919 380** est divisible par 11 car **9 + 9 + 8 = 26** et **1 + 3 + 0 = 4**

  26 – **4** = **22**.

Pour justifier qu'un nombre est divisible par un autre, tu peux utiliser plusieurs méthodes.

Exemples :

312 est divisible par 3 car 312 = 300 + 12 et que 300 et 12 sont divisibles par 3.

796 est divisible par 4 car 796 = 800 – 4 et que 800 et 4 sont divisibles par 4.

Exerce-toi

1. **Complète** le tableau suivant en indiquant une croix dans la case adéquate.

	2	3	4	5	8	9	10	25	125
4 672 est divisible par	x		x		x				
9 835 est divisible par				x					
6 534 est divisible par	x	x				x			
4 542 est divisible par	x	x							
8 475 est divisible par		x		x				x	
7 410 est divisible par	x	x		x			x		

2. **Détermine** la valeur (ou les valeurs) du chiffre représenté par □ pour que les divisibilités suivantes soient vérifiées.

7 87□ est divisible par 4. Le dernier chiffre vaut 2 ou 6. Car un nombre est divisible par 4 si les deux derniers chiffres forment un multiple de 4.

2 3□ 5 est divisible par 25. **Le chiffre vaut 2 ou 7. Car un nombre est divisible par 25 s'il se termine par 00 ; 25 ; 50 ou 75**

6 2□ 5 est divisible par 3. **Le chiffre vaut 0 ; 3 ; 6 ou 9. Car un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres forme un multiple de 3.**

1□ 3 245 est divisible par 9 **Le chiffre vaut 3. Car un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres forme un multiple de 9.**

2 3□ 4 est divisible par 8. **Le chiffre vaut 0 ; 4 ou 8. Car un nombre est divisible par 8 si ses 3 derniers chiffres forment un multiple de 8.**

4. La division euclidienne

4.1. Définition

Effectuer la division euclidienne du naturel D par le naturel non nul d, c'est déterminer l'unique naturel q et l'unique naturel r tels que,

Dividende ← $D = d \cdot q + r$ → Reste   **et r < d**

Diviseur ← d   q → Quotient

Si **r = 0**, alors D est **divisible** par d et la division est dite **exacte**.

Exemple : $60 = 5 \cdot 12 + 0 \rightarrow 60 = 5 \cdot 12$

Ce qui signifie que 60 est divisible par 5.

4.2. Encadrer un quotient à l'unité près

Encadrer un quotient (a : b) à l'unité près, c'est déterminer les deux naturels consécutifs entre lesquels le quotient est compris.

Pour **encadrer** un quotient (**a : b**) à l'unité près :
- ✓ on écrit la **division euclidienne** correspondante,
- ✓ on encadre a : b par q et q + 1.

Exemple : Soit à encadrer $\frac{62}{5}$.

- ✓ 62 = 5 . 12 + 2
- ✓ 12 < 62 : 5 < 13

12 est appelée la valeur approchée par **défaut**.
13 est appelée la valeur approchée par **excès**.

Exerce-toi

1. **Complète** le tableau suivant.

	Dividende	Diviseur	Quotient	Reste	Égalité
a)	55	4	13	3	55 = 4 . 13 + 3
b)	72	6	**12**	**0**	**72 = 6 . 12 + 0**
c)	**51**	12	4	3	**51 = 12 . 4 + 3**
d)	**125**	5	25	0	**125 = 5 . 25 + 0**
g)	56	**5**	11	1	**56 = 5 .11 + 1**
h)	83	**15**	5	8	**83 = 15 . 5 + 8**

2. Pour chacun des quotients suivants, calcule les valeurs approchées par défaut et par excès à l'unité près.

23 : 9 Valeur approchée par défaut : 2 Valeur approchée par excès : 3

3 : 19 **Valeur approchée par défaut : 0** **Valeur approchée par excès : 1**

12 : 11 **Valeur approchée par défaut : 1** **Valeur approchée par excès : 2**

26 : 7 **Valeur approchée par défaut : 3** **Valeur approchée par excès : 4**

5. PGCD et PPCM

5.1. La décomposition en facteurs premiers

Pour **décomposer** un nombre en facteurs premiers, il faut diviser successivement ce nombre par les **diviseurs premiers** par ordre **croissant**.

Exemple : Soit à décomposer 126.

126	2	Facteurs premiers
63	3	
21	3	
7	7	
1		

La décomposition de 126 est $2 \cdot 3^2 \cdot 7$

5.2. Le Plus Grand Commun Diviseur (PGCD)

5.2.1. Par la comparaison des ensembles de diviseurs

Pour **déterminer** le **PGCD** de deux nombres :
- ✓ on établit **l'ensemble des diviseurs** de chacun des deux nombres,
- ✓ on **souligne** tous les diviseurs communs,
- ✓ on prend le plus **grand diviseur commun** aux deux ensembles.

