Correctif (1) : Exercices supplémentaires sur les limites

ex suppl lim : lim en réel

$\lim\limits_{x\to -4} \dfrac{x^2-16}{-x^3-3x^2+7x+12}$ 1°) $\dfrac{0}{0}$

	-1	-3	7	12
-4	↓	4	-4	-12
	-1	1	3	0

CE : $(x+4)(-x^2+x+3) \neq 0$

↳ $\Delta = 1-4\cdot(-1)\cdot 3 = 13 \to x_{1,2} = \dfrac{-1\pm\sqrt{13}}{-2}$ → $-2,3$; $1,3$

$\Rightarrow$ dom f $= \mathbb{R} \setminus \{-4, -2,3 ; 1,3\}$

$\Rightarrow$ $\overline{\text{dom } f} = \mathbb{R}$

$\lim\limits_{x\to -4} \dfrac{(x-4)\cancel{(x+4)}}{\cancel{(x+4)}(-x^2+x+3)} = \dfrac{-8}{-16-4+3} = \dfrac{-8}{-17} = \dfrac{8}{17}$

2°) CE : $-2x^2-5x+3 \neq 0$ $\quad \Delta = 25-4\cdot(-2)\cdot 3 = 49$

$x_{1,2} = \dfrac{5\pm 7}{-4}$ → -3 ; $1/2$ $\quad \Rightarrow$ dom f $= \mathbb{R} \setminus \{-3, \frac{1}{2}\}$

$\overline{\text{dom } f} = \mathbb{R}$

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x+4}{-2x^2-5x+3}$ a) $\lim\limits_{x\to 0} f = \dfrac{4}{3}$

$\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{3x+4}{-2x^2-5x+3}$ b) $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{-5}{0}$

		-3		1/2	
-5	-	-	-	-	-
$-2x^2-5x+3$	-	0	+	0	-
	+	∄	-	∄	+

$\lim\limits_{x\to -3^-} f = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to -3^+} f = -\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to -3} f$ ∄

3°) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{-4x}{(-3x+1)(x+2)^2} = \dfrac{8}{0}$ $\quad$ dom f $= \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{3}, -2\}$ et $\overline{\text{dom } f} = \mathbb{R}$

		-2		1/3	
8	+	+	+	+	+
$(-3x+1)$	+	+	+	0	-
$(x+2)^2$	+	0	+	+	+
	+	∄	+	∄	-

$\lim\limits_{x\to -2^-} f = +\infty$ $\quad \lim\limits_{x\to -2^+} f = +\infty$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to -2} f = +\infty$

4°) $\overline{\text{dom} f} = \mathbb{R}$

$$\lim_{x \to \frac{3\pi}{2}} \frac{5}{\cos x} = \frac{5}{0}$$

3e quadr — légèrement après, on est ds le 4ème quadrant

		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{3\pi}{2}$	
5	+	+	+	+	+
$\cos x$	+	0	−	0	+
		$\nexists$	−	$\nexists$	+

$$\lim_{x \to \frac{3\pi}{2}^-} f = -\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \to \frac{3\pi}{2}^+} f = +\infty$$

$$\lim_{x \to \frac{3\pi}{2}} f \ \nexists$$

5°) $$\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x-3}}{x-3} = \frac{0}{0}$$

CE : $x-3 \geq 0$ et $x-3 \neq 0$

$\text{dom} f =]3;+\infty[$

$\overline{\text{dom} f} = [3;+\infty[$

$$\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x-3}\sqrt{x-3}}{(x-3)\sqrt{x-3}} = \lim_{x \to 3} \frac{\cancel{(x-3)}\,1}{\cancel{(x-3)}\sqrt{x-3}} = \lim_{x \to 3} \frac{1}{\sqrt{x-3}} = \cancel{\frac{1}{0}}$$

table signes

		3	
1	+	+	+
$\sqrt{x-3}$	////	0	+
		$\nexists$	+

$$\lim_{x \to 3^+} f = +\infty$$

$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x+25}-5}{x}$ 6°) CE : $x \geq -25$ et $x \neq 0 \Rightarrow \text{dom} f = [-25;0[\cup]0;+\infty[$

