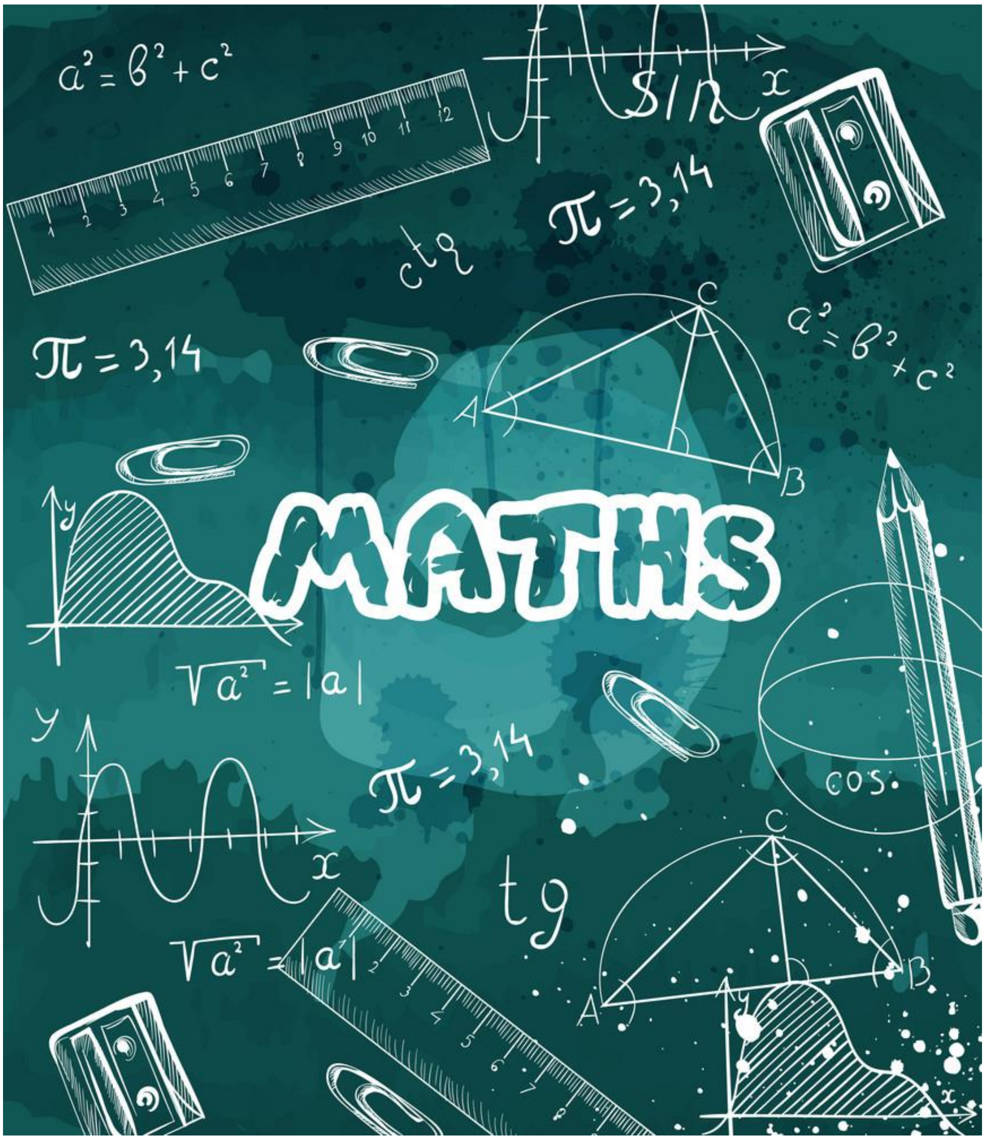
ATHÉNÉE ROYAL
Agri-St-Georges



Dossier de révisions

6TQ – Math 2

Mme Delleur

Situation concrète

Des chercheurs ont soumis, en laboratoire, une batterie de tests à un certain type de bactérie. Ceux-ci ont montré qu'une telle population de bactéries était triplée toutes les quatre heures.

Le lundi 20 avril 2020 à 08h00, un chercheur reçoit un échantillon composé de $1\,000$ bactéries.

