3TEM Correctif

Révisions de printemps

A) LES FONCTIONS

1° Calcule la valeur des fonctions suivantes :

a) f(x) = 3x + 1

→ f(3) = **3.3 + 1 = 10** f (-2) = **3. (-2) + 1 = 5** f(4) = **3.4 + 1 = 13**

b) g(x) = x² - 1

→g(-4) = **$(-4)^2$ – 1= 16 – 1 = 15** g(-1) = **$(-1)^2$ - 1=1 -1 = 0** g(0) = **0^2 – 1 = -1**

c) f(x) = x² – 2x + 1

→f(-2) = **$(-2)^2$ -2 (-2)+1=4+ 4+1=9** f(3) =**3^3 -2.3 +1=9 -6 +1=4** f(1)=**1^2-2.1+1=1-2+1=0**

d) f(x ;z) = 3x + 2z

→f(2 ; 4)=**3.2 + 2.4 =14** f(-1 ; 3) =**3(-1)+2.3=-3+6=3** f(2 ; 2) =**3.2+2.2=6+4=10**

e) f (a ; b) = 3ab

→f (2 ; 3) = **3. 2. 3 = 18** f (-1 ; -2) = **3 (-1) (-2) = 6** f (3 ; 0) = **3. 3. 0 = 0**

f) f(x) = x² - 5

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	$(-3)^2$ - 5 9 – 5 4	$(-2)^2$ - 5 4 – 5 -1	$(-1)^2$ - 5 1 – 5 -4	0^2 – 5 0 – 5 -5	1^2 – 5 1 – 5 -4	2^2 – 5 4 – 5 -1	3^2 – 5 9 – 5 4	4^2 – 5 16 – 5 11

2° <u>Calcule la valeur des fonctions pour quelques x, puis trace leur graphique</u>

a) sur le même quadrillage, trace le graphique de : f(x) = 3x en vert
g (x) = 5x en bleu
h (x) = 3x + 2 en rouge

f (x) : **y = 3. x**

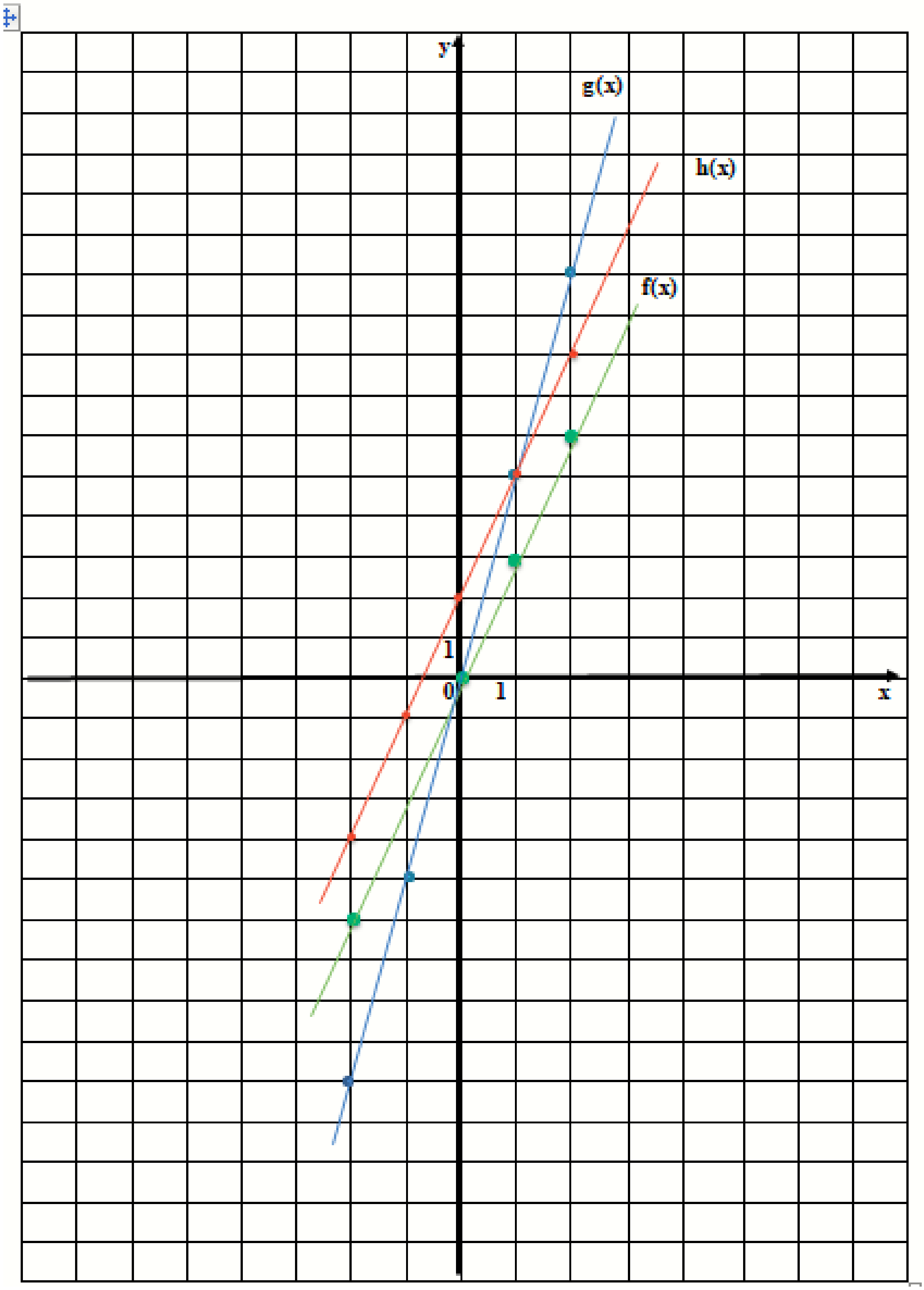
x	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**
y	**3. (-2)** **-6**	**3. (-1)** **-3**	**3. 0** **0**	**3. 1** **3**	**3. 2** **6**

