Classe : 3EP2

Mathématique : Dossier de révisions

Printemps 2020

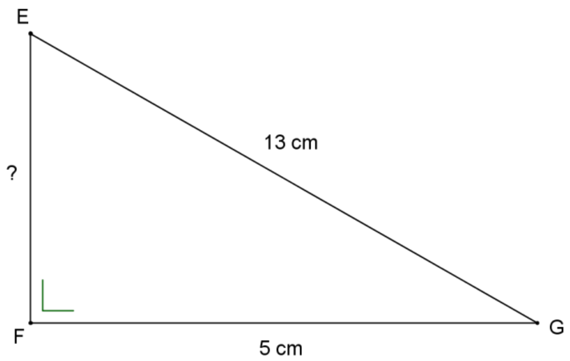
CORRECTIF

UAA2 – Le théorème de Pythagore

Je suis guidé(e)

3) EFG est un triangle rectangle en F tel que $|EG| = 13\,cm$ et $|FG| = 5\,cm$.

Calcule la mesure du troisième côté.



Le triangle EFG est rectangle en F,

l'hypoténuse est [EG]

D'après le théorème de Pythagore :

$$|EG|^2 = |EF|^2 + |FG|^2$$

Remplace les mesures par leur valeur : $13^2 = |EF|^2 + 5^2$

Transforme l'égalité afin d'isoler la mesure inconnue et calcule :

$|EF|^2 = 13^2 - 5^2$

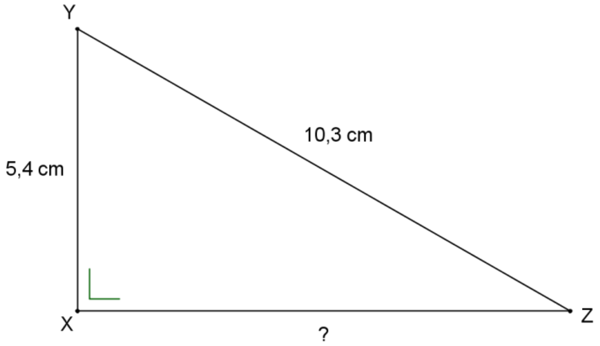
$|EF|^2 = 169 – 25 = 144$

Extrais la racine carrée : $|EF| = \sqrt{144} = 12$

La mesure du côté [EF] est de 12 cm

4) XYZ est un triangle rectangle en X tel que $|XY| = 5,4\,cm$ et $|YZ| = 10,3\,cm$.

Calcule la mesure du troisième côté.



Le triangle XYZ est rectangle en X.

D'après le théorème de Pythagore :

$|YZ|^2 = |XY|^2 + |XZ|^2$

Remplace les mesures par leur valeur : $10,3^2 = 5,4^2 + |XZ|^2$

Transforme l'égalité afin d'isoler la mesure inconnue et calcule

$|XZ|^2 = 10,3^2 - 5,4^2 = 76,93 \rightarrow |XZ| = \sqrt{76,93} = 8,77$

La mesure du côté [X~~Y~~] est 8,77 cm
Z

Je m'exerce seul(e)

5) AMI est un triangle rectangle en A tel que $|AM| = 12cm$ et $|AI| = 10cm$.

Calcule la mesure du troisième côté.

$|MI|^2 = |AM|^2 + |AI|^2 = 12^2 + 10^2 = 244$

$|MI| = \sqrt{244} = 15,62$ cm

6) CAF est un triangle rectangle en F tel que $|CA| = 8cm$ et $|AF| = 6,9cm$.

Calcule la mesure du troisième côté.

$|CF|^2 = |CA|^2 - |AF|^2 = 8^2 - 6,9^2 = 16,39$

$|CF| = \sqrt{16,39} = 4,05$ cm

7) LIT est un triangle rectangle en I tel que $|LI| = 1,6cm$ et $|LT| = 2cm$.

Calcule la mesure du troisième côté.

$|IT|^2 = |LT|^2 - |LI|^2 = 4 – 2,56 = 1,44$

$|IT| = \sqrt{1,44} = 1,2$ cm

8) Le facteur saura-t-il glisser cette enveloppe rectangulaire dans la boîte aux lettres ou devra-t-il sonner ? Justifie par calculs.

Les dimensions de l'ouverture de la boîte sont 22,5 cm sur 5 cm.

Calculons la longueur de la diagonale de la boîte aux lettres :

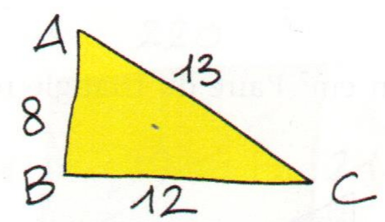
$d^2 = 22,5^2 + 5^2 = 531,25$

$d = \sqrt{531,25} \cong 23$ cm

Cette dimension correspond à la largeur de l'enveloppe. Elle pourra donc entre dans la boîte.

Je suis guidé(e

11) Le triangle *ABC* est-il rectangle ?



1) Le plus grand côté est [AC]

2) Calcule le carré de sa longueur : 169

3) Calcule la somme des carrés des deux autres côtés : $8^2 + 12^2 = 64 + 144 = 208$

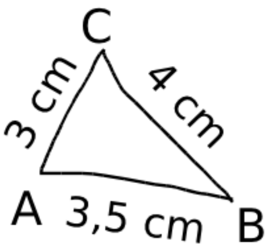
4) Compare les deux résultats obtenus : ils sont

- égaux
- différents

5) D'après

- la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle *ABC* est rectangle en ….
- la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle *ABC* n'est pas rectangle.

12) Le triangle ABC est-il rectangle ?



1) Le plus grand côté est [BC]

2) Calcule le carré de sa longueur :

$4^2 = 16$

3) Calcule la somme des carrés des deux autres côtés :

$3^2 + 3{,}5^2 = 9 + 12{,}25 = 21{,}25$

4) Compare : ils sont différents

5) Conclusion (sois complet) :

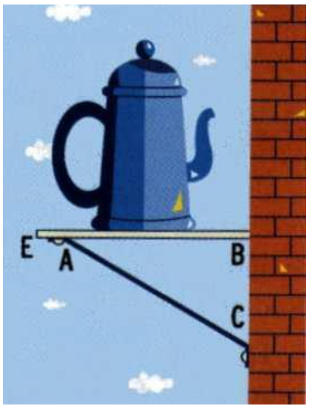
D'après

La contraposée du théorème de Pythagore,
Le triangle ABC n'est pas rectangle.

13) On a fixé au mur une étagère $[EB]$ en la soutenant par un support $[AC]$ comme l'indique le dessin ci-dessous.

