3G : Correctif Révisions de printemps

A) Equations et problèmes

1° Résous les équations suivantes.

a) $x + 3 = 5$ $x = 5 - 3$ $x = 2$	b) $3x = 4$ $x = \frac{4}{3}$	c) $-6x = 3$ $x = \frac{3}{-6} = \frac{-1}{2}$
d) $5 = x - 2$ $x = 5 + 2$ $x = 7$	e) $4x = 0$ $x = \frac{0}{4} = 0$	f) $x + \frac{1}{2} = -\frac{1}{5}$ $x = -\frac{1}{2} - \frac{1}{5}$ $x = \frac{-1.5 - 1.2}{10} = \frac{-7}{10}$
g) $\frac{x}{7} = -1$ $x = -1.\ 7 = -7$	h) $\frac{-5}{3}x = 4$ $x = \frac{4.\ 3}{-5} = \frac{-12}{5}$	i) $\frac{x}{2} = 5$ $x = 5.\ 2 = 10$

j) $5x - 2 = 0$

$5X = 0 + 2$

$X = \frac{2}{5}$

k) $-1 = x + \frac{2}{3}$

$X = -1 - \frac{2}{3}$

$X = \frac{-1.3 - 2}{3} = \frac{-5}{3}$

l) $5x + 7 = 4x + 5$

$5x - 4x = 5 - 7$

$X = -2$

m) $3.(x - 1) = -4.(2x + 3)$

$3x - 3 = -8x - 12$

$3x + 8x = -12 + 3$

$11x = -9$

$x = \frac{-9}{11}$

n) $1 - 4x = x - 4$

$-4x - x = -4 - 1$

$-5x = -5$

$x = \frac{-5}{-5} = 1$

o) $-(5 + x) + 3.(2x - 1) = 5 + (-x + 1)$

$-5 - x + 6x - 3 = 5 - x + 1$

$-x + 6x + x = 5 + 1 + 5 +$

$6x = 14$

$x = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$

p) $2{,}9x + 0{,}6x = 25 - 2{,}8x$

$2{,}9x + 0{,}6x + 2{,}8x = 25$

$0{,}7x = 25$

$X = \frac{25}{0{,}7} = 35{,}7$

q) $-2x + 7 = 4.(x - 5) + (-6x)$

$-2x + 7 = 4x - 20 - 6x$

$-2x - 4x + 6x = -20 - 7$

$0x = -27$

$0 \neq -27$

Pas de solution

C'est une équation impossible.

r) $5x - (3x + 12) = -2.(6 - x)$

$5x - 3x - 12 = -12 + 2x$

$5x - 3x - 2x = -12 + 12$

$0x = 0$

$0 = 0$

Il existe une infinité de solutions

C'est une équation indéterminée.

s) $\frac{2}{3} \cdot (5x - 1) - \frac{x+2}{4} = \frac{x-1}{2} - 1$

$$\frac{2}{3} \cdot 5x - \frac{2}{3} \cdot 1 - \frac{x+2}{4} = \frac{x-1}{2} - 1$$

$$\frac{10x}{3} - \frac{2}{3} - \frac{x}{4} - \frac{2}{4} = \frac{x}{2} - \frac{1}{2} - 1$$

$$\frac{10x}{3} - \frac{x}{4} - \frac{x}{2} = \frac{2}{3} + \frac{2}{4} - \frac{1}{2} - 1$$

$$\frac{40x - 3x - 6x}{12} = \frac{8 + 6 - 6 - 12}{12}$$

$$31x = -4 \Longrightarrow x = \frac{-4}{31}$$

t) $\frac{X}{2} - 1 = \frac{x}{3} - \frac{1}{3}$

$$\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = -\frac{1}{3} + 1$$

$$\frac{3x - 2x}{6} = \frac{-1 + 3}{3}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{2}{3} \cdot 6 = 2 . 2 = 4$$

u) $\frac{2x}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2}{3} - \frac{x}{2}$

$$\frac{2x}{3} + \frac{x}{2} = \frac{-1}{4} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{8x + 6x}{12} = \frac{-3 + 8}{12}$$

$$\frac{14x}{12} = \frac{5}{12}$$

$$14x = 5 \Longrightarrow x = \frac{5}{14}$$

v) $\frac{x}{2} - \frac{2x-5}{6} = \frac{1}{3}$

$$\frac{x}{2} - \frac{2x}{6} + \frac{5}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{x}{2} - \frac{2x}{6} = \frac{1}{3} - \frac{5}{6}$$

$$\frac{3x - 2x}{6} = \frac{2 - 5}{6}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{-3}{6} \Longrightarrow x = -3$$

w) $\frac{2x-3}{5} = \frac{x-5}{2} \Longrightarrow \frac{4x - 6}{10} = \frac{5x - 25}{10} \Longrightarrow 4x - 6 = 5x - 25$

$$4x - 5x = -25 + 6 \Longrightarrow -x = -19 \Longrightarrow x = 19$$

2° Résous les problèmes et fais la preuve des 2 premiers.

a) En additionnant un nombre, son double et son triple, on trouve 126. Quel est ce nombre ?