g(x) : **y = 5. x**

x	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**
y	**5. (-2)** **-10**	**5. (-1)** **-5**	**5. 0** **0**	**5. 1** **5**	**5. 2** **10**

h(x) : **y = 3x + 2**

x	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**
y	**3. (-2) + 2** **-6 + 2** **-4**	**3. (-1) + 2** **-3 + 2** **-1**	**3. 0 + 2** **0 + 2** **2**	**3. 1 + 2** **3 + 2** **5**	**3. 2 + 2** **6 + 2** **8**


y
g(x)
h(x)
f(x)
1
0
1
x

b) sur le même quadrillage, trace le graphique de : $f(x) = 2x^2$ en vert

$g(x) = x^2 - 5$ en bleu

$h(x) = 2x^2 - 5$ en rouge

f(x) : **$y = 2x^2$**

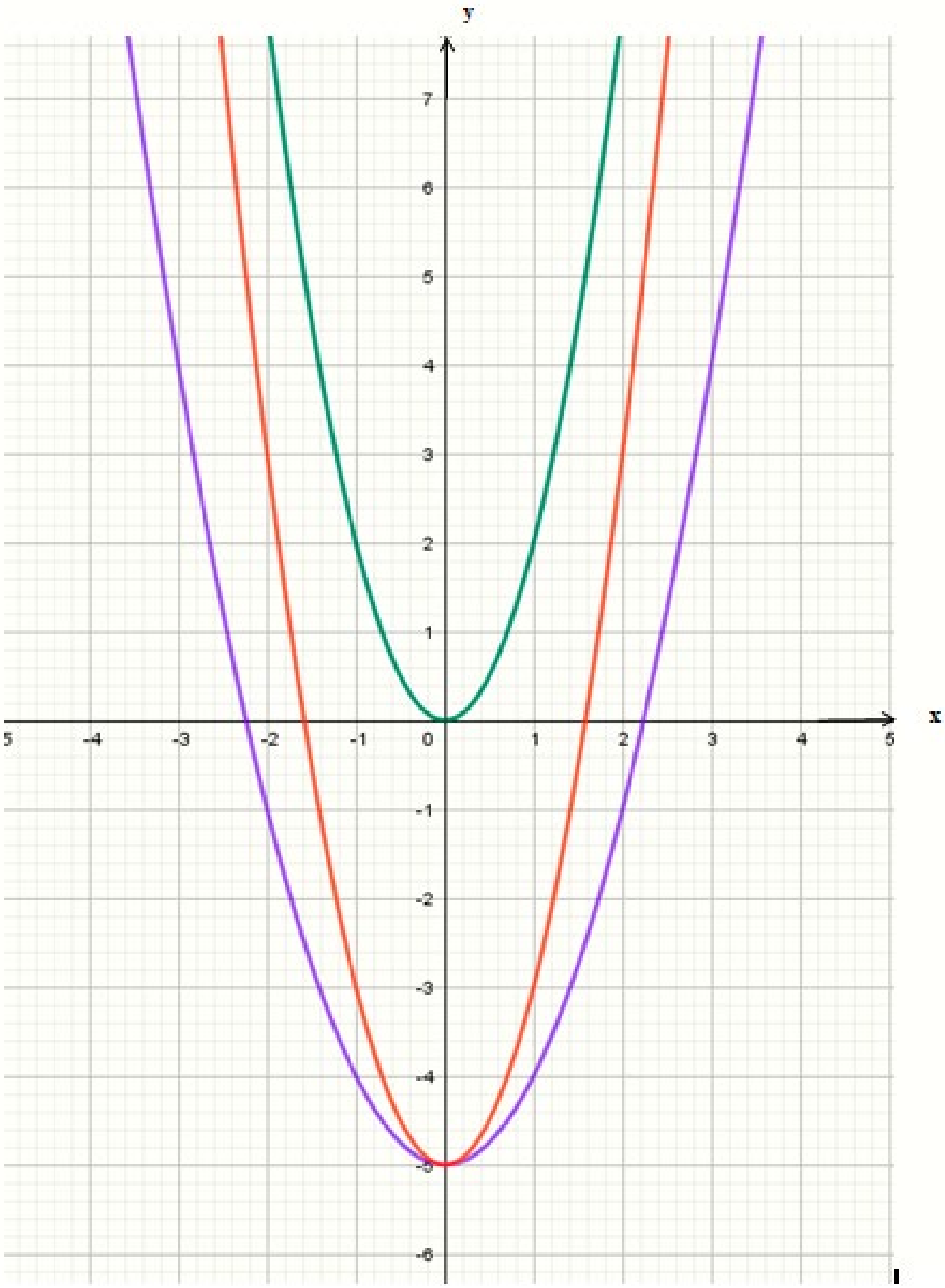
x	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**
y	**$2. (-2)^2$ $2. 4$ 8**	**$2. (-1)^2$ $2. 1$ 2**	**$2. 0^2$ $2. 0$ 0**	**$2. 1^2$ $2. 1$ 2**	**$2. 2^2$ $2. 4$ 8**

g(x) : **$y = x^2 - 5$**

x	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**
y	**$(-2)^2 - 5$ $4 – 5$ -1**	**$(-1)^2 – 5$ $1 – 5$ -4**	**$0^2 – 5$ $0 – 5$ -5**	**$1^2 – 5$ $1 – 5$ -4**	**$2^2 – 5$ $4 – 5$ -1**

h(x) : **$y = 2x^2 - 5$**

x	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**
y	**$2. (-2)^2 – 5$ $2. 4 - 5$ $8 - 5$ 3**	**$2. (-1) – 5$ $2. 1 – 5$ $2 – 5$ -3**	**$2. 0 – 5$ $0 – 5$ -2**	**$2. 1^2 – 5$ $2. 1 – 5$ $2 – 5$ -3**	**$2. 2^2 – 5$ $2. 4 – 5$ $8 – 5$ 3**


y
x
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
5
-4
-3
-2
-1
1
2
3
4
5

