Correctif travail (1)

Travail de mathématiques financières (1)

1) Complète le tableau suivant en indiquant tous tes calculs:

Type de placement	Capital initial C_0	période m	Taux t	intérêt I	Capital final C
Intérêts simples	1500€	9 mois ! $\Rightarrow m = \frac{9}{12} = 0,75$ an	Taux annuel = 1,5% $= 0,015$	(1) $I = C_0 m t$ $= 1500 . 0,75 . 0,015$ $= 16,87(5)$ €	(2) $C_0 + I = 1500 + 16,87$ $= 1516,87$ €
Intérêts simples	(3) $C_0 = \frac{C}{(1+mt)}$ $= \frac{2500}{(1+14 . 0,001)}$ $= 2465,48$ €	14 mois ok	Taux mensuel = 0,1% $= 0,001$	(4) $I = C - C_0$ $2500 - 2465,48$ $= 34,52$ €	2500€ $= C$
Intérêts simples	(5) $C_0 = C - I$ $= 885$ €	(6) $m = \frac{I}{C_0 . t}$ $= \frac{15}{885 . 0,0025} = 6,78$ 6,78 mois	Taux mensuel = 0,25 % $= 0,0025$	$I =$ 15€	$C =$ 900 €
Intérêts composés	7500 €	(7) $m = \frac{\log\left(\frac{8600}{7500}\right)}{\log(1+0,045)}$ $= 3,11$ ans	Taux annuel= 4,5% $= 0,045$	(8) $I = C - C_0$ $= 1100$ €	8600 €
Intérêts composés	4800€	15 ans	Taux annuel= 3,8% $= 0,038$	(9) $I = C - C_0$ $= 8398,5 - 4800$ $3598,5$ €	(10) $C = C_0(1+t)^m$ $C = 4800(1+0,038)^{15}$ $= 8398,5$ €
Intérêts composés	12000 €	24 ans	Taux annuel= (11) $\sqrt[24]{\frac{18000}{12000}} - 1$ $= 0,01703...$ $= 1,7\%$	(12) $I = C - C_0$ $= 18000 - 12000$ $= 6000$ €	18000 €

+ Correction ex n° 6, 7, 8, 9, 10 p 80 du cours.

6) I simples

$C = 1100$ €

$C_0 = 909$ €

$n = 2$

$I = 191$ € ou

$191 = I = C_0 n t = 909 . 2 . t$

$\Rightarrow t = \frac{191}{909 . 2} = 0,105$

int. simples : $\Rightarrow C = C_0(1 + nt)$

$1100 = 909(1 + 2t)$

$\frac{1100}{909} = 1 + 2t$

$1,2101..$

$\rightarrow 1,2101 - 1 = 2t$

$\rightarrow \frac{1,2101 - 1}{2} = t$

$\Rightarrow t = 0,105...$ $\Rightarrow$ taux = 10,5%

7) I simples

$C_0 = 30\,000$ €

$I = 1200$ €

$t = 0,08$

$n?$

$\Rightarrow$ int simples

$(C = C_0(1 + nt))$

$I = C_0 nt$

$1200 = 30000 \; n . 0,08$

$\Rightarrow n = \frac{1200}{30000 . 0,08} = 0,5$ an $\Rightarrow$ 6 mois

8) I simples

$n = 5$ mois

taux mensuel $= 0,25\% = 0,0025$

a) $I = 20 = C_0 \, nt = C_0 \, 5 . 0,0025 \Rightarrow C_0 = \frac{20}{5 . 0,0025} = 1600$ €

b) $C = 9720$ € $= C_0(1 + nt)$

$9720 = C_0(1 + 5 . 0,0025) \Rightarrow C_0 = \frac{9720}{(1 + 5 . 0,0025)} = 9600$ €