- Inconnue : **x est le nombre**
- Équation : $x + 2x + 3x = 126$
- Résolution : $6x = 126$

$$x = \frac{126}{6} = 21$$

- Solution : **21 est le nombre.**
- Preuve : $21 + 2.\ 21 + 3.\ 21 = 126$

$$21 + 42 + 63 = 126$$

$$126 = 126$$

b) Un randonneur décide de s'entraîner pendant 4 jours. Il se fixe comme objectif de parcourir 90 km durant ces 4 jours en augmentant chaque jour la distance parcourue la veille de 5 km. Quelle distance doit-il parcourir le premier jour ?

- Inconnue : **x est la distance parcourue le premier jour par le randonneur.**
- Équation et résolution : $x + (x + 5) + (x + 10) + (x + 15) = 90$

$$4x + 30 = 90$$

$$4x = 90 - 30$$

$$x = \frac{60}{4} = 15$$

- Solution du problème : **le premier jour le randonneur a parcouru 15 km.**
- Preuve : $15 + 20 + 25 + 30 = 90$

$$90 = 90$$

c) Un cycliste pèse 55 kg de plus que son vélo. Ils pèsent ensemble 77 kg. Quel est le poids du vélo ?

- Inconnue : x est le poids (masse) du vélo.
- Équation et résolution : $x + 55 = 77$

  $x = 77 - 55 = 22$
- Solution du problème : le vélo pèse (à une masse) de 22kg

d) Cinq échalotes et trois oignons pèsent ensemble 506 g. Sachant qu'une échalote pèse moitié moins qu'un oignon, calcule la masse de chaque légume.

- Inconnue : x est la masse d'une échalote, 2x est la masse d'un oignon.
- Équation et résolution : $5x + 3.\ 2x = 506$

  $5x + 6x = 506$

  $11x = 506$

  $x = \frac{506}{11} = 46$
- Solution du problème : une échalote pèse (à une masse) de 46g et

  un oignon a une masse de $2.\ 46 = 92$g

e) Un père a 31 ans et son fils 5 ans. Dans combien d'années, l'âge du père sera-t-il le triple de celui de son fils ?

- Inconnue : x est le nombre d'année pour que le père ait le triple de l'âge du fils.
- Équation et résolution : $31 + x = 3.\ (5 + x)$

  $31 + x = 15 + 3x$

  $x - 3x = 15 - 31$

  $-2x = -16$

  $x = \frac{-16}{-2} = 8$
- Solution du problème : dans 8 ans le père aura le triple de l'âge de son fils.

f) Un père et son fils ont ensemble 41 ans. Si tu sais que le père a 25 ans de plus que son fils, détermine l'âge de chacun.

- Inconnue : x est l'âge du fils et x + 25 est l'âge du père.
- Équation et résoudre : $x + x + 25 = 41$

$$2x = 41 - 25$$

$$2x = 16$$

$$x = \frac{16}{2} = 8$$

- Solution du problème : le fils a 8 ans et le père 8 + 25 = 33 ans

g) Deux angles sont supplémentaires et l'un d'entre eux mesure 20° de plus que l'autre. Détermine l'amplitude des deux angles.

- Inconnue : x est l'amplitude d'un angle et x + 20
- Équation et résolution : $x + x + 20 = 180$

$$2x = 180 - 20$$

$$x = \frac{160}{2} = 80$$

Solution du problème : un angle à une amplitude de 80° et l'autre de 80° + 20° = 100°

h) Dans un triangle isocèle, l'amplitude de l'angle au sommet vaut 30° de plus que celle de chacun des angles à la base. Calcule l'amplitude des angles de ce rectangle.

- Inconnue : x est l'amplitude de chaque angle à la base et x + 30 est celle du sommet.
- Équation et résolution : $x + x + x + 30 = 180$

$$3x = 180 - 30$$

$$X = \frac{150}{3} = 50$$

- Solution du problème : l'amplitude des angles à la base vaut 50° et celle du sommet vaut 50° + 30° = 80°