$\overline{\text{dom} f} = [-25;+\infty[$

$$\lim_{x \to 0} f = \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{(\sqrt{x+25}-5)(\sqrt{x+25}+5)}{x(\sqrt{x+25}+5)} = \lim_{x \to 0} \frac{x\cancel{+25-25}}{\cancel{x}(\sqrt{x+25}+5)} = \frac{1}{10}$$

$\lim_{x \to 2} \frac{x^3-x^2-8x+12}{x^2-4x+4}$ 7°) $(x-2)^2 \neq 0 \to x \neq 2 \to \overline{\text{dom} f} = \mathbb{R}$

$$\lim_{x \to 2} f = \frac{8-4-16+12}{0} = \frac{0}{0}$$

	1	−1	−8	12
2	↓	2	2	−12
	1	1	−6	0

$$\lim_{x \to 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x^2+x-6)}{(x-2)^{\cancel{2}}} = \frac{4+2-6}{0} = \frac{0}{0} \quad (x-2)(x^2+x-6)$$

$\Delta = 1-4\cdot 1(-6) = 25$

$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \to 2, -3$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{(x+3)\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}} = 5$$

$\lim\limits_{x \to -2} \frac{x+3}{\sqrt{-x^2-2x}}$

80) CE : $-x^2-2x > 0$

$-x(x+2) > 0$

x		-2		0	
$-x^2-2x$	$-$	0	$+$	0	$-$

$\text{dom} f =]-2,0[$

$\overline{\text{dom} f} = [-2,0]$

$\lim\limits_{x \to -2^+} f = \frac{1}{0}$

		-2		0	
1	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$\sqrt{-x^2-2x}$	//	0	$+$	0	//
	//	$\nexists$	$+$	$\nexists$	//

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to -2^+} f = +\infty$

Correctif des exercices du cours p20

Ex récapitulatifs. p20

1) $\lim\limits_{x \to 1} f = \frac{0}{0} \Rightarrow$ factorise $\qquad P(1)=0$

	1	2	-1	-2
1	↓	1	3	2
	1	3	2	0

$\text{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{1,-3\}$

$\overline{\text{dom}} f = \mathbb{R}$

$\lim\limits_{x \to 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x^2+3x+2)}{(x+3)\cancel{(x-1)}}$ $\qquad (x-1)(x^2+3x+2)$

$\Delta = 9-4.1.2 = 1$

$x_{1,2} = \frac{-3 \pm 1}{2} \to -1, -2$

$= \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

2) $\lim\limits_{x \to -2} f = \frac{49}{0}$

$\Delta = 1-4.1(-2) = 9$

$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \to 1, -2$

$\text{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{-2,1\}$

$\overline{\text{dom}} f = \mathbb{R}$

$\lim\limits_{x \to -2} f \nexists$

		-2		1	
49	+	+	+	+	+
x^2+x-2	+	0	-	0	+
	+	|	-	|	+

$\lim\limits_{x \to -2^-} f = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to -2^+} f = -\infty$

3 a) $\frac{0}{0}$ factorise $= \lim\limits_{x \to 1} \frac{(x-1)^3(x+1)^3}{x^2(x^2-2x+1)} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{(x-1)^{\cancel{3}}(x+1)^3}{x^2\cancel{(x-1)^2}} = 0$

$\text{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0,1\}$

$\overline{\text{dom}} f = \mathbb{R}$

b) $\frac{-1}{0}$

		0		1	
-1	-	-	-	-	-
x^2	+	0	+	+	+
(x^2-2x+1)	+	+	+	0	+
	-	∄	-	∄	-

$\lim\limits_{x \to 0} f = -\infty$

c) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\cancel{x^6}x^2}{\cancel{x^4}} = +\infty$