3° Retrouve la fonction utilisée pour réaliser le tableau suivant

a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y = f(x)	-6	-4	-2	0	2	4	6	8

f(x) = **2. x**

b)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y = g(x)	-4	-2	0	2	4	6	8	10

g(x) = **2. x + 2**

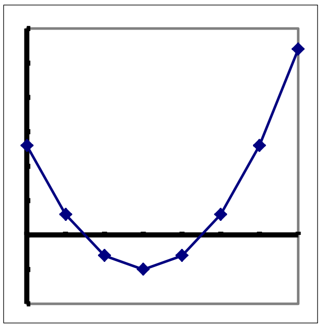
c)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y = h(x)	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8

h(x) = **-2. x**

4° Souligne la bonne réponse

a)



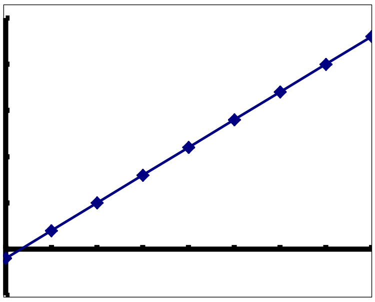
ce graphique a la forme de a) $f(x) = 2x - 3$

b) $f(x) = \frac{3}{x}$

c) $f(x) = 3x^2 - 4$

d) $f(x) = \sqrt{4x - 3}$

b)



ce graphique a la forme de a) $f(x) = 3x^2 + 2$

b) $f(x) = 2x - 1$

c) $f(x) = \frac{1}{x + 2}$

d) $f(x) = \sqrt{x - 1}$

5° Réponds par vrai ou faux et justifie

a) le point (10 ; -16) appartient au graphique de f(x) : y = -2x + 3

Faux car : $-16 \neq -2.\,10 + 3$ $\quad -16 \neq -20 + 3$ $\quad -16 \neq -17$

b) le point (0; 0) appartient au graphique de f(x) : y = 4x

Vrai car : $0 = 4.\,0 = 0$

c) le point (0 ; 0) appartient au graphique de f(x) : y = 2x – 3

Faux car : $0 \neq 2.\,0 - 3$ $\quad 0 \neq -3$

d) le point (0 ; 0) appartient au graphique de f(x) : y = -2x + 3

Faux car : $0 \neq -2.\,0 + 3$ $\quad 0 \neq 0 + 3$ $\quad 0 \neq 3$

e) le point (0 ; 0) appartient au graphique de f(x) : y = x + 1

Faux car : $0 \neq 0 + 1$ $\quad 0 \neq 1$

f) le point (0 ; 0) appartient au graphique de f(x) : y = 5x

Vrai car : $0 = 5.\,0 = 0$

g) le point (0 ; 0) appartient au graphique de f(x) : y = 3x

Vrai car : $0 = 3.\,0 = 3$

h) le point (0 ; 0) appartient au graphique de f(x) : y = - 4x

Vrai car : $0 = -4.\,0 = 0$

6° Trace les droites suivantes (il suffit de calculer 2 points par droite)

a) $d \equiv y = 2x$

x	y
0	2. 0 = 0
1	2. 1 = 2

c) $e \equiv y = 2x + 3$

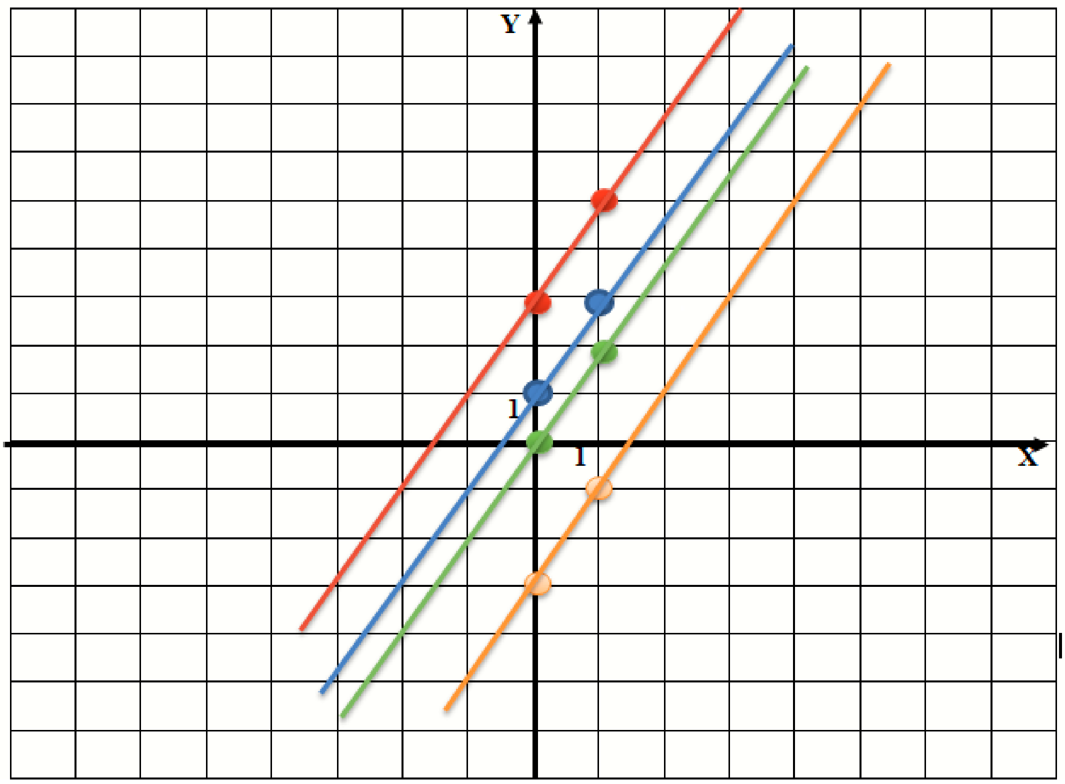
x	y
0	2. 0 + 3 = 3
1	2. 1 + 3 = 5

b) $f \equiv y = 2x + 1$

x	y
0	2. 0 + 1 = 1
1	2. 1 + 1 = 3

d) $g \equiv y = 2x - 3$

x	y
0	2. 0 – 3 = -3
1	2. 1 – 3 = -1



Les droites sont parallèle car elles ont le même coéfficient de x qui est 2

6° <u>**Complète par parallèles // ou sécantes # et justifie.**</u>

a) Soit a ≡ y = 3x + 2 et b ≡ y = 3x – 1

⇒ a et b sont deux droites // car **elles ont le même coéfficient de x qui est 3**