$|AB| = 30{,}5cm$, $|BC| = 27{,}6cm$ et |AC| = 41,1 cm

On suppose que le mur est vertical. L'étagère est-elle horizontale ? OUI - NON



Justifie ta réponse par calcul.

$|AC|^2 = 41{,}1^2 = 1689{,}21$

$|AB|^2 + |BC|^2 = 30{,}5^2 + 27{,}6^2 = 1692{,}01$

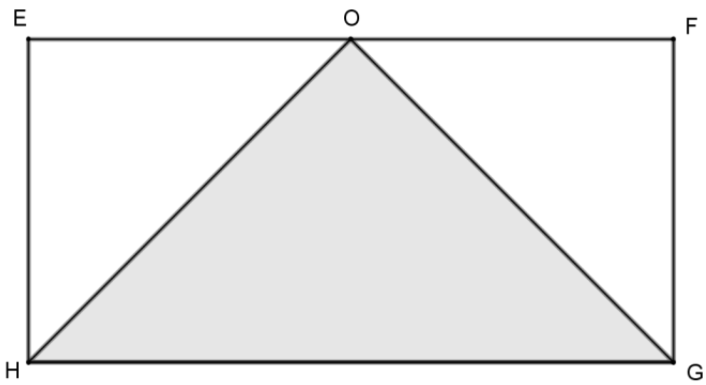
Les résultats sont différents.

D'après la contraposée du théorème de Pythagore,

le triangle ABC n'est pas rectangle.

L'étagère n'est donc pas horizontale.

14) EFGH est un rectangle où $|EF| = 8cm$, $|FG| = 4cm$ et O est le milieu de [EF]. Prouve que HOG est un triangle rectangle en O.



Justifie ta réponse par calcul.

1) Calculons $|OH|^2$:

$|OH|^2 = 4^2 + 4^2 = 32$

➔ $|OG|^2 + |OH|^2 = 32 + 32 = 64$

3) $|GH|^2 = 8^2 = 64$

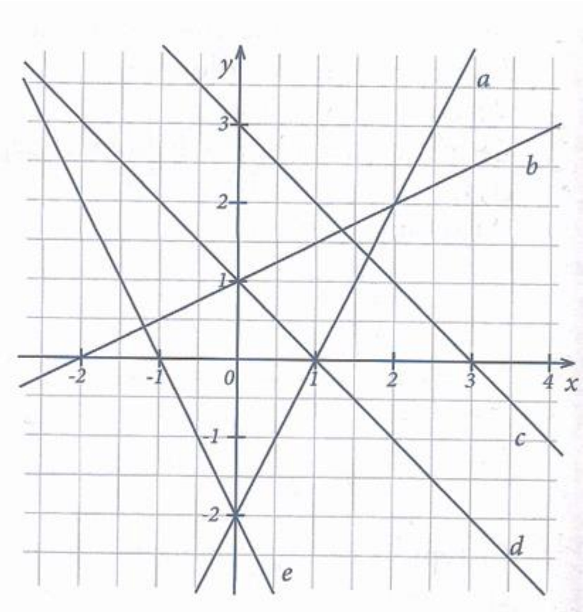
Les résultats sont identiques.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore,

le triangle HOG est rectangle.

UAA4 - Les fonctions du 1er degré

1) Voici des représentations graphiques de fonctions ainsi que leur expression analytique. **ASSOCIE** à chaque fonction son expression analytique.



$f(x) = -x + 1$ **d**

$g(x) = -2x - 2$ **e**

$h(x) = -x + 3$ **c**

$i(x) = \mathbf{0,5}x + 1$ **b**

$j(x) = 2x - 2$ **a**

2) Dans chacun des cas suivants, le point P appartient-il au graphique de la fonction f ? Indique tes calculs.

Coordonnées de P	(1 ; 3)	(1 ; -5)	(-3 ; -3)
Fonction	f(x) = 3 x	f(x) = - 4 x + 9	f(x) = 2x + 3
Calculs	**3 . 1 = 3** **P ∈ graphique**	**-4 . 1 + 9 = 5** **P ∉ graphique**	**2 . (-3) + 3 = -3** **P ∈ graphique**

3) Complète le tableau ci-dessous

Droite	Expression analytique de la fonction	Type DA (1^{ier} degré affine) DL (1^{er} degré linéaire) C (constante)	Pente	Croissance de la fonction (croissante, décroissante ou constante)	Zéro	Ordonnée à l'origine
d_1	f(x) = - 3x + 6	DA	-3	Décr	2	6
d_2	f(x) = -2	C	0	Const	/	-2
d_3	f(x) = -x	DL	-1	Décr	0	0
d_4	f(x) = -3 + 5x	DA	5	Croiss	3/5	-3
d_5	f(x) = 2x	DL	2	Croiss	0	0
d_6	f(x) = 7	C	0	Const	/	7
d_7	f(x) = -1 – x	DA	-1	Décr	-1	-1
d_8	f(x) = -3x	DL	-3	Décr	0	0
d_9	f(x) = -4x + 3	DA	-4	Décr	3/4	3
d_{10}	f(x) = 5 + 2x	DA	2	Croiss	-5/2	5

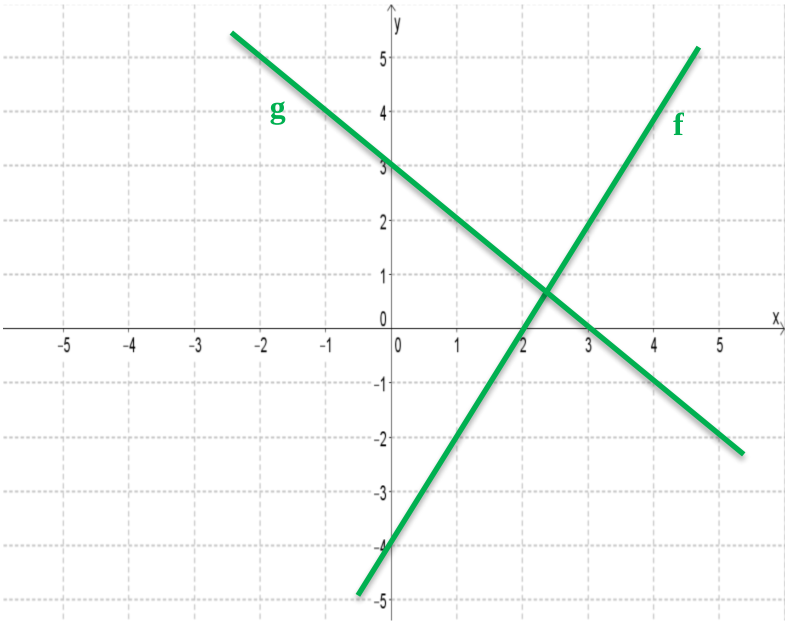
4) Construis le graphique des fonctions suivantes (utilise au minimum 3 points dont 1 négatif)

f(x) = 2x-4

x	Y
-1	**-6**
0	**-4**
2	**0**

g(x) = -x + 3

x	Y
-1	**4**
0	**3**
2	**1**



5) Trois jeunes décident de passer une semaine de vacances à la Côte belge et de louer un VTT. Ils se renseignent pour connaître les différentes possibilités de location. Voici les trois tarifs proposés pour louer un VTT.