4 a) CE : $-x^2+9 > 0$

		-3		3	
$-x^2+9$	-	0	+	0	-

$\text{dom} f =]-3;3[$

$\overline{\text{dom}} f = [-3,3]$

$\lim\limits_{x \to 2} f = \frac{0}{\sqrt{5}} = 0$

ex recap p20

4b) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x-2}{\sqrt{-x^2+9}}$ $\underset{\text{vu le dom}}{\Rightarrow}$ $\lim\limits_{x \to 3^-} f$

$= \dfrac{1}{0}$ ⇒ tabl signes

x		-3		3	
1	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$\sqrt{-x^2+9}$	///	0	$+$	0	///
	////	$\nexists$	$+$	$\nexists$	///

$\lim\limits_{x \to 3^-} f = +\infty$

6) CE : $x+3 \geqslant 0 \Rightarrow x \geqslant -3$
$x \geqslant 0$ et $\sqrt{x}-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$ $\Bigg\}$ $\text{dom} f = [0, 1[\cup]1 ; +\infty[$

$\text{dom} f = [0, +\infty]$

$\lim\limits_{x \to 1} f = \dfrac{0}{0}$ → bin conjug.

$$\lim_{x \to 1} \frac{(2-\sqrt{x+3})(2+\sqrt{x+3})(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(2+\sqrt{x+3})(\sqrt{x}+1)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{(4-(x+3))(\sqrt{x}+1)}{(x-1)(2+\sqrt{x+3})} = \lim_{x \to 1} \frac{\overset{-1}{\cancel{(1-x)}}(\sqrt{x}+1)}{\cancel{(x-1)}(2+\sqrt{x+3})}$$

$$= \frac{-1(1+1)}{2+2} = -\frac{1}{2}$$

9.) CE: $-3x+15 \neq 0 \rightarrow x \neq 5$

$16x^2 - x \geq 0$

$x(16x-1)$

	0		1/16	
+	0	−	0	+

$\Rightarrow$ Sol: $]-\infty, 0] \cup [1/16; +\infty[$

$\Rightarrow \text{dom} f =]-\infty, 0] \cup [\frac{1}{16}; 5[\cup]5; +\infty[$

$\overline{\text{dom} f} = [-\infty, 0] \cup [\frac{1}{16}; +\infty]$

$\sqrt{16x^2} = 4x$ si $x > 0$

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{16x^2 - x}}{-3x+15} = \cancel{\frac{+\infty}{-\infty}} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{16x^2}}{-3x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{4\cancel{x}}{-3\cancel{x}} = -\frac{4}{3}$

$\sqrt{16x^2} = -4x$ si $x < 0$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{16x^2 - x}}{-3x+15} = \cancel{\frac{+\infty}{+\infty}} = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{16x^2}}{-3x} = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{-4\cancel{x}}{-3\cancel{x}} = \frac{4}{3}$

9b) $\lim\limits_{x \to 5} \frac{\sqrt{16x^2 - x}}{-3x+15} = \frac{\sqrt{395}}{0}$

		0		1/16		5	
$\sqrt{16x^2 - x}$	+	0	////	0	+	+	+
$-3x+15$	+	+	+	+	+	0	−
f	+	0	///	0	+	∄	−

$\lim\limits_{x \to 5^-} f = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to 5^+} f = -\infty \Rightarrow \lim\limits_{x \to 5} f$ ∄

10) CE: $\frac{x-3}{x-4} \geq 0$ et $x-4 \neq 0$

		3		4	
$x-3$	−	0	+	+	+
$x-4$	−	−	−	0	+
	+	0	−	∄	+

$\text{dom} f =]-\infty, 3] \cup]4; +\infty[$

$\overline{\text{dom} f} = [-\infty, 3] \cup [4; +\infty]$

10a) $\sqrt{\frac{1}{0}}$

		3		4	
$\sqrt{\frac{x-3}{x-4}}$	+	0	///	∄	+

$\lim\limits_{x \to 4^+} f = +\infty$

10b) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{\frac{x-3}{x-4}} = \frac{\infty}{\infty} = \lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{\frac{x}{x}} = 1$

n) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{tg\,5x}{15x}$

CE : $5x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ $\quad x \neq \dfrac{\pi}{10} + \dfrac{k\pi}{5}$

et $15x \neq 0 \rightarrow x \neq 0$

$\Rightarrow dom f = \mathbb{R}$

$$= \frac{0}{0} = \lim_{x \to 0} \frac{\frac{\sin 5x}{\cos 5x}}{15x} = \lim_{x \to 0} \frac{\sin 5x}{\cos 5x \cdot 15x} \qquad \sin 5x \simeq 5x \text{ si } x \to 0$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\cancel{5x}}{\cos 5x \cdot \underset{3}{\cancel{15x}}} = \lim_{x \to 0} \frac{1}{\cos 5x \cdot 3} = \frac{1}{3}$$

Exercices limites sur un graphique :

En observant le graphique ci-dessous, calcule les limites :

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 3^+$

$\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to -2} f(x) = \nexists$ car lim à dr ≠ lim à gauche

$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = -1$

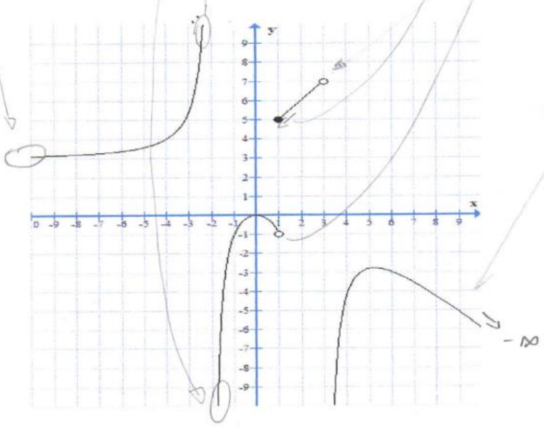
$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = 5$

$\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \nexists$ car lim à dr ≠ lim à gauche

$\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = 7$

$\lim\limits_{x \to 3} f(x) = \nexists$ car lim à dr ≠ lim à gauche

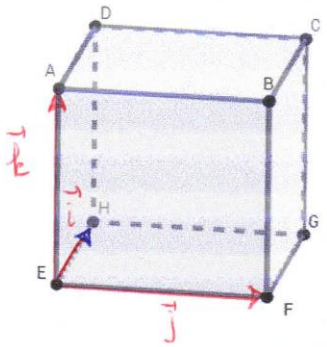
$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$



Correctif (2) :

Exercices supplémentaires : géométrie vectorielle et produit scalaire

1) On donne le cube suivant.



E(0,0,0)	G(1,1,0)
H(1,0,0)	D(1,0,1)
F(0,1,0)	B(0,1,1)
A(0,0,1)	C(1,1,1)

Dans le repère $(E, \overrightarrow{EH}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EA})$,

1°) Calcule les coordonnées de chaque sommet du cube.

Correction ex géom. vectorielle et produit scalaire.

2°) a) $\vec{AC}\ (1,1,1)-(0,0,1)=(1,1,0)$

$\vec{GD}\ (1,0,1)-(1,1,0)=(0,-1,1)$

$\vec{AC}+\vec{GD}\ \ (1,1,0)+(0,-1,1)=(1,0,1)$

b) $-2\vec{DF}+3\vec{FA}$? $\quad \vec{DF}\ (0,1,0)-(1,0,1)=(-1,1,-1)$

$-2\vec{DF}\ (2,-2,2)$

$\vec{FA}\ (0,0,1)-(0,1,0)=(0,-1,1)$

$3\vec{FA}\ (0,-3,3)$

3°) M milieu de [HB] $\left(\frac{1+0}{2}\ ;\ \frac{0+1}{2}\ ;\ \frac{0+1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

4°) norme de $2\vec{AD}-\frac{3}{2}\vec{BH}$

$\vec{AD}(1,0,0)\to 2\vec{AD}\ (2,0,0)$

$\vec{BH}\ (1,-1,-1)\to -\frac{3}{2}\vec{BH}\ \left(-\frac{3}{2},\frac{3}{2},+\frac{3}{2}\right)$