b) Soit a ≡ y = x + 2 et b ≡ y = -x – 1

⇒ a et b sont deux droites # car **elles n'ont pas le même coéfficient de x**

c) Soit a ≡ y = 2x + 2 et b ≡ y = 3x – 1

⇒ a et b sont deux droites # car **elles n'ont pas le même coéfficient de x**

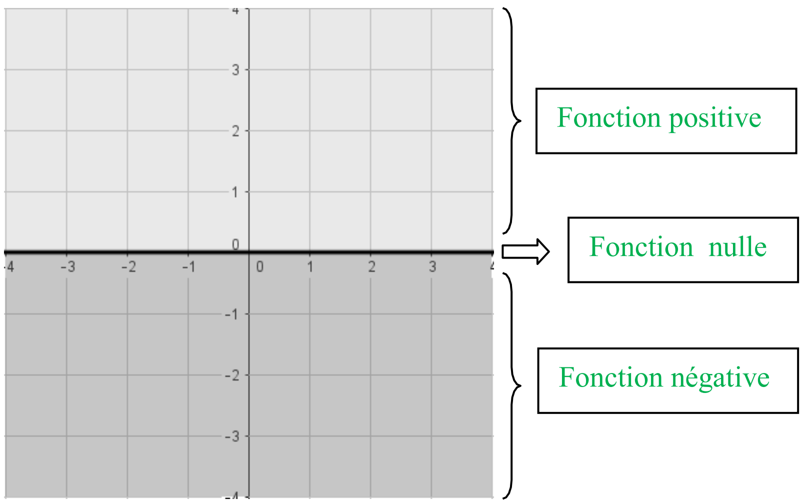
d) Soit f ≡ y = 4x + 2 et g ≡ y = -0,25x + 2

⇒ f et g sont deux droites # car **elles n'ont pas le même coéfficient de x**

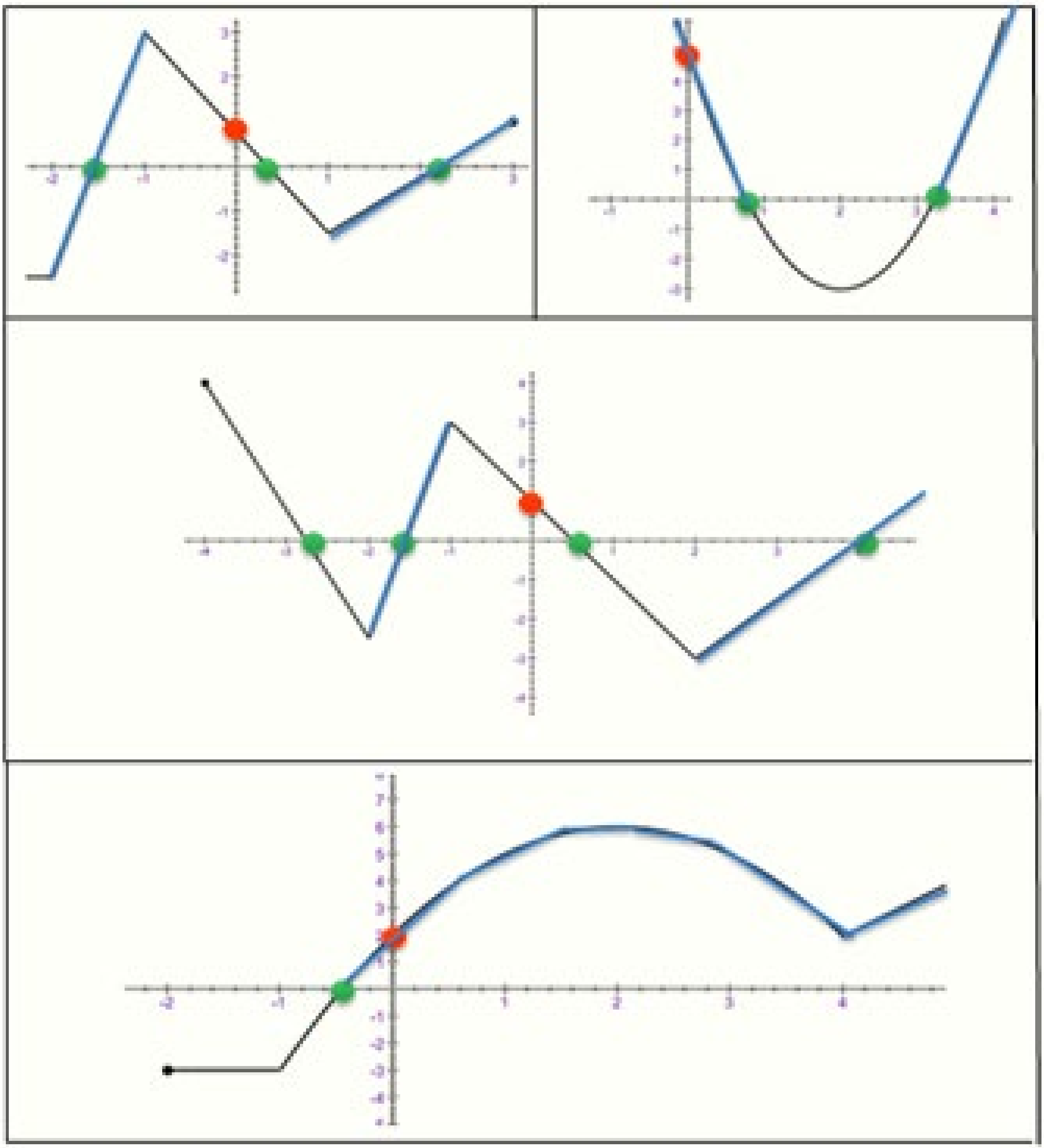
RAPPEL [1] 

Signe d'une fonction

1) **Une fonction est positive si f(x) > 0**
2) **Une fonction est nulle si f(x) = 0**
3) **Une fonction est négative si f(x) < 0**



8° Sur chaque graphique marque en vert les racines (y = 0) , en rouge l'ordonnée à l'origine (x = 0), en bleu f(x) > 0 des fonctions suivantes.