- Tarif 1 : un forfait de 120 € le premier jour de location permet d'emporter le VTT durant toute la semaine.
- Tarif 2 : 8 € par heure de location permet de louer un VTT quelconque.
- Tarif 3 : 36 € à la réservation, puis 4 € par heure de location permet de réserver un VTT aux mesures du cycliste en le laissant chez le loueur et en l'empruntant à sa convenance.

Nathan envisage de rouler 24 heures durant la semaine de vacances, alors qu'Olivia prévoit de rouler seulement 8 heures. Quant à Adeline, elle projette de rouler 2 heures par jour du lundi au samedi inclus.

a) Dans un même repère cartésien, représente le prix à payer pour chaque tarif en fonction du nombre d'heures d'utilisation.

b) Utilise ces graphiques pour déterminer

(1) le tarif le plus avantageux pour chaque jeune

(2) le tarif le plus avantageux suivant le nombre d'heures de location

c) Pour chaque tarif, exprime le prix (y) en fonction du nombre d'heures de location (x).

Tarif 1

$y = 120$

x	y
0	120
10	120
20	120

Tarif 2

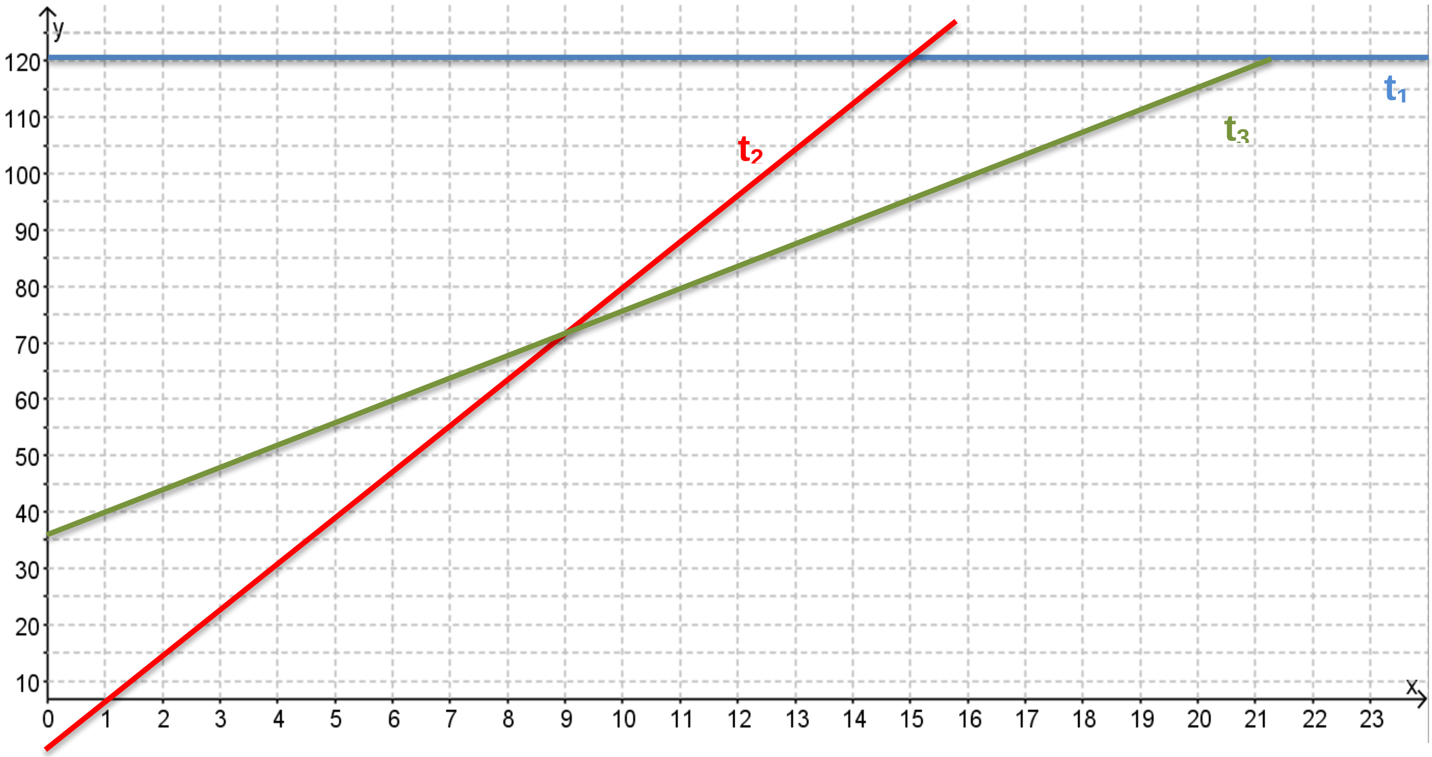
$y = 8x$

x	y
0	0
10	80
15	120

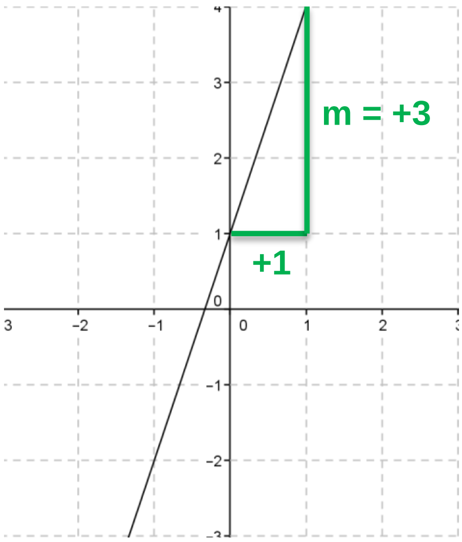
Tarif 3

$y = 36 + 4x$

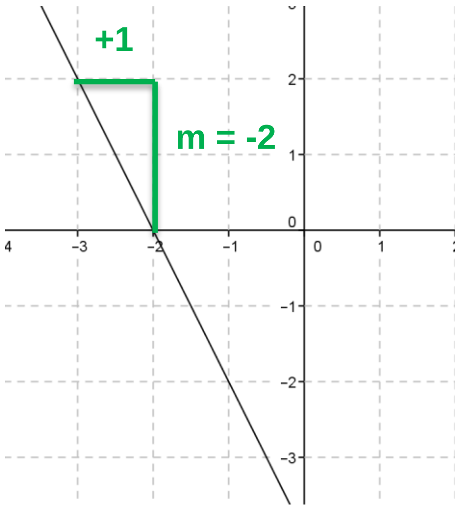
x	y
0	36
6	60
11	80



6) Détermine graphiquement la pente de chaque droite



m= **3**



m= **-2**

7) Dans chacun des cas ci-dessous, calcule la pente de la droite AB.