Dans la suite, on note

- t : le temps écoulé (en heures) depuis le début de l'observation
- $P(t)$: le nombre de bactéries dans la population après t heures

(a) Complète le tableau suivant :

Horaire	08h00	12h00	16h00	20h00	00h00	04h00	08h00
Temps écoulé	0	4					
Nombre de bactéries	1000	3000					

×3 … … … … …

(b) A quel type de croissance cette expérience correspond-elle ? Entoure la bonne réponse.

Linéaire – Quadratique – Cubique – Exponentielle – Logarithmique

(c) Essaye de trouver une fonction permettant de déterminer le nombre de bactéries présentes dans la population quand t heures se sont écoulées depuis le début de l'observation.

- Combien d'individus forment la population initiale ? $P_0 =$____
- Par quel nombre la population est-elle multipliée ? $a =$____
- A quelle fréquence ? Toutes les ____ heures, donc $k =$____
- Formule : ______________________________

$P(t) = P_0 \cdot a^{\frac{t}{k}}$

(d) A l'aide de la formule précédente, calcule

- le nombre de bactéries présentes à 07h00 le premier jour :

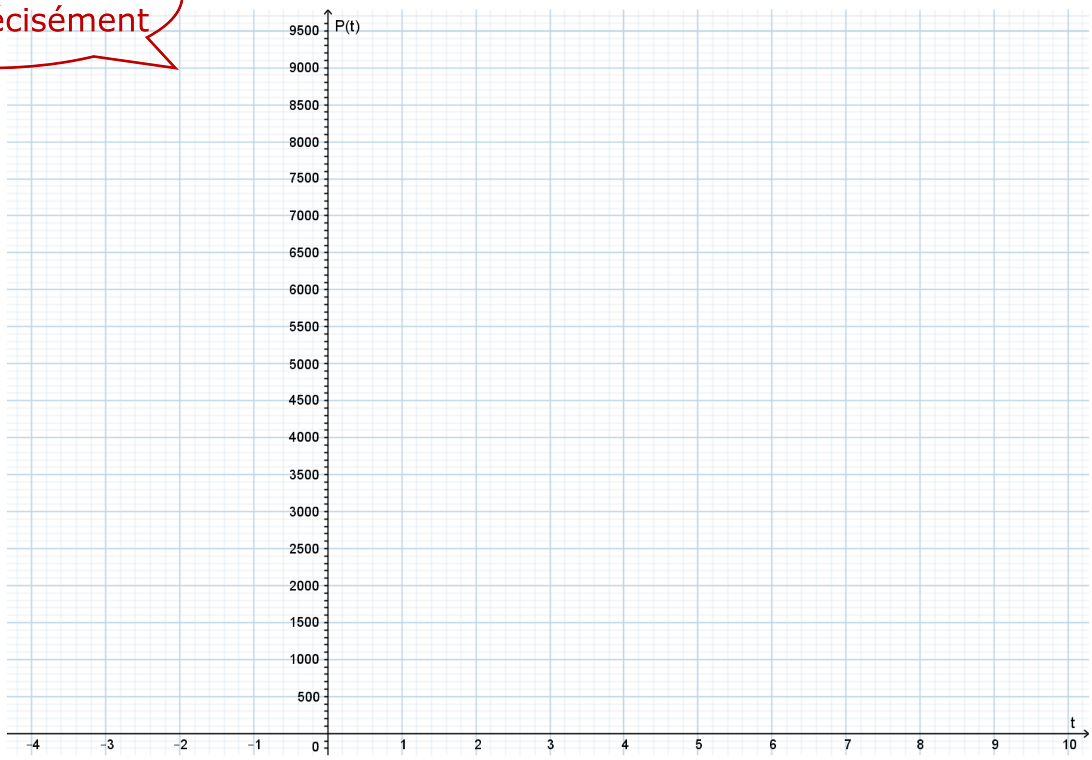
  $t =$____ $\Rightarrow$ $P(t) =$______________________________

- le nombre de bactéries présentes à 14h30 :

  $t =$____ $\Rightarrow$ $P(t) =$______________________________

(e) Représente la fonction obtenue en (c) dans le repère suivant :

Au moins 5 points placés précisément



(f) A l'aide du graphique, estime (le plus précisément possible)

- le nombre de bactéries présentes à 15h00 : ________
- l'heure à laquelle la population est formée de 5500 bactéries : ________

(g) Réalise l'étude de cette fonction en complétant les informations suivantes :

- domaine : ________
- ensemble-image : ________
- zéros : ________
- ordonnée à l'origine : ________
- parité : ________
- tableau de signe :

t	
$P(t)$	

- tableau de variation :

t	
$P(t)$	

(h) A partir de la formule obtenue en (c), détermine à quelle heure la population de bactérie dépassera $20\,000$ individus.