$\left.\right\}\ 2\vec{AD}-\frac{3}{2}\vec{BH}\ \left(\frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$

$$\left\|2\vec{AD}-\frac{3}{2}\vec{BH}\right\|=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{9}{4}+\frac{9}{4}}=\sqrt{\frac{19}{4}}$$

5°) coord de I tel que $\vec{GI}=\frac{1}{3}\vec{FA}$

$I(x,y,z)$? $\quad \vec{GI}\ \ (x-1,y-1,z)$

$\vec{FA}\ (0,-1,1)\to \frac{1}{3}\vec{FA}\left(0,-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$

$\vec{GI}=\frac{1}{3}\vec{FA}\Rightarrow (x-1,y-1,z)=\left(0,-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$

$$\Rightarrow\begin{cases}x-1=0\\ y-1=-1/3\\ z=1/3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1\\ y=-1/3+1=2/3\\ z=1/3\end{cases}$$

$I\left(1\ ;\ 2/3\ ;\ 1/3\right)$

6°) a) $\left.\begin{array}{l}\vec{HC}\ (0,1,1)\\ \vec{EF}\ (0,1,0)\end{array}\right\}\ \vec{HC}.\vec{EF}=0.0+1.1+1.0=1$

b) $\left.\begin{array}{l}\vec{AD}\ (1,0,0)\\ \vec{CB}\ (-1,0,0)\end{array}\right\}\ \vec{AD}.\vec{CB}=1.(-1)+0.0+0.0=-1$

6c) $\vec{HB}\cdot\vec{FD}$? $\left.\begin{array}{l}\vec{HB}(-1,1,1)\\ \vec{FD}(1,-1,1)\end{array}\right\}$ $\vec{HB}\cdot\vec{FD} = -1.1 + 1.(-1) + 1.1$
$= -1$

7) l'angle $\widehat{ACE}$ est fait avec le vecteur $\vec{CA}$ et le vecteur $\vec{CE}$

$$\vec{CA}\cdot\vec{CE} = \|\vec{CA}\|\,\|\vec{CE}\|\cos\widehat{ACE}$$

$$\Rightarrow \cos\widehat{ACE} = \frac{\vec{CA}\cdot\vec{CE}}{\|\vec{CA}\|\,\|\vec{CE}\|} \quad (*)$$

$\left.\begin{array}{l}\vec{CA}(-1,-1,0)\\ \vec{CE}(-1,-1,-1)\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{CA}\cdot\vec{CE} = -1.(-1)+(-1)(-1)+0.(-1)$
$= 2$

$\|\vec{CA}\| = \sqrt{(-1)^2+(-1)^2+0^2} = \sqrt{2}$

$\|\vec{CE}\| = \sqrt{(-1)^2+(-1)^2+(-1)^2} = \sqrt{3}$

$\underset{(*)}{\Rightarrow} \cos\widehat{ACE} = \frac{2}{\sqrt{2}.\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{6}} \Rightarrow \widehat{ACE} = 35{,}264°$

8°) Si le produit scalaire $\vec{HB}\cdot\vec{AF} = 0$, alors $\vec{HB} \perp \vec{AF}$

$\left.\begin{array}{l}\vec{HB}(-1,1,1)\\ \vec{AF}(0,1,-1)\end{array}\right\}$ $\vec{HB}\cdot\vec{AF} = -1.0 + 1.1 + 1.(-1) = 0$

ok

---

2 a) A, B, C alignés $\Rightarrow$ $\vec{AB} = k\vec{AC}$ avec $k \in \mathbb{R}$

$\left.\begin{array}{l}\vec{AB}(-2,2,2)\\ \vec{AC}(-5,-2,3)\end{array}\right\}$ $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ ne sont pas multiples $\Rightarrow$ A, B, C pas alignés.

b) $\|\vec{AB}\| = \sqrt{(1-3)^2+(6-4)^2+(0+2)^2} = \sqrt{4+4+4} = \sqrt{12}$

$\vec{BA}(2,-2,-2)$ $\|\vec{AC}\| = \sqrt{(-2-3)^2+(2-4)^2+(1+2)^2} = \sqrt{25+4+9} = \sqrt{38}$