a) A (1 ; 8) et B (3 ; 5)

b) A (-1 ; 2) et B (3 ; 5)

a) $m = \frac{8-5}{1-3} = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$

b) $m = \frac{2-5}{-1-3} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$

UAA5 - Outils algébriques

Les puissances à exposants négatifs

1) Complète par < ou par >.

a. $(-5)^{17}$ **<** 0	d. -3^{34} **<** 0	g. -5^{-4} **<** 0
b. 5^{-13} **>** 0	e. $(-2)^{0}$ **>** 0	h. $\left(\frac{-3}{5}\right)^{4}$ **>** 0
c. -2^{0} **<** 0	f. -4^{-26} **<** 0	

2) Sans calculer, complète par = ou ≠ .

$(-13)^2 = 13^2$	$(-17)^{-2} \neq -17^{-2}$	$35^6 \neq -35^6$	$(-25)^7 = -25^7$
$-92^{-8} \neq (-92)^{-8}$	$32^4 \neq -32^4$	$-(-16)^4 = -16^4$	$-(-13)^{-3} = 13^{-3}$

Je suis guidé(e)

3) Calcule.

Il faut toujours rendre l'exposant positif avant de calculer des puissances numériques !

$(-4)^{-3} = \frac{1}{(-4)^3}$ $= \frac{1}{-64}$ $= -\frac{1}{64}$	Pour calculer $(-4)^{-3}$, je rends l'exposant positif : $\frac{1}{(-4)^3}$ puis je calcule.
$-5^{-2} = \frac{-1}{5^2}$ $= \frac{-1}{25}$	Pour calculer -5^{-2}, je rends l'exposant positif puis je calcule.
$(-6)^{-2} = \frac{1}{(-6)^2}$ $= \frac{1}{36}$	Pour calculer $(-6)^{-2}$, je rends l'exposant positif puis je calcule.

4) Écris les expressions en n'utilisant que des exposants naturels $(a, b, x \text{ et } y \neq 0)$.

$a^{-2} = \dfrac{1}{a^2}$	a^{-2} est une puissance à exposant négatif que tu dois rendre positif.
$x^3y^{-4} = x^3 . \dfrac{1}{y^4}$ $= \dfrac{x^3}{y^4}$	x^3 est déjà une puissance à exposant positif → tu ne changes rien. y^{-4} est une puissance à exposant négatif que je dois **rendre positif.**
$a^4.(-b)^{-2} = a^4 . \dfrac{1}{(-b)^2}$ $= \dfrac{a^4}{(-b)^2}$ $= \dfrac{a^4}{b^2}$	a^4 est déjà une puissance à exposant positif → **On ne change rien** $(-b)^{-2}$ est une puissance à exposant négatif que je dois **rendre positif.** Attention au signe de la puissance !

Je m'exerce seul(e)

5) Calcule.

Il faut toujours rendre l'exposant positif avant de calculer des puissances numériques !

$3^{-2} = \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{1}{9}$	$(-2)^{-2} = \dfrac{1}{(-2)^2} = \dfrac{1}{4}$	$(-3)^{-3} = \dfrac{1}{(-3)^3} = \dfrac{-1}{27}$	$-4^{-2} = \dfrac{-1}{4^2} = \dfrac{-1}{16}$
$-5^{-3} = \dfrac{-1}{5^3} = \dfrac{-1}{125}$	$9^{-2} = \dfrac{1}{9^2} = \dfrac{1}{81}$	$-(-3)^{-3} = \dfrac{-1}{(-3)^3} = \dfrac{1}{27}$	$-6^{-1} = \dfrac{-1}{6^1} = \dfrac{-1}{6}$

6) Écris les expressions en n'utilisant que des exposants naturels.

$x^5.y^{-2} = x^5.\dfrac{1}{y^2} = \dfrac{x^5}{y^2}$	$3a^{-3} = 3.\dfrac{1}{a^3} = \dfrac{3}{a^3}$	$4a^{-5}b^3 = 4b^3.\dfrac{1}{a^5} = \dfrac{4b^3}{a^5}$
$-3a^{-2}b^{-5} = -3.\dfrac{1}{a^2}.\dfrac{1}{b^5} = \dfrac{-3}{a^2.b^5}$	$-a^{-3}b^2 = -b^2.\dfrac{1}{a^3} = \dfrac{-b^2}{a^3}$	$(a^2b^{-1})^{-3} = \left(a^2.\dfrac{1}{b^1}\right)^{-3} = \left(\dfrac{a^2}{b^1}\right)^{-3}$ $= \left(\dfrac{b^1}{a^2}\right)^3 = \dfrac{b^3}{a^6}$

7) Réduis les expressions. La réponse ne comportera que des exposants naturels

$(a, b, n, x \text{ et } y \neq 0)$.