Dépasser signifie $\geq$

Équation / Inéquation :

Transformations :

Conclusion :

1) Isole l'exponentielle dans le membre de gauche
2) Simplifie le membre de droite
3) « Débarrasse-toi » de l'exponentielle en passant au logarithme :

$$a^x = b \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{\log(b)}{\log(a)}$$

Exercices

(1) Calcule les valeurs suivantes **sans calculatrice** (donc en utilisant la définition du logarithme) :

$\log(x) = y \Leftrightarrow x = 10^y$

(a) $\log(1) =$

(b) $\log(10) =$

(c) $\log(1\,000\,000) =$

(d) $\log(0{,}000\,000\,001) =$

(e) $\log(10^{71}) =$

(2) Relie les expressions suivantes à leur développement :

$\log(7\,500)$	$\log(100) - \log(2)$	$-0{,}398$
$\log\left(\frac{2}{5}\right)$	$3 \cdot \log(17)$	$3{,}691$
$\log(50)$	$\log(7{,}5) + 3$	$1{,}699$
$\log(17^3)$	$\log(2) - \log(5)$	
$\log(400\,000)$	$\log(4) + \log(100\,000)$	$3{,}875$

(3) Résous les équations suivantes :

(a) $2^x = 1\,024$

(b) $3^x = 243$

(c) $5^x = 320$

(d) $7^x = 0{,}49$

Exercices de transfert

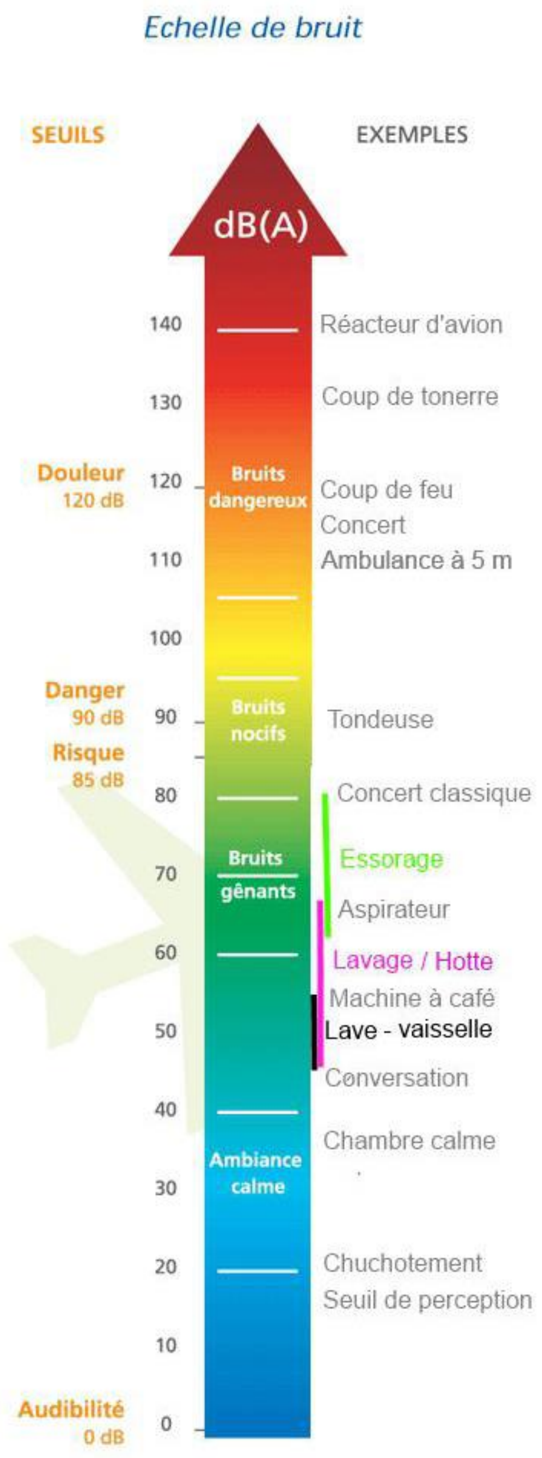
$$L = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \text{(en db)}$$