Exemple : Soit à déterminer le PGCD de 48 et 60.

- ✓ div 48 = {1, 2, 3, 4, 6, 8, **12**, 16, 24, 48}
  div 60 = {1, 2, 3, 4, 5, 6, **12**, 15, 20, 30, 60}
- ✓ PGCD (48, 60) = **12**

5.2.2. Par la décomposition en facteurs premiers

Pour **déterminer** le **PGCD** de deux nombres :

- ✓ on **décompose** les deux nombres en facteurs premiers,
- ✓ on **souligne** tous les facteurs communs,
- ✓ on calcule le **produit** des facteurs premiers **communs** affectés de leur plus **petit exposant**.

Exemple : Soit à déterminer le PGCD de 48 et 60.

✓ $48 = 2^4 . 3$

$60 = 2^2 . 3 . 5$

✓ PGCD (48, 72) = $2^2 . 3 = 12$

❖ Tout nombre naturel qui en divise un autre est le PGCD de ces deux nombres.

Exemple : **16** divise 80 car 80 = 16 . 5 et PGCD (16,80) = **16**

❖ Deux nombres premiers entre eux ont leur PGCD égal à 1.

Exemple : 8 et 9 sont premiers entre eux et PGCD (8,9) = 1

Exerce-toi

1. **Détermine** le PGCD des nombres proposés en les décomposant en **facteurs premiers**.

180 et 168

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

168	2
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

$180 = \underline{2^2} . \underline{3^2} . 5$

$168 = \underline{2^3} . \underline{3} . 7$

pgcd (180, 168) =

$2^2 . 3 =$

$4 . 3 = 12$

96 et 72

96	2
48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$96 = \underline{2^5} . \underline{3}$

$72 = \underline{2^3} . \underline{3^2}$

pgcd (96, 72) =

$2^3 . 3 =$

$8 . 3 = 24$

360 et 840

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

840	2
420	2
210	2
105	3
35	5
7	7
1	

$360 = \underline{2^3} . \underline{3^2} . \underline{5}$

$840 = \underline{2^3} . \underline{3} . \underline{5} . 7$

pgcd (360, 840) =

$2^3 . 3 . 5 =$

$8 . 3 . 5 = 120$

2. Valentin possède trois planches de 10 cm de large. La première mesure 1,80 m, la deuxième mesure 2,40 m et la troisième 1,68 m. Il voudrait les scier toutes les trois en morceaux de même longueur ; cette longueur doit être un nombre entier de centimètres. Quel est le plus grand morceau possible ?

Cherchons le pgcd de 180 ; 240 et 168 :

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

240	2
120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

168	2
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

$180 = 2^2 . 3^2 . 5$

$240 = 2^4 . 3 . 5$

$168 = 2^3 . 3 . 7$

PCGD = $2^2 . 3 = 12$

➔ **Les morceaux mesureront 12 cm**

5.3. Le Plus Petit Commun Multiple

5.3.1. Par la comparaison des ensembles de diviseurs

Pour **déterminer** le **PPCM** de deux nombres :

- ✓ on établit **l'ensemble des multiples** de chacun des deux nombres,
- ✓ on **souligne** tous les multiples communs,
- ✓ on prend le plus **petit multiple commun non nul** aux deux ensembles.

Exemple : Soit à déterminer le PPCM de 36 et 42.

- ✓ 36 N = {0, 36, 72, 108, 144, 180, 216, **252**, 288}

  42 N = {0, 42, 84, 126, 168, 210, **252**, 294}
- ✓ PPCM (36, 42) = **252**

5.3.2. Par la décomposition en facteurs premiers

Pour **déterminer** le **PPCM** de deux nombres :

- ✓ on **décompose** les deux nombres en facteurs premiers,
- ✓ on calcule le **produit** des facteurs premiers, **communs ou non**, affectés de leur plus **grand exposant**.

Exemple : Soit à déterminer le PPCM de 36 et 42.

- ✓ $36 = \mathbf{2^2 . 3^2}$

  $42 = 2 . 3 . \mathbf{7}$
- ✓ PGCD (48, 72) = $\mathbf{2^2 . 3^2 . 7} = 252$

Exerce-toi

1. **Détermine** le PPCM des nombres proposés en les décomposant en **facteurs premiers**.

40 et 16

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$40 =$ $2^3 . 5$

$16 =$ 2^4

ppcm (40, 16) =

$2^4 . 5 =$
$16 . 5 = 80$

90 et 48

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$90 =$ $2 . 3^2 . 5$

$48 =$ $2^4 . 3$

ppcm (90, 48) =

$2^4 . 3^2 . 5 =$
$16 . 9 . 5 = 720$

80 et 84

$$\begin{array}{r|l} 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$80 =$ $2^4 . 5$

$84 =$ $2^2 . 3 . 7$

ppcm (80, 84) =

$2^4 . 3 . 5 . 7 =$
$16 . 3 . 5 . 7 = 1680$

2. Margaux juxtapose bout à bout des lattes de 20 cm, Thomas des lattes de 30 cm et Caroline des lattes de 50 cm. À quelle distance minimale les extrémités marqueront – elles pour la première fois un point commun ?