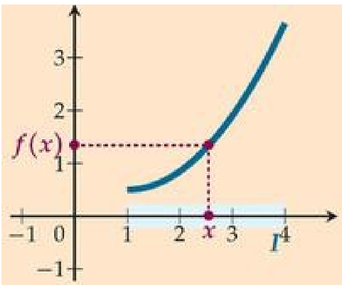


RAPPEL [2]

Variation d'une fonction :

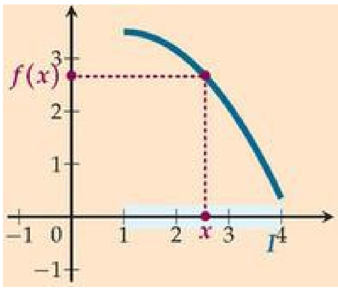
1) **On dit de la fonction f qu'elle est croissante sur un intervalle (I) lorsque :**

- **Si x augmente alors f(x) = y augmente aussi.**

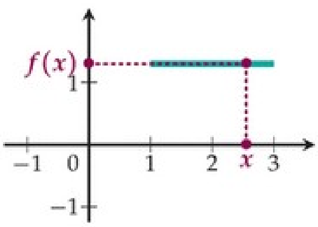


2) **On dit de la fonction f qu'elle est décroissante sur un intervalle (I) lorsque :**

- **Si x augmente alors f(x) = y diminue.**



3) Lorsque sur un intervalle, la courbe est **horizontale**, on dit que la fonction est **constante**. On considère qu'elle est à la fois croissante



9° <u>Voici le tableau de variation d'une fonction *f*.</u>

x	-2		0		0,5		3		$+\infty$
$f(x)$	-1	↘	-2	↗	0	↗	4	↘	

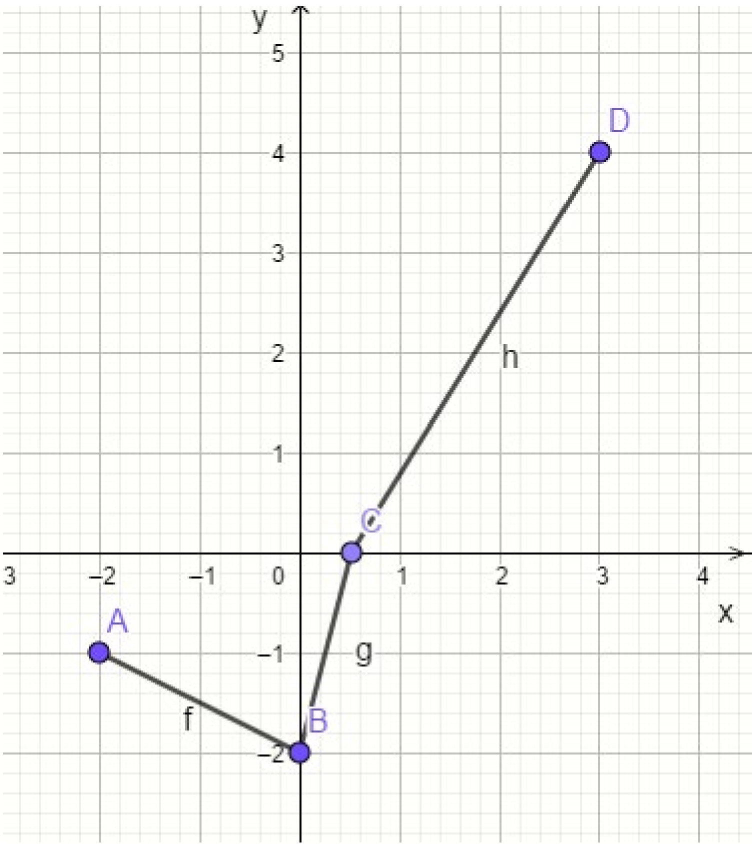
a) La fonction f est-elle :

1. croissante sur [-2 ; 2] ? **Non**
   Sur [0 ; 1] ? **Oui**

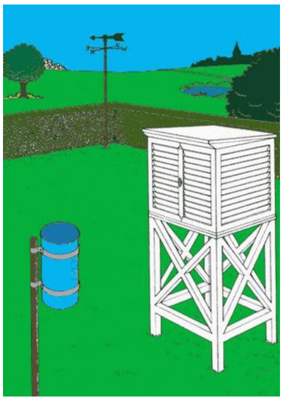
2. décroissante sur [3 ; 10] ? **Oui**
3. sur [-2 : 1] ? **Non**

b) Donne f(0), f (-2) et f(0,5).
f(0) = -2, f(-2) = -1, f(0,5) = 0

c) Trace une courbe C susceptible de représenter la fonction f dans un repère.



10° <u>Aurore a un capteur qui relève les températures en continue. Voici ce qu'elle a obtenu dans son jardin de Saint-Brieuc le lundi 30 décembre 2013 de 6 à 23h.</u>