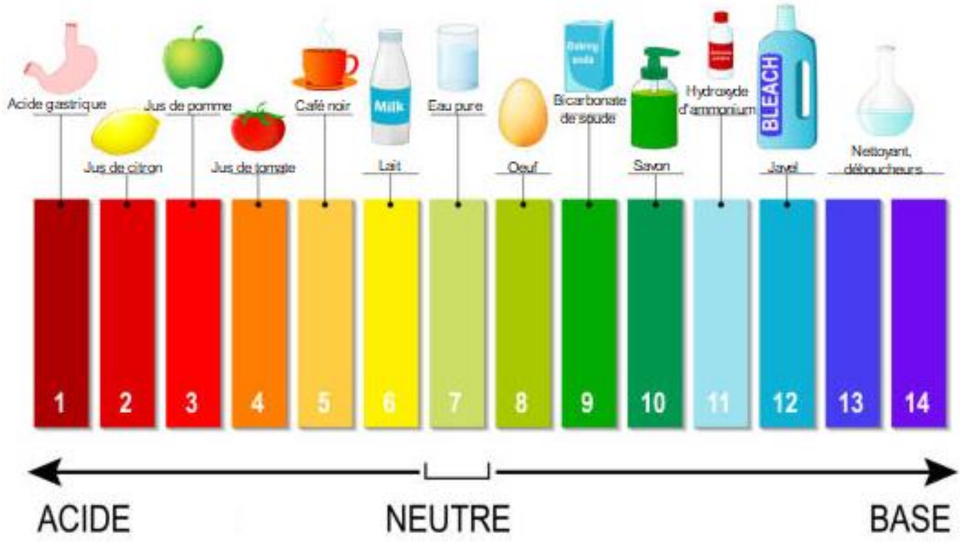
$$I_0 = 10^{-12} \quad (W/m^2)$$

(1) Détermine le niveau sonore d'un sèche-cheveux qui émet un bruit dont l'intensité vaut $3{,}16 \, . \, 10^{-5} \; W/m^2$.

(2) Tirer la chasse d'eau d'un WC produit un bruit dont le niveau sonore vaut environ $80 \, dB$. Calcule l'intensité de ce bruit.

(3) Un instrument de émet à lui seul un son dont le niveau sonore est de $95 \, dB$. Quel serait le niveau sonore émis par 7 instruments identiques jouant simultanément ?





$pH = -\log[H_3O^+]$

$[H_3O^+]$ $(en\ mol/l)$

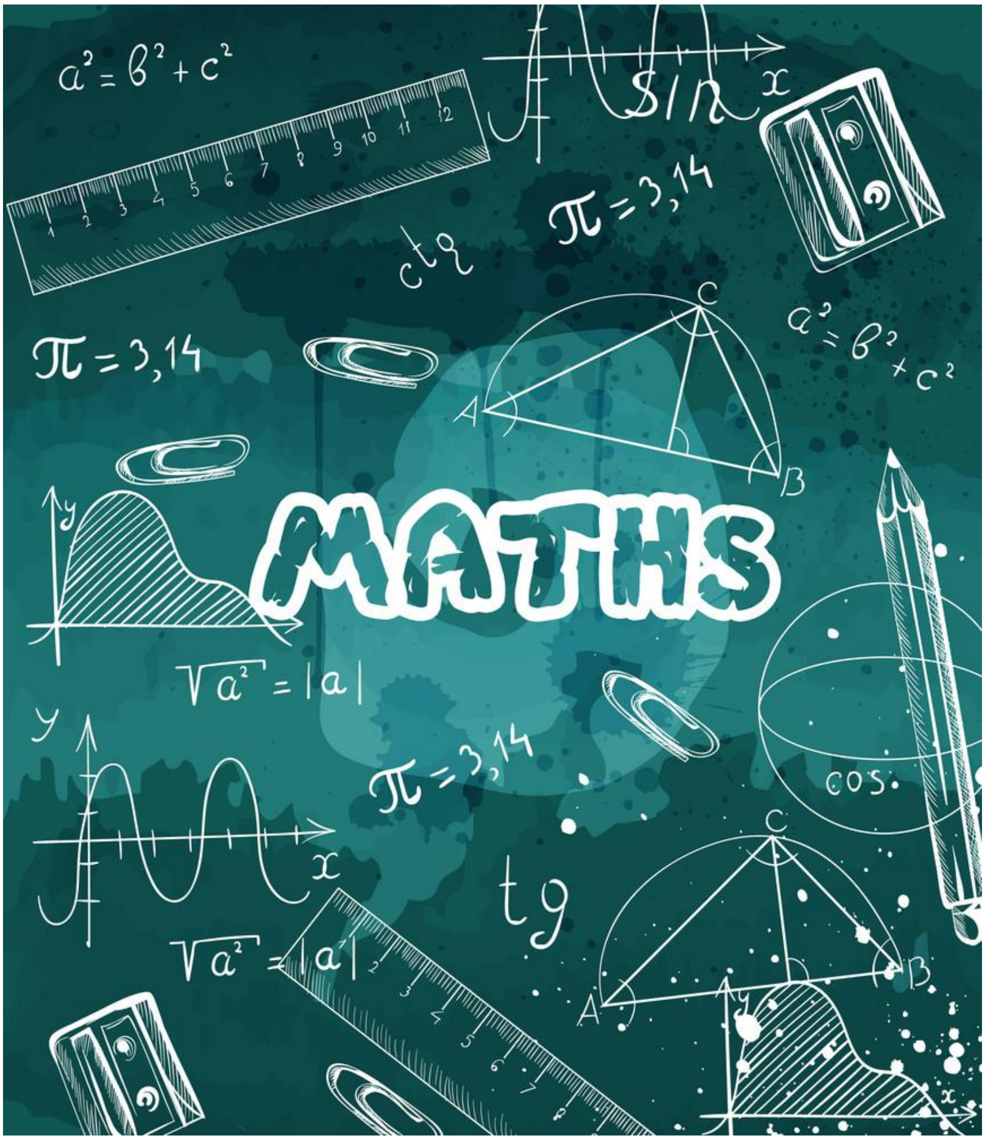
(1) Détermine le pH du vinaigre blanc trouvé dans le commerce et dont la concentration en ion H_3O^+ est d'environ $3{,}98 \,.\, 10^{-3}\ mol/l$. Est-ce une base ou un acide ? Pourquoi ?