Cherchons le pgcd de 180 ; 240 et 168 :

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$20 = 2^2 . 5$

$30 = 2 . 3 . 5$

$50 = 2 . 5^2$

PPCM = $2^2 . 3 . 5^2 = 300$

➔ **Les extrémités marqueront pour la 1ère fois un point commun à (300 cm) 3m.**

NO – Les équations

1. Définition

Une **équation** à une inconnue est une **égalité** entre deux membres comprenant des nombres et une **lettre** appelée **l'inconnue**.

2. Résoudre une équation

Résoudre une équation c'est **déterminer** la **valeur** de l'inconnue pour que l'égalité soit vérifiée

Pour **résoudre une équation** on **applique les propriétés des égalités pour isoler l'inconnue dans le membre de gauche.**

Exemple : $\frac{3x}{7} + 3 = 4$

$$\frac{3x}{7} + 3 - 3 = 4 - 3$$

$$\frac{3x}{7} = 1$$

$$\frac{3x}{7} \cdot 7 = 1 \cdot 7$$

$$3x = 7$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{7}{3}$$

$$x = \frac{7}{3}$$

3. Vérifier la solution d'une équation

Pour **vérifier** la solution d'une équation, il suffit de vérifier que **l'égalité** est **conservée** en **remplacant** l'inconnue par la solution trouvée.

Exemple : Soit la solution $\frac{7}{3}$ à vérifier pour l'équation $\frac{3x}{7} + 3 = 4$.

$$\frac{3 \cdot \frac{7}{3}}{7} + 3 = 4$$

$$\frac{7}{7} + 3 = 4$$

$$1 + 3 = 4$$

$$4 = 4$$

4. Les équations fractionnaires

Pour **résoudre une équation fractionnaire :**

- ✓ on **réduit** tous les termes / facteurs au **même dénominateur,**
- ✓ on **multiplie** les **deux** membres de l'équation par la valeur du **dénominateur** commun,
- ✓ on **résout** l'équation.

Exemple : $\frac{2x}{5} + 4 = \frac{1}{3}$

$\left(\frac{6x}{15} + \frac{60}{15}\right) . 15 = \left(\frac{5}{15}\right) . 15$

$(6x + 60) - 60 = 5 - 60$

$\frac{6x}{6} = \frac{-55}{6}$

$x = \frac{-55}{6}$ $\qquad S = \left\{\frac{-55}{6}\right\}$

Exerce-toi

1. Un seul des nombres proposés est solution de l'équation ; **colorie**-le.

$2x + 8 = 4$	6	$-\frac{1}{2}$	-2	$\frac{1}{2}$	2
$7 = 2x - 9$	-8	1	8	-1	$\frac{1}{8}$
$3 - 5x = 7$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{5}$	2	$-\frac{4}{5}$	$-\frac{5}{4}$
$x - \frac{1}{2} = 2$	$\frac{7}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{9}{4}$
$\frac{1}{2} = x - \frac{2}{5}$	$\frac{1}{10}$	$-\frac{9}{10}$	$-\frac{1}{10}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{9}{10}$

2. **Résous** les équations suivantes.