$a^{-5}.a^2 = a^{-5+2} = a^{-3}$ $= \frac{1}{a^3}$	$-(x^{-2})^6 = -x^{-2.6} = -x^{-12}$ $= \frac{-1}{x^{12}}$	$-15.a^{-2+3}$ $= -15a^1$ $= -15a$
$(x^{-7})^2 = x^{-7.2} = x^{-14}$ $= \frac{1}{x^{14}}$	$\frac{y^{-4}}{y^9} = y^{-4-9} = y^{-13}$ $= \frac{1}{y^{13}}$	$(a^{-3}.b^5)^3 = a^{-3.3}.b^{5.3}$ $= a^{-9}.b^{15}$ $= \frac{b^{15}}{a^9}$
$\left(\frac{2a^3}{5b^2}\right)^{-3} = \frac{2^{-3}a^{-9}}{5^{-3}b^{-6}} = \frac{5^3b^6}{2^3a^9}$ $= \frac{125b^6}{8a^9}$	$(x^{-3}.b^4)^{-3} = x^9.b^{-12}$ $= \frac{x^9}{b^{12}}$	$(a^{-5})^{-2} = a^{-5.(-2)} = a^{10}$
$a^3.a^{-7}.a^{-5} = a^{-9} = \frac{1}{a^9}$	$\frac{b^{-5}}{b^2} = b^{-5-2} = b^{-7}$ $= \frac{1}{b^7}$	$(a^2.b^{-3})^{-4} = a^{2.(-4)}.b^{(-3).(-4)}$ $= a^{-8}.b^{12}$ $= \frac{b^{12}}{a^8}$
$(-3a^3)^{-2} = 3^{-2}a^{-6} = \frac{1}{9a^6}$	$(2a)^{-2} = 2^{-2}.a^{-2}$ $= \frac{1}{4a^2}$	$5x^{-6}.2x^{-2} = 10.x^{(-6)+(-2)}$ $= 10x^{-8}$ $= \frac{10}{x^8}$
$-(n^4)^2 = -n^{4.2} = -n^8$	$-7a.(-8a^{-7}) = 56.a^{1+(-7)}$ $= 56a^{-6}$ $= \frac{56}{a^6}$	$(2x^{-3}b^5)^{-2} = 2^{-2}x^{-3.(-2)}b^{5.(-2)}$ $= 2^{-2}x^6b^{-10}$ $= \frac{x^6}{4b^{10}}$

Je suis guidé(e)

8) Calcule.

$4^2 . 2^{-3} = \frac{4^2}{2^3} = \frac{16}{8} = 2$

$\frac{5^2}{2^{-3}} = 5^2 . 2^3 = 25 . 8 = 200$

$\frac{7^{-2}}{3^{-3}} = \frac{3^3}{7^2} = \frac{27}{49}$

$2^{-3} . 4^{-1} = \frac{1}{2^3 . 4^1} = \frac{1}{8.4} = \frac{1}{32}$

9) Réduis les expressions. La réponse ne comportera plus que des exposants naturels (a et $b \neq 0$)

$\frac{2a^{-2}}{b^5} = \frac{2}{a^2 . b^5} = \frac{2}{a^2 b^5}$

$\frac{a^{-2}}{b^{-3}} = \frac{b^3}{a^2 .}$

Je m'exerce seul(e)

10) Calcule.

$2^{-5} . 4^2 = \frac{4^2}{2^5} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

$\frac{3^{-2}}{4} = \frac{1}{4 . 3^2} = \frac{1}{4.9} = \frac{1}{36}$

$\frac{2}{(-5)^{-2}} = 2.(-5)^2 = 2 . 25 = 50$

$-4^{-3} . 2 = \frac{-2}{4^3} = \frac{-2}{64} = \frac{-1}{32}$

$\frac{2^{-3}}{5^{-2}} = \frac{5^2}{2^3} = \frac{25}{9}$

$10^3 . 5^{-3} = \frac{10^3}{5^3} = \frac{1000}{125} = 8$

11) Réduis les expressions. La réponse ne comportera plus que des exposants naturels $(a, b, x, y \text{ et } z \neq 0)$

$\left(\frac{4a^3}{b^{-2}}\right)^3 = \frac{4^3a^9}{b^{-6}} = 64a^9b^6$	$\left(-3ab^{-4}\right)^{-1} = -3^{-1}a^{-1}b^4 = \frac{-b^4}{3a}$	$2a^{-3}\left(-3a^2\right)^2 = 2a^{-3}9a^4 = 18a$
$\left(\frac{-2x^{-3}}{5y^4}\right)^{-1} = \frac{-2^{-1}x^3}{5^{-1}y^{-4}} = \frac{-5x^3y^4}{2}$	$\left(2x^{-3}b^5\right)^{-2} = 2^{-2}x^6b^{-10} = \frac{x^6}{4b^{10}}$	$\frac{a^2\,b^{-3}}{a^{-4}\,b^{-2}} = a^{2-(-4)}.b^{-3-(-2)} = a^6b^{-1} = \frac{a^6}{b}$
$\frac{x^{-1}\,y}{y^{-3}\,z^2} = \frac{y.y^3}{z^2.x^1} = \frac{y^4}{xz^2}$	$-\left(x^2\,y\right)^{-3}.xy^2 = -x^{-6}y^{-3}xy^2 = -x^{-5}y^{-1} = \frac{-1}{x^5y}$	$\left(\frac{-2a^3}{3b^{-2}}\right)^2 = \frac{-2^2a^6}{3^2b^{-4}} = \frac{-4a^6b^4}{9}$

Je m'exerce seul(e)

12) Dans la liste ci-dessous, entoure les nombres écrits en notation scientifique.

$54,5.10^7$	$2,3.10^{-3}$	$0,5.10^{-6}$	-4.10^9
$7,01.10$	$1,75.10^{-5}$	$1,3.11^7$	$-0,25.10^{-4}$

13) Écris les nombres suivants en notation scientifique.

$0,0025 = 2,5\ .\ 10^{-3}$	$-710 = -7,1\ .10^2$	$0,0009 = 9\ .10^{-4}$
$0,0000075 = 7,5\ .10^{-6}$	$480\,000 = 4,8\ .10^5$	$70 = 7\ .10^1$
$-987\,000\,000 = -9,87\ .10^8$	$0,00705 = 7,05\ .10^{-3}$	

14) Donne l'écriture décimale des nombres.

$5{,}1.10^{-3} = 0{,}0051$	$1{,}0039.10^{2} = 100{,}39$
$-7{,}86.10^{4} = -78600$	$-7.10^{-5} = -0{,}00007$

15) Calcule en utilisant la notation scientifique.

$250000.0{,}000005 = 2{,}5\ .10^{5}\ .\ 5\ .10^{-6}$
$= 12{,}5\ .\ 10^{-1} = 1{,}25$

$162000.0{,}002 = 1{,}62\ .10^{5}\ .\ 2\ .10^{-3}$
$= 3{,}24\ .\ 10^{2} = 324$

$\frac{0{,}00036}{0{,}0000018} = \frac{3{,}6\ .10^{-4}}{1{,}8\ .10^{-6}} = 2\ .\ 10^{2} = 200$

$\frac{30000}{0{,}0005} = \frac{3.10^{4}}{5.10^{-4}} = 0{,}6.\ 10^{0} = 0{,}6$

UAA5 - Outils algébriques

Les Racines carrées

Je suis guidé(e)

Simplifie au maximum les radicaux suivants.