(2) Détermine le pH d'une banane dont la concentration en ion H_3O^+ vaut environ $3{,}16 \,.\, 10^{-6}\ mol/l$. Est-ce une base ou un acide ? Pourquoi ?

(3) Détermine la concentration en ion H_3O^+ de la bière, dont le pH vaut approximativement $4{,}5$.

(4) Détermine la concentration en ion H_3O^+ du sang humain, dont le pH vaut approximativement $7{,}4$.

ATHÉNÉE ROYAL
Agri-St-Georges



Dossier de révisions

6TQ – Math 2

Mme Delleur

Situation concrète

Des chercheurs ont soumis, en laboratoire, une batterie de tests à un certain type de bactérie. Ceux-ci ont montré qu'une telle population de bactéries était triplée toutes les quatre heures.

Le lundi 20 avril 2020 à 08h00, un chercheur reçoit un échantillon composé de $1\,000$ bactéries.

Dans la suite, on note

- t : le temps écoulé (en heures) depuis le début de l'observation
- $P(t)$: le nombre de bactéries dans la population après t heures

(a) Complète le tableau suivant :

Horaire	08h00	12h00	16h00	20h00	00h00	04h00	08h00
Temps écoulé	0	4	8	12	16	20	24
Nombre de bactéries	1000	3000	9000	27000	81000	243000	729000

×3 ×3 ×3 ×3 ×3 ×3

(b) A quel type de croissance cette expérience correspond-elle ? Entoure la bonne réponse.

Linéaire – Quadratique – Cubique – Exponentielle – Logarithmique

(c) Essaye de trouver une fonction permettant de déterminer le nombre de bactéries présentes dans la population quand t heures se sont écoulées depuis le début de l'observation.

- Combien d'individus forment la population initiale ? $P_0 = 1000$
- Par quel nombre la population est-elle multipliée ? $a = 3$
- A quelle fréquence ? Toutes les 4 heures, donc $k = 4$
- Formule : $P(t) = 1000 \cdot 3^{t/4}$