$x + 5 = 8$

$\Leftrightarrow x = 3$

$S = \{3\}$

$4x = 7$

$4x : 4 = 7 : 4$

$x = \frac{7}{4}$

$S = \left\{\frac{7}{4}\right\}$

$\frac{x}{5} = 5$

$\frac{x}{5} . 5 = 5 . 5$

$x = 25$

$S = \{25\}$

$4 = \frac{3}{2} + x$

$\frac{8}{2} = \frac{3}{2} + \frac{2x}{2}$

$8 = 3 + 2x$

$8 - 3 = 3 + 2x - 3$

$5 : 2 = 2x : 2$

$\frac{5}{2} = x$

$S = \left\{\frac{5}{2}\right\}$

$x - \frac{2}{5} = \frac{1}{3}$

$\frac{15x}{15} - \frac{6}{15} = \frac{5}{15}$

$15x - 6 = 5$

$15x - 6 + 6 = 5 + 6$

$15x = 11$

$x = \frac{11}{15}$

$S = \left\{\frac{11}{15}\right\}$

$-1 = 7 + 2x$

$-1 - 7 = 7 + 2x - 7$

$-8 = 2x$

$-8 : 2 = 2x : 2$

$-4 = x$

$S = \{-4\}$

$12x + 5 = 10x - 3$

$12x - 10x + 5 = -3$

$2x + 5 = -3$

$2x = -3 - 5$

$2x = -8$

$x = -8 : 2$

$x = -4$

$S = \{-4\}$

$3(x - 2) = 2(x + 3)$

$3x - 6 = 2x + 6$

$3x - 6 - 2x = 6$

$x - 6 = 6$

$x = 6 + 6$

$x = 12$

$S = \{12\}$

$\frac{-1 + x}{3} = \frac{2x - 1}{2}$

$\frac{2 .(-1+x)}{6} = \frac{3 .(2x-1)}{6}$

$2. (-1 + x) = 3 . (2x - 1)$

$-2 + 2x = 6x - 3$

$-2 + 2x - 6x = -3$

$-2 - 4x = -3$

$-4x = -3 + 2$

$-4x = -1$

$x = 1 : 4$

$x = \frac{1}{4}$

$S = \left\{\frac{1}{4}\right\}$

$\frac{x - 1}{2} = \frac{2x + 3}{5}$

$\frac{5 .(x-1)}{10} = \frac{2 .(2x + 3)}{10}$

$5. (x - 1) = 2 . (2x + 3)$

$5x - 5 = 4x + 6$

$5x - 5 - 4x = 6$

$x - 5 = 6$

$x = 6 + 5$

$x = 11$

$S = \{11\}$

5. La mise en équation

Pour **mettre un problème en équation :**

- ✓ on **détermine l'inconnue** qui est exprimée sous forme de **question** en langage courant,
- ✓ on **code** les **opérations** faites sur cette inconnue,
- ✓ on **repère** et **code** le mot de **vocabulaire** qui veut signifier **l'égalité**,
- ✓ on **code** le deuxième membre de l'égalité.

Exemple : **Un nombre est égal** à **son triple diminué de 19**. Quel est ce nombre ?

x représente le nombre recherché.

$x = 3x - 19$

Exerce-toi

1. Si x représente l'âge de Thomas et que Pascal a 7 ans de plus que lui, **associe** chaque proposition à l'expression qu'elle traduit.

L'âge de Pascal	$x + 1$
L'âge de Thomas il y a 3 ans	$x + 7$
L'âge de Pascal il y a 6 ans	$x - 3$

2. Si x est un nombre naturel, **complète** les pointillés par des expressions littérales pour qu'elles représentent :

trois nombres consécutifs dont le plus petit est x

x, $x+1$ et $x+2$.

trois nombres pairs consécutifs

$2x - 2$, $2x$ et **$2x + 2$**

deux multiples de 7 consécutifs

$7x$ et **$7x + 7$**

3. **Complète** par une expression littérale tenant compte du choix de l'inconnue.
À la sortie de l'hiver, Freddy décide de reprendre son vélo et il programme **trois** randonnées. Celle du lundi est deux fois plus longue que celle du samedi et celle du mercredi deux fois plus longue que celle du lundi.

	Samedi	Lundi	Mercredi
Distance en km	x	2x	4x
Distance en km	$\frac{x}{2}$	x	2x
Distance en km	$\frac{x}{4}$	$\frac{x}{2}$	x

4. Dans chaque cas, **entoure** l'équation qui traduit l'énoncé du problème.

Si on soustrait 2 du triple d'un nombre et qu'on multiplie cette différence par 4, on obtient 10. Quel est ce nombre ?

$3\ (x - 2)\ .\ 4 = 10$ $\qquad$ $(2 - 3x)\ .\ 4 = 10$ $\qquad$ $(3x - 2)\ .\ 4 = 10$

Un des angles aigus d'un triangle rectangle mesure 17° de plus que l'autre angle aigu (x). Détermine l'amplitude du premier angle aigu.

$x + x - 17 = 90$ $\qquad$ $x + x - 17 = 180$ $\qquad$ $x + x + 17 = 90$

5. Quelles sont les dimensions d'un terrain rectangulaire dont le périmètre est 450 m si largeur vaut les $\frac{2}{3}$ de sa longueur ?

- Préciser l'inconnue :

x = Longueur du terrain et $\frac{2}{3}$x = largeur du terrain

- Mettre le problème en équation :

2.x + 2. $\frac{2}{3}$x = 450

- Résoudre l'équation :

2.x + 2. $\frac{2}{3}$x = 450

$$\frac{6x}{3} + \frac{4x}{3} = \frac{1350}{3}$$

6x + 4x = 1350

10x = 1350

x = 1350 : 10

x = 135

$\Rightarrow \frac{2}{3}$x = 135 : 3 . 2 = 90

- Exprimer la solution du problème :

La longueur du terrain vaut 135 m et sa largeur est de 90 m.

- Faire la preuve :

2 . (135 + 90) = 2 . 225 = 450