Bonjour à tous.

J'espère que vous allez bien.

J'ai préparé **des exercices de remédiation sur les premières unités vues** cette année**. Ceux-ci sont vivement conseillés pour les élèves qui ont raté ces unités à l'examen de décembre.** J'ai mis des **exercices de consolidation sur les complexes**, et **un exercice de probabilités** pour tous.

Comme nous allons nous revoir très probablement dans une semaine, je vous invite à lire les pages 11,12, 13 sur les complexes. (Ne vous tracassez pas si vous ne comprenez pas toutes les démonstrations). Et pour ceux qui voudraient essayer **des exercices de dépassement**, vous pouvez tenter les exercices de la p13 en calculant les formes trigonométriques de chaque complexe seul, puis en appliquant les formules des points d (p11), e (p12), f (p13).

Je souhaite que vous fassiez les **exercices de consolidation** pour le **samedi 16/5 12h ; les exercices de remédiation doivent être envoyés par les élèves qui avaient des difficultés avant le 29/5 16h**.

Vous devez m'envoyer vos réponses complètes (en laissant tous vos calculs) à mon **adresse professionnelle** : sciorre.valerie@agrisaintgeorges.be

Vous pouvez faire une photo (claire) ou scanner vos feuilles de résolution. Ecrivez lisiblement et n'oublier pas d'indiquer votre nom et prénom.

Si vous avez d'autres questions, n'hésitez pas à me les poser.

Un correctif vous sera envoyé et des commentaires si le délai est respecté.

Prenez soin de vous.

Mme Sciorre

Remédiation UAA5 : fonctions cyclométriques

1) Pour la fonction f(x) = arcsin (3x+2),
   a) Donne son domaine.
   b) Détermine sa réciproque après l'avoir décomposée en fonctions élémentaires les plus simples possible.
   c) Donne dom f^{-1} (x).
2) Etudie le domaine, la dérivée et les variations de :
   a) f(x) = 2arccos(x+3)
   b) f(x) = 3arcsin(x+1)
   c) f(x) = $arctg\left(\frac{-1}{x}\right)$

Remédiation UAA4 : fonctions exponentielles et logarithmes

1) Indique les CE et résous les équations suivantes:
   a) $4^x - 10.2^x + 16 = 0$
   b) $2log2 + log(x^2 - 1) = log(4x - 1)$
   c) $\ln(x^2 – 4x) + \ln 4 = 2\ln (3x + 5)$

2) On admet que la fréquence cardiaque d'une sportive en fonction de la puissance de l'effort qu'elle fournit est donnée par la fonction f définie sur [0,340] : f(x) = 50 $(1,004)^x$ +10,
   où x est la puissance de l'effort fourni exprimée en Watts (W) ;f(x) est le nombre de battements du cœur par minute.

   Détermine la puissance que doit fournir la sportive pour que sa fréquence cardiaque arrive à 180 battements par minute.

3) En 2010, le taux de croissance annuel de la population au Burundi est de 3,56%. Si ce taux de croissance se maintient, combien de temps faudra-t-il pour que ce pays double sa population ?

4) Calcule la dérivée et étudie les variations de $f(x) = \frac{e^x}{x-2}$

5) Calcule la dérivée de a) $ln(1 + x^2)$

   b) $ln\left(\frac{x+2}{x-3}\right)$
   c) $x^2.lnx$

6) Une entreprise fabrique entre 100 et 1300 objets identiques chaque jour. Lorsque x centaines d'objets sont fabriquées (x compris entre 1 et 13), le cout moyen de fabrication d'un objet est en euros : $f(x) = 3x + 14 - 12ln(2x)$

Déterminer la quantité d'objets à fabriquer pour que le cout moyen soit minimal.

(Suggestion : calculer la dérivée de f et faire un tableau de signes de f ')

Probabilités (consolidation)

Une entreprise fabrique des parfums haut de gamme, qui seront appelés par la suite « originaux ».

Il existe sur le marché des contrefaçons qui seront appelés ensuite « copies ».

On sait que 0,5% des flacons proposés à la vente sont des copies.

Pour éliminer ses copies, l'entreprise a mis au point un test optique permettant, sans rompre le ruban de garantie de se faire une opinion concernant la conformité du produit. On sait que :

- La probabilité que le test soit positif (c'est-à-dire qu'il indique qu'il s'agit d'une copie) sachant que le produit est une copie est 0,85 ;
- La probabilité que le test soit négatif sachant que le produit est un original est 0,95.

On tire un flacon au hasard et on le soumet au test.