$P(t) = P_0 \cdot a^{\frac{t}{k}}$

(d) A l'aide de la formule précédente, calcule

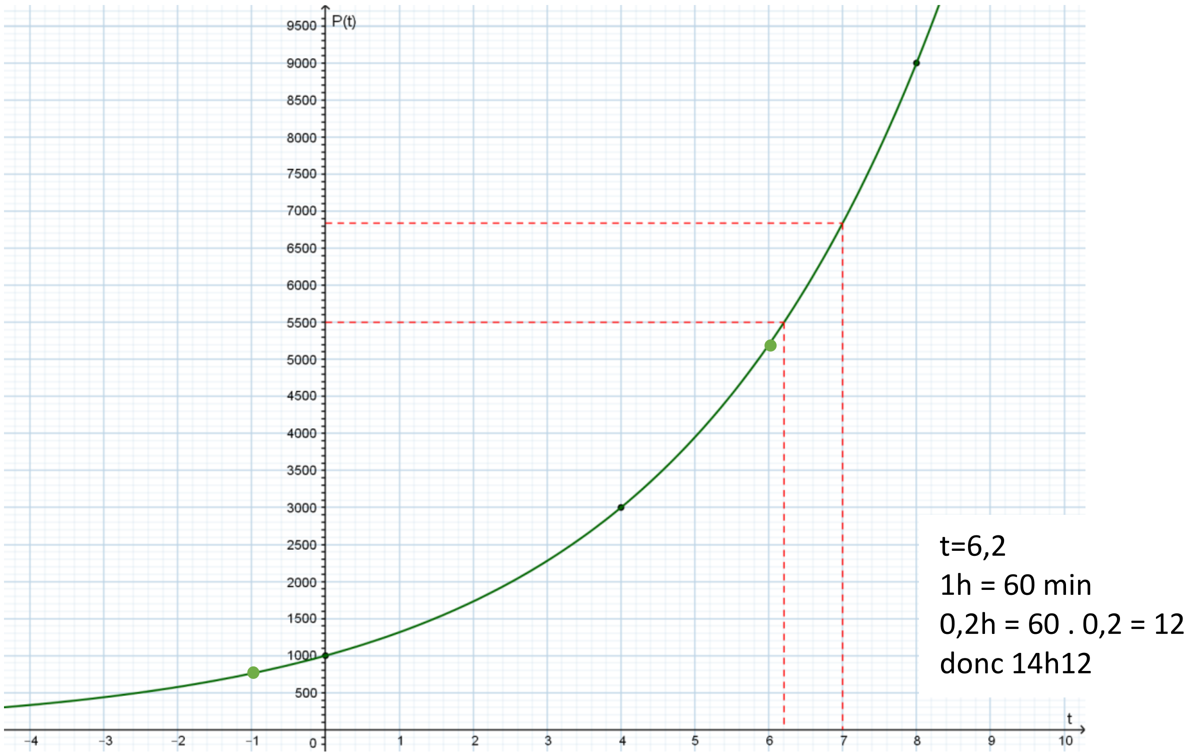
- le nombre de bactéries présentes à 07h00 le premier jour :

  $t = -1 \qquad \Rightarrow \qquad P(t) = 1000 \cdot 3^{-1/4} \approx 759{,}836$

- le nombre de bactéries présentes à 14h30 :

  $t = 6{,}5 \qquad \Rightarrow \qquad P(t) = 1000 \cdot 3^{6{,}5/4} \approx 5961{,}040$

(e) Représente la fonction obtenue en (c) dans le repère suivant :



(f) A l'aide du graphique, estime (le plus précisément possible)

- le nombre de bactéries présentes à 15h00 : 6800
- l'heure à laquelle la population est formée de 5500 bactéries : 14h12

(g) Réalise l'étude de cette fonction en complétant les informations suivantes :

- domaine : $\mathbb{R}$
- ensemble-image : $\mathbb{R}^+$
- zéros : /
- ordonnée à l'origine : $y = 1000$
- parité : ni pair, ni impair
- tableau de signe :

t	
$P(t)$	$+$

- tableau de variation :

t	
$P(t)$	$\nearrow$

(h) A partir de la formule obtenue en (c), détermine à quelle heure la population de bactérie dépassera $20\,000$ individus.