$\vec{BC}(-3,-4,1)$ $\|\vec{BC}\| = \sqrt{(-2-1)^2+(2-6)^2+(1-0)^2} = \sqrt{9+16+1} = \sqrt{26}$

$\vec{BA}\cdot\vec{BC} = -6+8-2=0 \Rightarrow \vec{BA} \perp \vec{BC}$ $\Rightarrow$ il y a un angle droit

} Δ rectangle pas isocèle

③

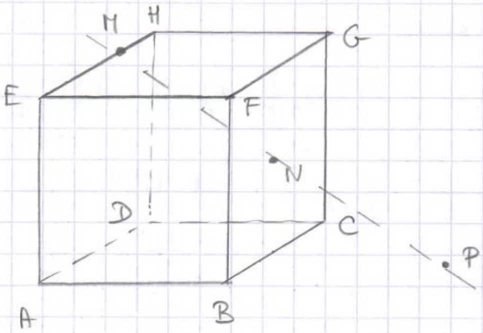
Soit ABCDEFGH un cube.

les points M, N, P sont tels que : $\vec{AN} = \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{AE}$

$$\vec{EM} = \frac{2}{3}\vec{EH}$$

$$\vec{BP} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD}$$

Demontre que N, M, P sont alignés.



Solution :

- on considère le repère $(A, \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$

$A(0,0,0)$ $B(1,0,0)$, $D(0,1,0)$, $E(0,0,1)$

1°) N ? (x,y,z)

$\vec{AB}(1,0,0)$ $\vec{AD}(0,1,0) \Rightarrow \frac{1}{2}\vec{AD}\left(0;\frac{1}{2},0\right)$

$\vec{AE}(0,0,1) \Rightarrow \frac{1}{2}\vec{AE}\left(0,0,\frac{1}{2}\right)$

$\Rightarrow \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{AE} = (1,0,0)+\left(0,\frac{1}{2},0\right)+\left(0,0,\frac{1}{2}\right) = \left(1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

$\vec{AN}(x,y,z) = \left(1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{2} \\ z = \frac{1}{2} \end{cases} \qquad N\left(1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$$

2°) M ? (x,y,z)

$E(0,0,1)$ $H(0,1,1)$ $\vec{EH}(0,1,0)$

$\frac{2}{3}\vec{EH}\left(0,\frac{2}{3},0\right)$

$\vec{EM}(x,y,z-1) = \left(0,\frac{2}{3},0\right)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2/3 \\ z-1=0 \end{cases} \qquad \begin{matrix} x=0 \\ y = 2/3 \\ z=1 \end{matrix} \quad \Rightarrow M\left(0,\frac{2}{3},1\right)$$

3°) P ? (x,y,z) $\quad \vec{AB}(1,0,0)$

$\vec{AD}(0,1,0) \Rightarrow \frac{1}{3}\vec{AD}(0,\frac{1}{3},0)$

$\rightarrow \vec{AB}+\frac{1}{3}\vec{AD}(1,\frac{1}{3},0)$

$\vec{BP}(x-1,y,z) = (1,\frac{1}{3},0)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ y=\frac{1}{3} \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x=2 \\ y=\frac{1}{3} \\ z=0 \end{matrix}$$

$P(2,\frac{1}{3},0)$

4°) N, M, P sont-ils alignés ?

$N(1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}) \qquad M(0,\frac{2}{3},1) \qquad P(2,\frac{1}{3},0)$

$\vec{NM}(-1, \underbrace{\frac{2}{3}-\frac{1}{2}}_{\frac{1}{6}}, \frac{1}{2})$ et $\vec{NP}(1, \underbrace{\frac{1}{3}-\frac{1}{2}}_{-\frac{1}{6}}, -\frac{1}{2})$

$\vec{NM}$ et $\vec{NP}$ sont multiples donc les 3 pts sont alignés