1) $\sqrt{48}$

○ Je décompose 48 en un produit de deux facteurs dont l'un d'eux est un carré parfait, le plus grand possible.	$48 = 3\ .16$
○ J'applique la propriété relative à la racine carrée d'un produit.	$\sqrt{48} = \sqrt{3}.\sqrt{16}$
○ J'extrais la racine carrée du carré parfait.	$\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

2) $2\sqrt{450}$

- Je décompose 450 en un produit de facteurs en faisant apparaître un maximum de carrés.
  Pour m'aider j'utilise la décomposition en produit de facteurs premiers (disposition pratique).

450	2
225	$\boxed{3}$
75	$\boxed{3}$
25	$\boxed{5}$
5	$\boxed{5}$
1	

$450 = 2 \,.\, 3^2 \,.\, 5^2$

- J'applique la propriété relative à la racine carrée d'un produit.

$2\sqrt{450} = 2 \,.\, \sqrt{2} \,.\, \sqrt{3^2} \,.\, \sqrt{5^2}$

- J'extrais la racine carrée du carré parfait.

$2\sqrt{450} = 2 \,.\, \sqrt{2} \,.\, 3 \,.\, 5 = 30\sqrt{2}$

3) $\sqrt{\frac{180}{343}} =$

- Je décompose 180 et 343 en un produit de facteurs en faisant apparaître un maximum de carrés.

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

343	7
49	7
7	7
1	

$180 = 2^2.3^2.5$ $\quad 343 = 7^3$

- J'applique la propriété relative à la racine carrée d'un quotient.

$$\sqrt{\frac{180}{343}} = \sqrt{\frac{2^2.3^2.5}{7^3}} = \frac{\sqrt{2^2.3^2.5}}{\sqrt{7^3}}$$

- J'extrais les racines carrées des carrés parfaits.

$$\sqrt{\frac{180}{343}} = \frac{2.3.\sqrt{5}}{7.\sqrt{7}} = \frac{6\sqrt{5}}{7\sqrt{7}}$$

4) Simplifie au maximum

$\sqrt{160}$

$$\begin{array}{r|l} 160 & \boxed{2} \\ 80 & \boxed{2} \\ 40 & \boxed{2} \\ 20 & \boxed{2} \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\sqrt{160} = 2\,.2.\sqrt{2}.\,\sqrt{5} = 4\sqrt{10}$$

$\sqrt{1000}$

$$\begin{array}{r|l} 1000 & \boxed{2} \\ 500 & \boxed{2} \\ 250 & 2 \\ 125 & \boxed{5} \\ 25 & \boxed{5} \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\sqrt{1000} = 2\,.5.\sqrt{2}.\,\sqrt{5} = 10\sqrt{10}$$

$\sqrt{256}$

$$\begin{array}{r|l} 256 & \boxed{2} \\ 128 & \boxed{2} \\ 64 & \boxed{2} \\ 32 & \boxed{2} \\ 16 & \boxed{2} \\ 8 & \boxed{2} \\ 4 & \boxed{2} \\ 2 & \boxed{2} \\ 1 & \end{array}$$

$$\sqrt{256} = 2.2.2.2 = 16$$

$$\sqrt{\frac{125}{48}} = \frac{5\sqrt{5}}{4\sqrt{3}}$$

$$\begin{array}{r|l} 125 & \boxed{5} \\ 25 & \boxed{5} \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 48 & \boxed{2} \\ 24 & \boxed{2} \\ 12 & \boxed{2} \\ 6 & \boxed{2} \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{98}{63}} = \sqrt{\frac{14}{9}} = \frac{\sqrt{14}}{3}$$

$$\begin{array}{r|l} 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 9 & \boxed{3} \\ 3 & \boxed{3} \\ 1 & \end{array}$$

$$2\sqrt{162} = 2.\sqrt{2}.3.3 = 18\sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r|l} 162 & 2 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{160}{12}} = \sqrt{\frac{40}{3}} = \frac{2\sqrt{10}}{3}$$

$$\begin{array}{r|l} 40 & \boxed{2} \\ 20 & \boxed{2} \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$3\sqrt{\frac{300}{4}} = 3\sqrt{75} = 15\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r|l} 75 & 3 \\ 25 & \boxed{5} \\ 5 & \boxed{5} \\ 1 & \end{array}$$

$$\frac{\sqrt{45}}{15} = \frac{3\sqrt{5}}{15} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\begin{array}{r|l} 45 & \boxed{3} \\ 15 & \boxed{3} \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

5) Effectue.

$2\sqrt{7}-5\sqrt{2}+\sqrt{7}-3\sqrt{2}=$

- Il n'y a pas de simplification possible des racines carrées.
- J'additionne ou soustrais les racines carrées semblables

$2\sqrt{7}-5\sqrt{2}+\sqrt{7}-3\sqrt{2}=3\sqrt{7}-8\sqrt{2}$

$\sqrt{50}-\sqrt{32}=$

- Il n'y a pas des racines carrées semblables. Je commence donc par les simplifier (si possible).

  $\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ $\sqrt{32}=4\sqrt{2}$
- Le calcul devient $\sqrt{50}-\sqrt{32}=5\sqrt{2}-4\sqrt{2}$
- J'effectue : $\sqrt{50}-\sqrt{32}=\sqrt{2}$

6) Effectue.

$3\sqrt{7}-2\sqrt{3}+4\sqrt{7}=7\sqrt{7}-2\sqrt{3}$	$\sqrt{54}-2\sqrt{24}-\sqrt{150}=3\sqrt{6}-2.2\sqrt{6}-5\sqrt{6}$ $=3\sqrt{6}-4\sqrt{6}-5\sqrt{6}$ $=-6\sqrt{6}$
$-\sqrt{45}-\sqrt{125}+\sqrt{80}=-3\sqrt{5}-5\sqrt{5}+4\sqrt{5}$ $=-4\sqrt{5}$	$\sqrt{48}-3\sqrt{27}+2\sqrt{25}=4\sqrt{3}-3.3\sqrt{3}+2.5$ $=4\sqrt{3}-9\sqrt{3}+10$ $=-5\sqrt{3}+10$

7) Effectue

1) $\sqrt{32}\,.\,\sqrt{18}$

- Je simplifie les racines carrées $\sqrt{32}\,.\,\sqrt{18} = 4\sqrt{2}.\,3\sqrt{2} = 4.3.\sqrt{4} = 4.3.2 = 24$

- J'effectue les différents produits sans oublier de simplifier, lorsque c'est possible, la racine carrée obtenue.

2) $\sqrt{72}\,.\,\sqrt{63} = \ 6\sqrt{2}.\,3\sqrt{7} = 18\sqrt{14}$

- Je simplifie les racines carrées

- J'effectue sans oublier de simplifier, lorsque c'est possible, la racine carrée obtenue.