Dépasser signifie ≥

Équation / Inéquation : $1000 \cdot 3^{t/4} \geq 20\,000$

Transformations :

$$
\begin{aligned}
3^{t/4} &\geq \frac{20\,000}{1000} \\
3^{t/4} &\geq 20 \\
\frac{t}{4} &\geq \frac{\log(20)}{\log(3)} \\
\frac{t}{4} &\geq 2{,}727 \\
t &\geq 10{,}907
\end{aligned}
$$

Conclusion : La population dépasse 20 000 individus après environ 10,907 heures, c'est-à-dire vers 18h54

Exercices

(1) Calcule les valeurs suivantes **sans calculatrice** (donc en utilisant la définition du logarithme) :

$\log(x) = y \Leftrightarrow x = 10^y$

(a) $\log(1) = 0$ car $10^0 = 1$

(b) $\log(10) = 1$ car $10^1 = 10$

(c) $\log(1\,000\,000) = 6$ car $10^6 = 1\,000\,000$

(d) $\log(0{,}000\,000\,001) = -9$ car $10^{-9} = 0{,}000\,000\,001$

(e) $\log(10^{71}) = 71$ car $10^{71} = 71$

(2) Relie les expressions suivantes à leur développement :

$\log(7\,500)$	$\log(100) - \log(2)$	$-0{,}398$
$\log\left(\frac{2}{5}\right)$	$3 \cdot \log(17)$	$3{,}691$
$\log(50)$	$\log(7{,}5) + 3$	$1{,}699$
$\log(17^3)$	$\log(2) - \log(5)$	$5{,}602$
$\log(400\,000)$	$\log(4) + \log(100\,000)$	$3{,}875$

(3) Résous les équations suivantes :

(a) $2^x = 1\,024$

$$x = \frac{\log(1024)}{\log(2)} = 10$$

(b) $3^x = 243$

$$x = \frac{\log(243)}{\log(3)} = 5$$

(c) $5^x = 320$

$$x = \frac{\log(320)}{\log(5)} = 3{,}584$$

(d) $7^x = 0{,}49$

$$x = \frac{\log(0{,}49)}{\log(7)} = -0{,}367$$

Exercices de transfert

(1) Détermine le niveau sonore d'un sèche-cheveux qui émet un bruit dont l'intensité vaut $3{,}16 . 10^{-5}\, W/m^2$.

$$L = 10 \cdot \log\left(\frac{3{,}16 . 10^{-5}}{10^{-12}}\right) = 74{,}997$$

(2) Tirer la chasse d'eau d'un WC produit un bruit dont le niveau sonore vaut environ $80\, dB$. Calcule l'intensité de ce bruit.

$$80 = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$$

$$8 = \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$$

$$10^8 = \frac{I}{10^{-12}}$$

$$I = 10^8 \cdot 10^{-12} = 10^{-4} = 0{,}000\,1\, W/m^2$$

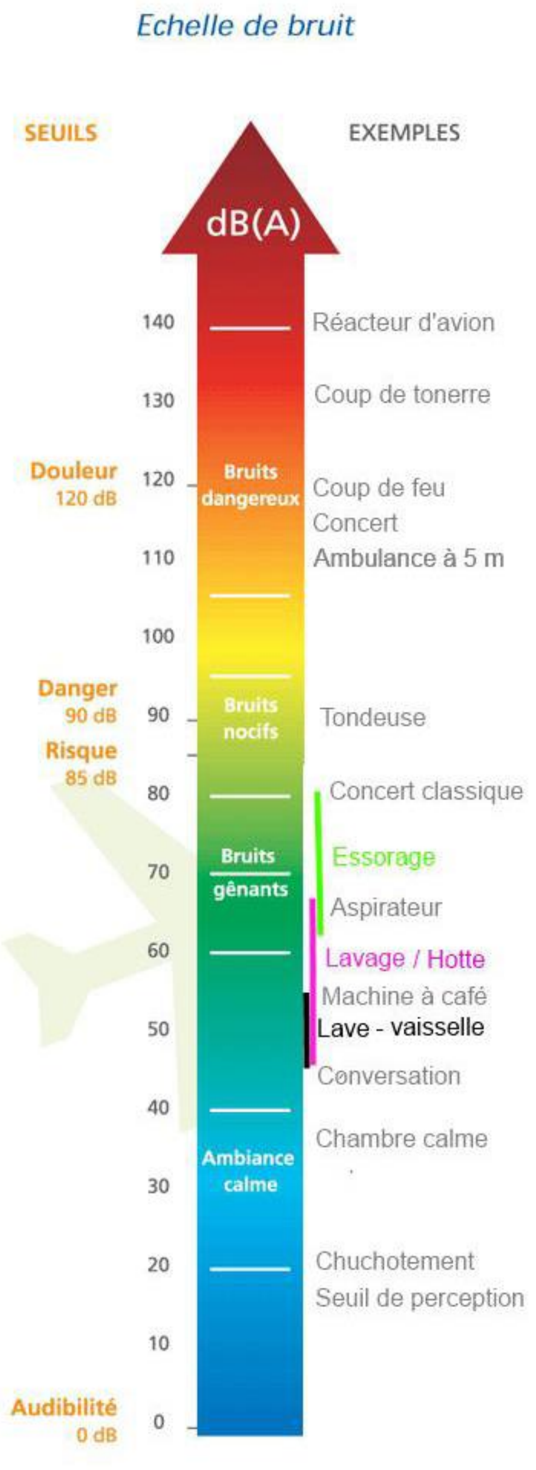
(3) Un instrument de émet à lui seul un son dont le niveau sonore est de $95\, dB$. Quel serait le niveau sonore émis par 7 instruments identiques jouant simultanément ?