I composés 9) $C = C_0(1 + t)^n$

$C = 280\,000 (1 + 0,0055)^8 = 292\,712,22$ €

I composés 10) $t_{mensuel} = 0,02$ $n = 3$ ans $= 36$ mois $C_0 = 2000$ €

$C = 2000(1 + 0,02)^{36} = 4079,77$ €

Correctif (travail (2))

Suite des exercices de math financières (p81 et p82 du cours)

11) $C_{17} = 350000\,(1+0{,}035)^{17} = 628136{,}44$ €

$\underset{C-C_0}{\text{intérêt}} = 278136{,}44$ €

12) $C = 5000\,(1+0{,}04)^{40} = 24005{,}10$

$\to \underset{C-C_0}{\text{int}} = 19005{,}1$€

13) $C_0\,(1+0{,}04)^{15} = \underbrace{4500\,(1+0{,}06)^{9}}_{7602{,}66} \Rightarrow C_0 = \dfrac{7602{,}66}{(1{,}04)^{15}}$

$\to C_0 = 4221{,}48$ €

14) $5000 = 2000\,(1+0{,}02)^{n}$

$n \cdot \log 1{,}02 = \log 2{,}5 \to n = 46{,}27$ mois $= 46$ mois $+ 8$ jours

$n = \dfrac{\log\left(\frac{5000}{2000}\right)}{(1+0{,}02)}$

15) IC

$2\,\cancel{C_0} = \cancel{C_0}\,(1+0{,}023)^{n}$

$2 = 1{,}023^{n}$

$\log 2 = n \cdot \log 1{,}023 \to n = 30{,}482 \to n = 31$ ans

$n = \dfrac{\log 2}{\log 1{,}023}$

On peut éventuellement remplacer C_0 par n'importe quel montant et faire le même raisonnement.

16) • $\underbrace{C}_{\text{montant obtenu après les 5 ans de placement}} = 1800\,(1+0{,}027)^{5} = 2056{,}48$ €

• Elle place alors 2056,48 € sur un autre compte, donc le nouveau $C_0 = 2056{,}48$€

n?

$n = \dfrac{\log\left(\frac{2500}{2056{,}48}\right)}{\log(1+0{,}031)}$

$\to n = 6{,}3969 \sim$ après 7 années entières de placement sur le 2ème compte épargne.

L'ex 17 est assez compliqué et peut se résoudre avec les propriétés des logarithmes. C'est plutôt un ex de dépassement.

plus compliqué Vous pouvez essayer par approximation

((17)) $125\,(1+0{,}06)^n = 200\,(1+0{,}045)^n$

$\log 125 + \underbrace{\log (1{,}06)^n}_{n \cdot \log 1{,}06} = \log 200 + \underbrace{\log (1{,}045)^n}_{n \cdot \log 1{,}045}$ propriété des log.

$\rightarrow n\,\underbrace{(\log 1{,}06 - \log 1{,}045)} = \underbrace{\log 200 - \log 125}_{0{,}20411998}$

$\rightarrow n = 32{,}978 \simeq 33$ ans

18) a) graphe bleu → int simple (linéaire) les rectangles de gauche

graphe rouge → int composés (expon) les rectangles de droite

b) $C_0 = 10.000$ €

c) 10 ans

d) . $C_0(1+nt) = 10.000\,(1+10.0{,}022) = 12200$ €

Al'échéance (10 ans)

. $C_0(1+t)^n = 10.000\,(1+0{,}021)^{10} = 12309{,}98$ € → le + avantageux

(Après 4 ans) . $C_0(1+nt) = 10.000\,(1+4.0{,}022) = 10880$ € → le + avantag.

. $C_0(1+t)^n = 10000\,(1+0{,}021)^4 = 10866{,}83$ €

e) Après 5 ans . $C_0(1+nt) = 10.000\,(1+5.0{,}022) = 11100$ ←

. $C_0(1+t)^n = 11095{,}035\ldots$

Après 6 ans . $C_0(1+nt) = 11320$

. $C_0(1+t)^n = 11328{,}03$ ← A partir de la 6ème année