a) Quand la température est-elle égale à 0 ? **A aucun moment.**

b) Quand la température est- elle positive ? **Toute la journée.**

c) Quand la température est-elle négative ? **A aucun moment**

d) A quelle(s) heure(s) atteint-on

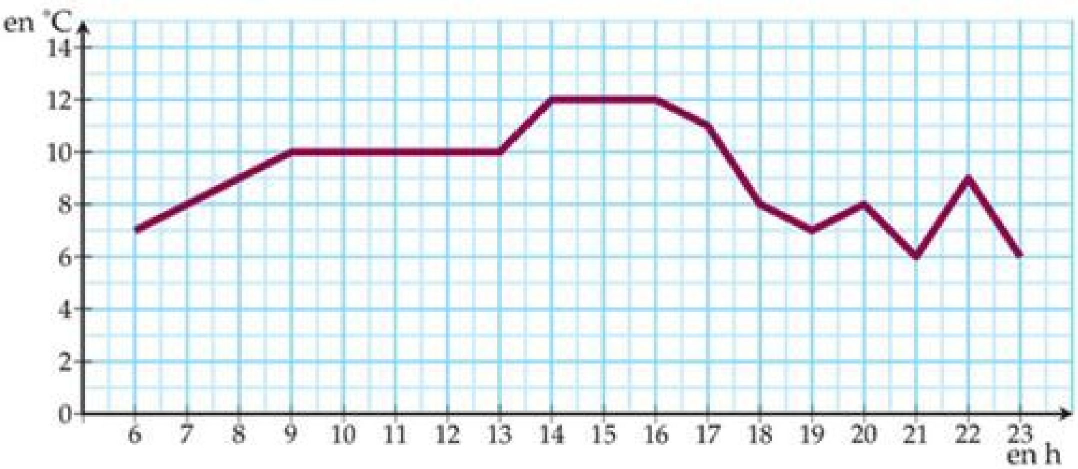
1. température de 8° ? **18h et 20h**
2. la température minimale ? **6°**
3. la température maximale? **12°**

e) Sur quelle(s) tranche(s) horaire(s)

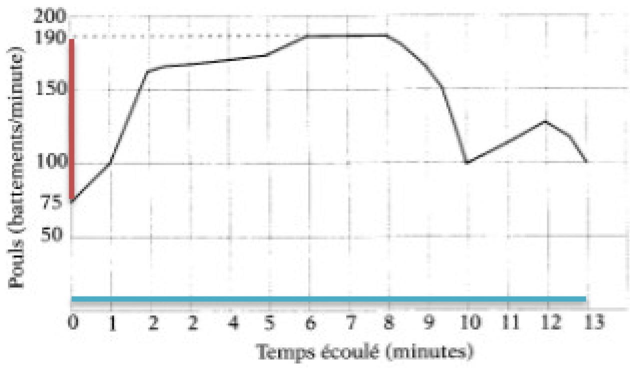
1. la température croît-elle? **6h -9h, 13h - 14h, 19h - 20h, 21h - 22h**
   Décroit-elle? **16h – 19h, 20h – 21h, 22h- 23h**
2. la température reste-t-elle constante ? **9h – 13h, 14h – 16h**

f) Schématise le comportement de cette fonction par un tableau des variations

Heure	6	9	13	14	16	17	18	19	20	21	22	23
Température	7	10	10	12	12	11	8	7	8	6	9	6



11° **<u>Ce graphique montre le pouls de Bogdan pendant un exercice de 13 minutes lors d'un entrainement de mini-foot.</u>**



a) Quel est le domaine de définition ? **Dom f : [0, 13]**

b) Quel est l'ensemble image ? **Img f : [75, 190]**

c) A quel moment le pouls a-t-il été de 100 battements/minute? **Après 1, 10 et 13 minutes**

d) Quand le pouls de Bogdan a-t-il été croissant ? **0 à 6 minutes et 10 à 12 minutes**

e) Quand le pouls de Bogdan a-t-il été constant ? **6 à 8 minutes**

f) Quand le pouls de Bogdan a-t-il été décroissant ? **8 à 10 minutes et 12 à 13 minutes**

g) Quand la croissance a-t-elle été la plus rapide?

h) Représente le tableau des variations

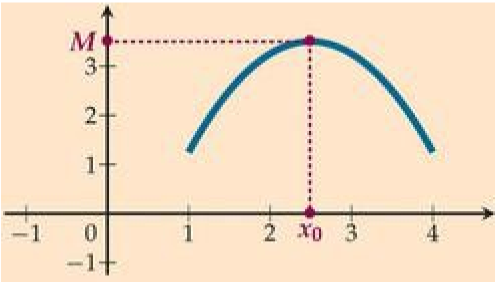
x	0	6	8	10	12	13
f(x)	75	160	160	100	130	100

RAPPEL 3

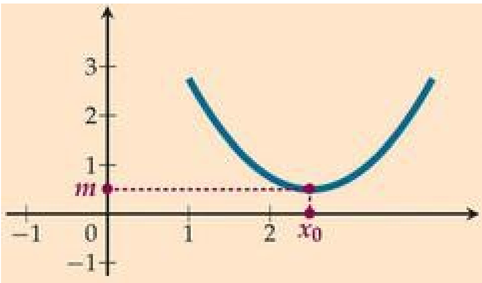
Extremum d'une fonction :

Sur un intervalle I,

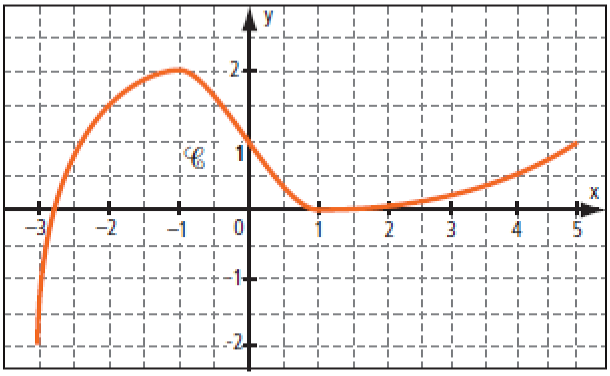
- **le maximum d'une fonction f est la plus grande des valeurs prise par f(x);**



- **le minimum d'une fonction f est la plus petite des valeurs prise par f(x).**



12° <u>Voici le graphique d'une fonction *f* définie dans la domaine [-3 ; 5].</u>