3) $\dfrac{\sqrt{405}}{\sqrt{24}} = \dfrac{9\sqrt{5}}{2\sqrt{6}}$

- Je simplifie les racines carrées

- J'effectue sans oublier de simplifier, lorsque c'est possible, la racine carrée obtenue.

405	3
135	3
45	3
15	3
5	5
1	

8) Effectue

1) $2\sqrt{15}\,.\,5\sqrt{10} = 10\sqrt{150}$
$= 10.5\sqrt{6}$
$= 50\sqrt{6}$

2) $2\sqrt{72}\,.\,2.\overbrace{\sqrt{2}.\sqrt{2}}^{2} = 4\,.\,2\,.\,6\sqrt{2}$
$= 6\sqrt{2}$

3) $\left(\sqrt{50}-\sqrt{32}\right).\sqrt{5} = (5\sqrt{2}-4\sqrt{2}).\sqrt{5}$
$= \sqrt{2}.\sqrt{5}$
$= \sqrt{10}$

4) $\dfrac{\sqrt{270}}{\sqrt{375}} = \dfrac{3\sqrt{30}}{5\sqrt{15}} = \dfrac{3}{5}\sqrt{\dfrac{30}{15}} = \dfrac{3}{5}\sqrt{2}$

UAA5 - Outils algébriques

Les Polynômes

Je suis guidé(e)

1) Réduis, ordonne, complète et indique le degré du polynôme

$P(x) = -3x - 8x^2 - 3x + 2x^3 + 5 + 7x^2$

1. Je réduis.

   Entoure les termes semblables en faisant attention aux signes et utilise des couleurs.

   Réécris le polynôme réduit $P(x) =$ $-6x - x^2 + 2x^3 + 5$

2. Je l'ordonne.

   « Range » ton polynôme suivant les puissances décroissantes de la variable.

   $P(x) =$ $2x^3 - x^2 - 6x + 5$

3. Je donne le degré.

   Entoure l'exposant le plus élevé.

   Le degré de $P(x)$ est **3**

4. Je vérifie si le polynôme est complet.

   Recopie ton polynôme ordonné et réduit.

   $P(x) = 2x^3 - x^2 - 6x + 5$

   Observe s'il manque un degré.

   Ce polynôme est (choisis) - complet

   ~~- incomplet, il manque le terme de ……….~~

2) Réduis, ordonne, complète et indique le degré des polynômes ci-dessous.

1) $A(x) = 4x - 6x^4 + 3$

- Je réduis : déjà réduit
- J'ordonne : $-6x^4 + 4x + 3$
- Je détermine le degré : 4
- Je complète : Incomplet ➔ il manque les termes en x^3 et en x^2

2) $B(x) = x + 7x^4 - x + 4x^3 - 2x - 5x^3 - 1$

- $-2x + 7x^4 - x^3 - 1$
- $7x^4 - x^3 - 2x - 1$
- Degré 4
- Incomplet : il manque les termes en x^2 et en x

3) $C(x) = -3 - 7x - 3x^2 + 2x^3 - x^4 - 5x^5$

- Déjà réduit
- $-5x^5 - x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 7x - 3$
- Degré 5
- Complet

3) Soient les polynômes

$$M(a) = 3a^3 - 2a - 3$$
$$P(a) = -3a^3 + 2a^2 - 1$$

Calcule $M(a) - P(a)$

Choisis la méthode qui te convient.

a) Écris le calcul avec les ( ).

$M(a) - P(a) = (3a^3-2a-3) - (-3a^3+2a^2-1)$

b) Écris le calcul sans ( ).

$= 3a^3-2a-3+3a^3-2a^2+1$

c) Réduis et ordonne ton résultat.

$= 6a^3-2a^2-2a-2$

a) Ordonne et réduis les polynômes.

$M(a) = 3a^3 + 0a^2 - 2a - 3$

$P(a) = -3a^3 + 2a^2 + 0a - 1$

b) Effectue en utilisant la disposition pratique.

$$\begin{array}{ccccc}
 & 3a^3 & +0a^2 & -2a & -3 \\
(\cancel{-}) & \underset{+}{\cancel{-}}3a^3 & \underset{-}{\cancel{+}}2a^2 & +0a & \underset{+}{\cancel{-}}1 \\
\hline
 & 6a^3 & -2a^2 & -2a & -2
\end{array}$$

4) Utilise la méthode de ton choix pour réaliser les deux opérations ci-dessous.

$$A(x) = x^4 - 2x^3 + 8x^2 - 4$$
$$B(x) = 6x^3 - 5x + 2$$

Calcule $A(x)+B(x)$

$= (x^4 - 2x^3+8x^2-4) + (6x^3-5x+2)$

$= x^4 - 2x^3+8x^2-4 + 6x^3-5x+2$

$= x^4 + 4x^3 + 8x^2 - 5x - 2$

Calcule $B(x)-A(x)$

	x^4	$-2x^3$	$+8x^2$	$+0x$	-4
(+)		$6x^3$	$+0x^2$	$-5x$	$+2$
	x^4	$+4x^3$	$+8x^2$	$-5x$	-2

5) Effectue $Q(x)+T(x)-R(x)$ en utilisant la méthode de ton choix.

$Q(x) = -2x^3 + 3x^2 - 3$ $R(x) = -x^4 + 2x^3 - x^2 + 8x - 1$ $T(x) = -3x^4 + 5x + 8$	$Q(x) + T(x) - R(x) =$ $(-2x^3+3x^2-3) + (-3x^4+5x+8) - (-x^4+2x^3-x^2+8x-1) =$ $-2x^3+3x^2-3 -3x^4+5x+8+x^4-2x^3+x^2-8x+1 =$ $-2x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 3x + 6$

Disposition pratique

		$-2x^3$	$+3x^2$	$+0x$	-3
(+)	$-3x^4$	$+0x^3$	$+0x^2$	$+5x$	$+8$
($\cancel{-}$)	$\cancel{-}x^4$ $+$	$\cancel{+}2x^3$ $-$	$\cancel{-}x^2$ $+$	$\cancel{+}8x$ $-$	$\cancel{-}1$ $+$
	$-2x^4$	$-4x^3$	$+4x^2$	$-3x$	$+6$

6) Utilise la méthode de ton choix pour réaliser les deux calculs ci-dessous.

Soient les polynômes

$Q(x) = x + 4$

$R(x) = 3x^2 + 2x - 1$

Calcule $Q(x).R(x)$

Algébrique

Écris le calcul avec les ( ).