$$95 = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$$

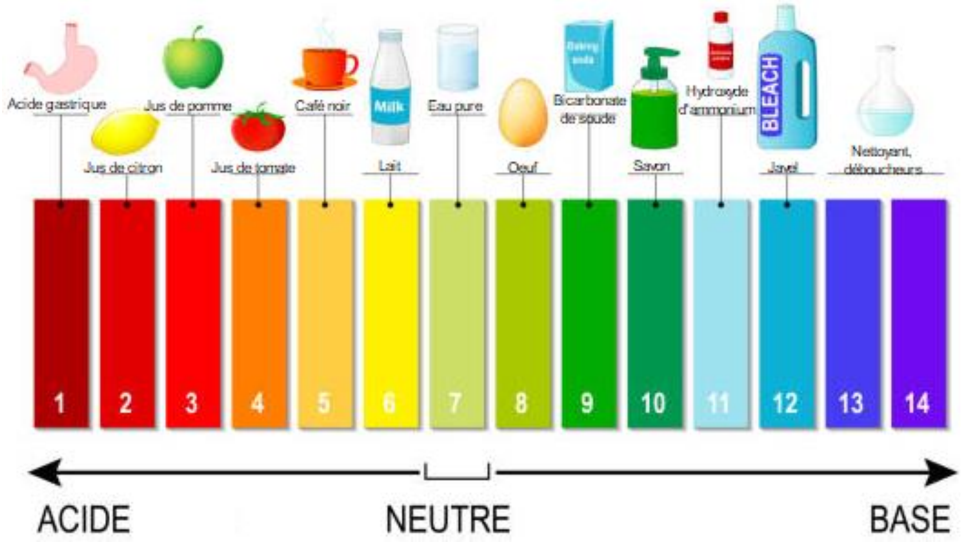
$$9{,}5 = \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$$

$$10^{9{,}5} = \frac{I}{10^{-12}}$$

$$I = 10^{9{,}5} \cdot 10^{-12} = 10^{-2{,}5} = 0{,}003\, W/m^2$$



$$L = 10 \cdot \log\left(\frac{7I}{10^{-12}}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{7 \cdot 0{,}003}{10^{-12}}\right) = 103{,}451$$



(1) Détermine le pH du vinaigre blanc trouvé dans le commerce et dont la concentration en ion H_3O^+ est d'environ $3{,}98\,.\,10^{-3}\,mol/l$. Est-ce une base ou un acide ? Pourquoi ?

$$pH = -\log(3{,}98\,.\,10^{-3}) = 2{,}4$$

C'est un acide car $pH < 7$

(2) Détermine le pH d'une banane dont la concentration en ion H_3O^+ vaut environ $3{,}16\,.\,10^{-6}\,mol/l$. Est-ce une base ou un acide ? Pourquoi ?

$$pH = -\log(3{,}16\,.\,10^{-6}) = 5{,}5$$

C'est un acide car $pH < 7$

(3) Détermine la concentration en ion H_3O^+ de la bière, dont le pH vaut approximativement $4{,}5$.

$$4{,}5 = -\log[H_3O^+]$$

$$-4{,}5 = \log[H_3O^+]$$

$$[H_3O^+] = 10^{-4{,}5} = 3{,}16 \cdot 10^{-5}\,mol/l$$

(4) Détermine la concentration en ion H_3O^+ du sang humain, dont le pH vaut approximativement $7{,}4$.

$$7{,}4 = -\log[H_3O^+]$$

$$7{,}4 = \log[H_3O^+]$$

$$[H_3O^+] = 10^{-7{,}4} = 3{,}98 \cdot 10^{-8}\,mol/l$$