Détermine à l'aide de cette courbe :

a. Le maximum de *f* sur chacun des intervalles

- [-3 ; 5] ; **(-1; 2)**
- [-2 ; 3] ; **(-1; 2)**
- [1 ; 5] ; /

b. Le minimum de *f* sur chacun des intervalles

- [-3 ; 5] ; **(1; 0)**
- [-1 ; 4] ; **(1, 0)**
- [0 ; 2] ; **(1, 0)**

13° <u>Voici le tableau de variation d'une fonction f définie dans le domaine [3 ;6].</u>
<u>Sur chaque intervalle, donne le maximum et le minimum de la fonction f et précise pour quelles valeurs de x ils sont obtenus.</u>

x	-3		-2		1		4		6
f(x)	3	↘	-1	↗	1	↘	0	↗	0,5

	minimum	Maximum	minimum
	x = -2	x = 1	x = 4

14° <u>La courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction *f* détermine</u>

a) le domaine de *f* : **[-3: 5]**

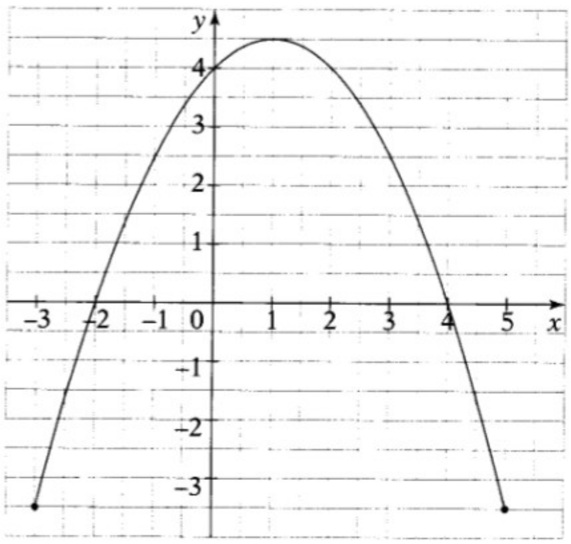
b) l'ensemble image de la fonction *f* : **[-3,5; -4,5]**

c) les racines de la fonction *f* : **x = -2 et x = 4**

d) l'ordonnée à l'origine : **y = 4**

e) quel est son maximum : **M (1 : 4,5)**

f) Quel est son minimum : /

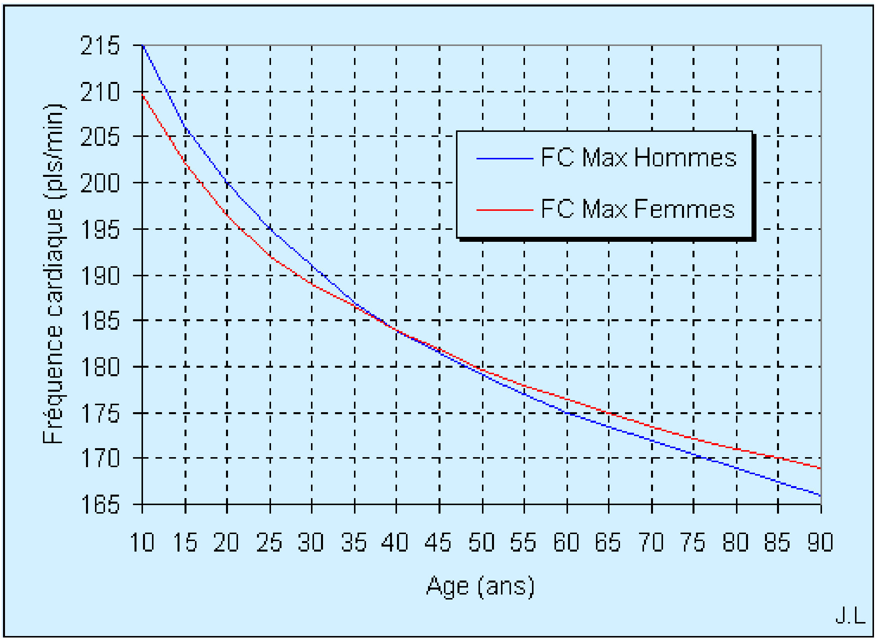


15° Comparaison de la fréquence cardiaque.

La fréquence cardiaque est le nombre de battements cardiaques (ou pulsations) par minute.

Dépasser de façon durable sa fréquence cardiaque maximale au cours d'un effort physique expose à une souffrance musculaire qui va entrainer des crampes et surtout au niveau cardiaque, une souffrance cellulaire dont les conséquences peuvent être dramatiques.

Les courbes ci-dessous proviennent d'une analyse statistique sur 2000 personnes.



a) Quels sont les âges sur lesquels porte cette étude ? **Entre 10 et 90 ans**

b) Sur quel intervalle de pulsations par minute de fréquences se répartissent-elles ? **[165 : 215]**

c) A quel âge la fréquence cardiaque maximale est-elle la même pour les deux sexes ? **40 ans**

d) A quel âge la différence entre les fréquences cardiaques maximales des hommes et celle des femmes est-elle de 5 pulsations par minutes ? **A 10 et 90 ans**

e) Sur quelle période de la vie la fréquence cardiaque maximale est-elle plus élevée chez les hommes que chez les femmes ? **Entre 10 et 40 ans**

B) ÉQUATIONS

DU SECOND DEGRÉ

RAPPEL [4]

- **Résolution d'équation du 2ème degré sous la forme :**

1) $ax^2 + b\,x + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2) D'un produit nul