Q(x) . R(x) =

$(x + 4) . (3x^2 + 2x - 1)$

Distribue.

$3x^3 + 2x^2 - x + 12x^2 + 8x - 4 =$

Réduis.

$3x^3 + 14x^2 + 7x - 4$

Pratique

Réduis et ordonne les polynômes si nécessaire.

Effectue en utilisant la disposition pratique.

$$
\begin{array}{rrrrr}
 & & 3x^2 & + 2x & - 1 \\
 & & & x & + 4 \\
\hline
 & 3x^3 & + 2x^2 & - x & \\
+ & & 12x^2 & + 8x & - 4 \\
\hline
 & 3x^3 & + 14x^2 & + 7x & - 4
\end{array}
$$

7) Utilise la méthode de ton choix pour réaliser les opérations ci-dessous.

1) Soient les polynômes $D(x) = 3x^2 - 1$ et $E(x) = -3x^2 + 5x^3 + 2$

Effectue $D(x).E(x)$

$(3x^2 - 1) . (5x^3 - 3x^2 + 2) =$

$15x^5 - 9x^4 + 6x^2 - 5x^3 + 3x^2 - 2 =$

$15x^5 - 9x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 2$

$$\begin{array}{lr} & 5x^3 - 3x^2 + 2 \\ & 3x^2 - 1 \\ \hline & 15x^5 - 9x^4 \qquad\quad + 6x^2 \\ + & - 5x^3 + 3x^2 - 2 \\ \hline & 15x^5 - 9x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 2 \end{array}$$

2) Soient les polynômes $G(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 1$ et $H(x) = 5x^3 - 2$

Effectue $G(x).H(x)$

$(x^3 - 3x^2 - 4x + 1) . (5x^3 - 2) =$

$5x^6 - 2x^3 - 15x^5 + 6x^2 - 20x^4 + 8x + 5x^3 - 2 =$

$5x^6 - 15x^5 - 20x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 8x - 2$

$$\begin{array}{lr} & x^3 - 3x^2 - 4x + 1 \\ & 5x^3 - 2 \\ \hline & 5x^6 - 15x^5 - 20x^4 + 5x^3 \qquad\qquad\qquad \\ + & - 2x^3 + 6x^2 + 8x - 2 \\ \hline & 5x^6 - 15x^5 - 20x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 8x - 2 \end{array}$$

8) Effectue les divisions suivantes :

$$\left(6\boldsymbol{x}^3-5\boldsymbol{x}^2+10\boldsymbol{x}+7\right):\left(2\boldsymbol{x}+1\right)$$

$$\left(2\boldsymbol{x}^4+5\boldsymbol{x}^3-2\boldsymbol{x}+20+4\boldsymbol{x}^2\right):\left(-\boldsymbol{x}^2-2\boldsymbol{x}+5\right)$$

$$\left(6\boldsymbol{x}^3-5\boldsymbol{x}^2+10\boldsymbol{x}+7\right):\left(2\boldsymbol{x}+1\right)$$

$$\begin{array}{rrrr|l}
6x^3 & -5x^2 & +10x & +7 & 2x+1 \\ \cline{5-5}
-6x^3 & -3x^2 & & & 3x^2-4x+7 \\ \cline{1-2}
 & -8x^2 & +10x & +7 & \\
 & 8x^2 & +4x & & \\ \cline{2-3}
 & & 14x & +7 & \\
 & & -14x & -7 & \\ \cline{3-4}
 & & & 0 &
\end{array}$$

$6x^3 - 5x^2 + 10x + 7 = (2x + 1) . (3x^2 - 4x + 7)$

$$\left(2\boldsymbol{x}^4+5\boldsymbol{x}^3-2\boldsymbol{x}+20+4\boldsymbol{x}^2\right):\left(-\boldsymbol{x}^2-2\boldsymbol{x}+5\right)$$

$$\begin{array}{rrrrr|l}
2x^4 & +5x^3 & +4x^2 & -2x & +20 & -x^2-2x+5 \\ \cline{6-6}
-2x^4 & -4x^3 & +10x^2 & & & -2x^2-x-12 \\ \cline{1-3}
 & x^3 & +14x^2 & -2x & +20 & \\
 & -x^3 & -2x^2 & +5x & & \\ \cline{2-4}
 & & 12x^2 & +3x & +20 & \\
 & & -12x^2 & -24x & +60 & \\ \cline{3-5}
 & & & -21x & +80 &
\end{array}$$

$2x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 2x + 20 = (-x^2 - 2x + 5) . (-2x^2 - x - 12) + (-21x + 80)$

Je suis guidé(e)

9) Effectue la division de $(x^3 + 14x + 23)$ par $(x + 4)$

- Dividende : $D(x) =$ $x^3 + 14x + 23$
- Diviseur : $d(x) =$ $x + 4$ $= (x - (-4))$

Calcul du quotient

	x^3	x^2	x	x^0
	1	0	14	23
-4		-4	16	-120
	1	-4	30	-97

- Quotient : $q(x) =$ $x^2 - 4x + 30$
- Reste : $r =$ -97

Écriture du polynôme sous la forme $D(x) = d(x).q(x) + r$

$x^3 + 14x + 23 = (x + 4) . (x^2 - 4x + 30) - 97$

Je m'exerce seul(e)

10) Pour chacune des divisions ci-dessous, indique si tu peux l'effectuer par la méthode d'Horner et justifie.

$(x^3 + 5x - 9) : (x + 3)$ oui $\quad (x^3 + 5x - 9) : (2x - 5)$ non $\quad (x^3 + 5x - 9) : (-2 + x)$ oui

$(x^3 + 5x - 9) : (x^2 + 1)$ non $\quad (x^3 + 5x - 9) : \left(x - \frac{1}{2}\right)$ oui

11) Détermine le quotient et le reste des divisions suivantes.

$(x^2 - 7x + 12) : (x - 4)$

	x^2	x	x^0
	1	-7	12
4		4	-12
	1	-3	0

$x^2 - 7x + 12 = (x - 4) . (x - 3)$

$(x^2 + 4x + 5) : (x + 2)$

	x^2	x	x^0
	1	4	5
-2		-2	-4
	1	2	1

$x^2 + 4x + 5 = (x + 2) . (x + 2) + 1$

$(x^4 - 3x^3 + 2x - 1) : (x + 1)$

	x^4	x^3	x^2	x	x^0
	1	-3	0	2	-1
-1		-1	4	-4	2
	1	-4	4	-2	1

$x^4 - 3x^3 + 2x - 1 = (x + 1) . (x^3 - 4x^2 + 4x - 2) + 1$