1) Montrer que la probabilité que le produit soit un original est égale à 0,995.
2) Montrer que la probabilité que le test soit positif sachant que le produit est original est 0,05.
3) Calcule la probabilité que le produit soit une copie et le test positif.
4) Calcule la probabilité que le test soit positif.
5) Calcule la probabilité que le produit soit un original sachant que le test est positif.
6) Calcule la probabilité que le produit soit une copie sachant que le test est positif.
7) Exprime brièvement ton opinion sur la fiabilité de ce test.

Les complexes (consolidation)

1) Résoudre dans C :

   a) $(2i + 1)z^2 + 3z + i - 17 = 0$
   b) $i\, z^2 + (i - 4)z - 4i - 2 = 0$

2) Simplifie l'expression, puis calcule le module ρ et l'argument θ de chaque complexe pour l'écrire sous forme trigonométrique.

$$z = i\left(\frac{1 + i}{1 - i}\right)$$

3) Calcule la forme trigonométrique du complexe $= 1 + i\sqrt{3}$, ainsi que celle de son conjugué $\bar{z}$.

Les complexes (dépassement) (voir p11,12,13 du cours)

d) Produit de 2 nombres complexes mis sous forme trigonométrique

$$z = a + bi = \rho(\cos\theta + i\sin\theta)$$
$$z' = a' + b'i = \rho'(\cos\theta' + i\sin\theta')$$

$$\mathbf{z.z'} = \rho\rho'\left[\cos(\theta+\theta') + i\sin(\theta+\theta')\right]$$

Le produit de deux nombres complexes est un nombre complexe

- **dont le module est le produit des modules de ces nombres :** $|zz'| = \rho\rho'$
- **dont l'argument est la somme des arguments de ces nombres :** $Arg(zz') = \theta + \theta'$

e) puissance d'un nombre complexe

$$z^n = z.z.z. \ \ldots\ .z = \left[\rho(\cos\theta + i\sin\theta)\right]^n = \rho^n(\cos n\theta + i\sin n\theta) \quad , \quad n \in \mathbb{N}$$

Donc: $\boxed{z^n = \rho^n(\cos n\theta + i\sin n\theta) \quad , \quad n \in \mathbb{N}}$

f) quotient de deux nombres complexes mis sous forme trigonométrique

$$\frac{z}{z'} = \frac{\rho}{\rho'}\left[\cos(\theta - \theta') + i\sin(\theta - \theta')\right]$$

Le quotient de deux complexes est donc un nombre complexe qui a pour module le quotient des modules et pour argument la différence des arguments du numérateur et du dénominateur.

Exemples : on donne $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_2 = \sqrt{3} + i$

1°) Calculons z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.

$z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ $\quad \rho = \sqrt{1 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = 2$

$$\left.\begin{array}{l} \cos\theta = \dfrac{1}{2} \\ \sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \theta = 60°$$

$\Rightarrow z_1 = 2\,(\cos 60° + i\sin 60°)$

$z_2 = \sqrt{3} + i$ $\quad \rho' = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1} = 2$

$$\left.\begin{array}{l} \cos\theta' = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\theta' = \dfrac{1}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \theta' = 30°$$

$\Rightarrow z_2 = 2\,(\cos 30° + i\sin 30°)$

2°) Illustrons la 1re formule et calculons $z_1 . z_2$ sous forme trigonométrique

$$z_1 z_2 = \rho\rho'\,(\cos(\theta + \theta') + i\sin(\theta + \theta'))$$
$$= 2.2\,(\cos(60° + 30°) + i\sin(60° + 30°))$$
$$= 4\,(\cos 90° + i\sin 90°)$$

Sous forme algébrique, $z_1 . z_2 = 4\,(0 + i1) = 4i$

3°) Illustrons la 2ème formule et calculons $(z_1)^5$

$$z^n = \rho^n\,(\cos n\theta + i\sin n\theta)$$

Ici $(z_1)^5 = 2^5\,(\cos 5.60° + i\sin 5.60°)$

$$= 32\,(\cos 300° + i\sin 300°)$$

Sous forme algébrique, $(z_1)^5 = 32\left(\dfrac{1}{2} - i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = 16 - 16\sqrt{3}\,i$

4°) Illustrons la 3ème formule et calculons $\dfrac{z_1}{z_2}$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\rho}{\rho'}\left(\cos(\theta - \theta') + i\sin(\theta - \theta')\right)$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{2}{2}\left(\cos(60° - 30°) + i\sin(60° - 30°)\right) = 1\,(\cos 30° + i\sin 30°) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)$$

Tu peux alors faire les exercices 1 et 2 du cours p13