$(A - B)\,(C + D) = 0$

$(A - B) = 0$ ou $(C + D) = 0$

- **Les produits remarquables**

1) $A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$

2) $A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$

3) $A^2 - B^2 = (A - B)\,(A + B)$

<u>Résous les équations par la méthode la mieux adaptée.</u>

1	$(x-3)(2x+10)=0$ **Produit nul, un des facteurs est nul.** $x-3=0$ ou $2x+10=0$ $x=3$ ou $2x=-10$ $\rightarrow$ $x=-10:2=-5$
2	$8x(x+1)(3x-6)=0$ **Produit nul, un des facteurs est nul.** $8x=0$ ou $x+1=0$ ou $3x-6=0$ $x=0$ ou $x=-1$ ou $3x=-6$ $\rightarrow$ $x=-6:3=-2$
3	$9x^2-24x+16=0$ **Produit remarquable: $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$** $(3x)^2-2.3.4+4^2=0$ $(3x-4)^2=0$ $3x-4=0$ $\rightarrow$ $3x=4$ $\rightarrow$ $x=4/3$
4	$25x^2-4=0$ **Produit remarquable: $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$** $(5x)^2-2^2=0$ $(5x-2)(5x+2)=0$ $5x-2=0$ ou $5x+2=0$ $5x=2$ $\rightarrow$ $x=\frac{2}{5}$ $x=-\frac{2}{5}$
5	$14x-15=-8x^2$ **Discriminant : $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$** $8x+14x-15=0$ $a=8$, $b=14$, $c=-15$ $x=\frac{-14\pm\sqrt{14^2-4.8.(-15)}}{2.8}=\frac{-14\pm\sqrt{196+480)}}{16}=\frac{-14\pm\sqrt{676}}{16}=\frac{-14\pm26}{16}$ $x=\frac{-14+26}{16}=\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$ ou $x=\frac{-14-26}{16}=\frac{-40}{16}=-\frac{5}{2}$
6	$7x^2+2\cdot(-3+x)=4x^2-x$ $7x^2-6+2x-4x^2+x=0$ $3x^2+3x-6=0$ $3(x^2+x-2)=0$ $a=1$, $b=1$, $c=-2$ $x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4.1.(-2)}}{2.1}=\frac{-1\pm\sqrt{1+8)}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{-1\pm3}{2}$ $x=\frac{-1+3}{2}=\frac{2}{2}=1$ ou $x=\frac{-1-3}{2}=\frac{-4}{2}=-2$
7	$25\cdot(1+x^2)=0$ **Produit nul.** $1+x^2=0$ $x^2=-1$ **Equation impossible, pas de solution.**

8	$-x = 3 \cdot (1 - x^2)$ $-x - 3. (1 - x^2) = 0$ $-x - 3 + 3x^2 = 0$ a =3, b =-1, c =-3 $x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.3.(-3)}}{2.3} = \frac{1 \pm \sqrt{1+24)}}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{6} = \frac{1 \pm 5}{6}$ $x = \frac{1+5}{6} = \frac{6}{6} = 1$ ou $x = \frac{1-5}{6} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$
9	$(x + 3)^2 - 25 = 0$ **Produit remarquable: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$** $(x + 3)^2 - 5^2 = 0$ $[(x + 3) - 5] [(x + 3) + 5] = 0$ $(x + 3 - 5) (x + 3 + 5) = 0$ $(x - 2) (x + 8) = 0$ $x - 2 = 0$ ou $x + 8 = 0$ $x = 2$ $x = -8$
10	$36 - (x - 1)^2 = 0$ **Produit remarquable: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$** $6^2 - (x - 1)^2 = 0$ $[6 - (x - 1)] [6 + (x + 3)] = 0$ $(6 - x + 1) (6 + x + 3) = 0$ $(-x + 7) (x + 9) = 0$ $-x + 7 = 0$ ou $x + 9 = 0$ $x = 7$ $x = -9$
11	$(2x + 3)^2 - (4 - x)^2 = 0$ **$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$** $[(2x + 3) - (4 - x)] [(2x + 3) + (4 - x)] = 0$ $(2x + 3 - 4 + x) (2x +3 + 4 - x) = 0$ $(3x - 1) (x + 7) = 0$ $3x - 1 = 0$ ou $x + 7 = 0$ $3x = 1$ ou $x = -7$ $x = 1/3$
12	$4x^2 - 12 = 0$ **Mise en évidence** $4 (x^2 - 3) = 0$ **Produit nul** $x^2 - 3 = 0$ $x^2 = 3$ $x = \sqrt{3}$ ou $x = - \sqrt{3}$
13	$2x^2 + 8x = 0$ **Mise en évidence** $2x (x + 4) = 0$ **Produit nul** $2x = 0$ ou $x + 4 = 0$ $x = 0$ $x = -4$

14	$-2x + 4\,(x^2 + 1) = 0$ $2.\,[-x + 2.\,(x^2 + 1)] = 0$ $[x + 2.\,(x^2 + 1)] = 0$ $x + 2 + 2x^2 + 2 = 0$ $2x^2 - x + 4 = 0 \quad a = 2,\ b = -1,\ c = 4$ $x = \frac{1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4.2.4}}{2.2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-32)}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{-31}}{4}$ **Equation impossible car $\sqrt{-31}$ n'existe pas. Pas de solution**
15	$115 + 3x \cdot (-13 + x) = 7$ $115 - 39\,x + 9x^2 - 7 = 0$ $9x^2 - 39x + 108 = 0$ **Mise en évidence** $3.\,(3x - 13x + 36) = 0$ $3x - 13x + 12 = 0 \quad a = 3,\ b = -13,\ c = 12$ $x = \frac{13 \pm \sqrt{(-13)^2 - 4.3.12}}{2.3} = \frac{13 \pm \sqrt{169-144)}}{6} = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{6} = \frac{13 \pm 5}{6}$ $x = \frac{13+5}{6} = \frac{18}{6} = 3$ ou $x = \frac{13-5}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$
	$(x - 4)\,(2x - 1) + (3x - 2)\,(-x + 2) = 0$ $x.\,(2x - 1) - 4.\,(2x - 1) + 3x.\,(-x + 2) - 2.\,(-x + 2) = 0$ $x.2x + x.\,(-1) - 4.2x - 4(-1) + 3x.\,(-x) + 3.2 - 2(-x) - 2.2 = 0$ $2x^2 - x - 8x + 4 - 3x^2 + 6x + 2x - 4 = 0$ $-x^2 - x = 0$ **Mise en évidence** $-x.\,(x + 1) = 0$ **Produit nul** $-x = 0$ ou $x + 1 = 0$ $X = 0 \qquad x = -1$
17	$49 = 36x^2$ $49 - 36x^2 = 0$ **$a^2 - b^2 = (a - b)\,(a + b)$** $7^2 - (6x)^2 = 0$ $(7 - 6x).\,(7 + 6x) = 0$ $7 - 6x = 0$ ou $7 + 6x = 0$ $-6x = -7 \qquad 6x = -7$ $x = \frac{7}{6} \qquad x = -\frac{7}{6}$
18	$x.\,(3x - 1)^2 = 0$ **Produit nul.** $x = 0$ ou $(3x - 1)^2 = 0$ $3x - 1 = 0$ $3x = 1$ $x = \frac{1}{3}$