3° Transformation de formules

a) Isole c en sachant que :

$$V = \frac{c^2 \, . \, h}{3}$$

$c^2 . \ h = 3V$

$c^2 = \frac{3V}{h}$

$c = \sqrt{3V/h}$

b) Isole B en sachant que :

$$V = \frac{B \, . \, h}{3}$$

$B. \ h = 3V$

$B = \frac{3V}{h}$

c) Isole t en sachant que

$V_0 + a. \, t = V$

$a.t = V - V_0$

$t = \frac{V - V0}{a}$

d) Isole c en sachant que :

$$x = \frac{-b + c^2}{2a}$$

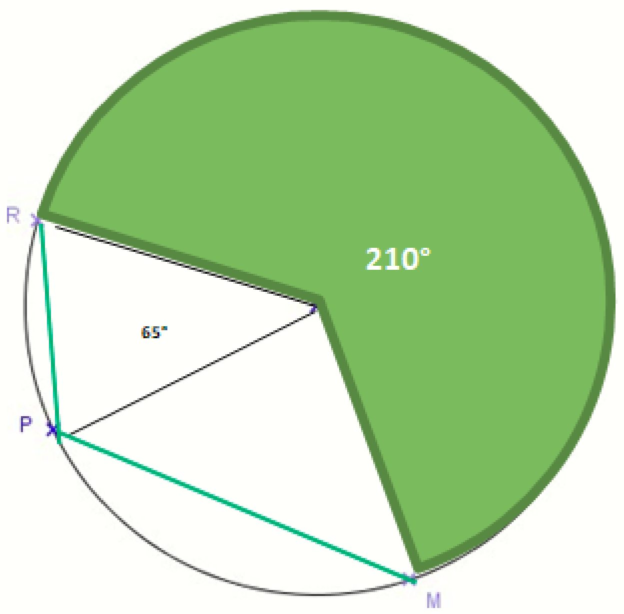
$-b + c^2 = 2a. \ x$

$c^2 = 2ax + b$

$c = \sqrt{2ax + b}$

B) CORRECTIF LES ANGLES

1° **On considère la figure suivante, les points R, P et M sont sur le cercle de centre O.**



a) Sachant que ROP = 65°, déterminer la mesure de l'angle RMP.

b) **Colorier** l'angle au centre associé à l'angle inscrit RPM.

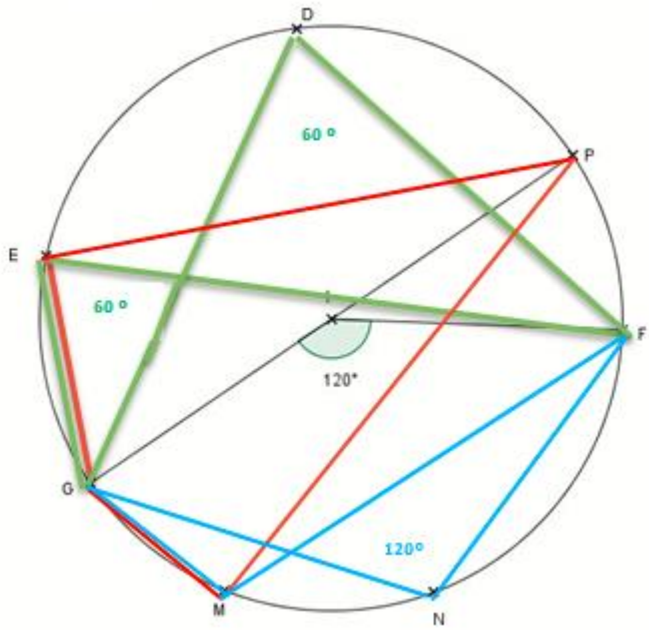
c) Colorier l'arc de cercle intercepté par l'angle inscrit RPM.

d) Sachant que RPM = 105°, déterminer, en justifiant, la mesure de l'angle au centre associé à l'angle inscrit RPM.

La mesure de l'angle au centre (ROM) vaut le double de la mesure de l'angle inscrit interceptant le même arc (RM). Donc 105° . 2 = 210°

2° On considère la figure ci-dessous dans laquelle :

- **Les points E, D, P, F, N, M et G appartiennent au cercle de centre I.**
- **Le segment [GP] est un diamètre du cercle.**



a) Démontrer que la mesure de l'angle GEF est égale à celle de l'angle GDF

Quelle est cette mesure ? Justifier.

- **GIF est un angle au centre qui intercepte l'arc GF, son amplitude est de 120°**
- **GEF et GDF sont des angles qui interceptent le même arc que l'angle GIF.**
- **Alors, ces 2 angles ont la même amplitude qui vaut la moitié de l'angle au centre interceptant le même arc.**

$$|\widehat{GEF}| = |\widehat{GDF}| = \frac{1}{2}|\widehat{GIF}| = 60°$$

b) Démontrer que la mesure de l'angle GEP est égale à celle de l'angle GMP.
Quelle est cette mesure ? Justifier.

- **Les triangles GEP ont comme côté un diamètre donc ils sont rectangles en E et M. Donc l'amplitude des angles GEP et GMP est de 90°**

Ou d'une façon :

- **On peut aussi le démontrer par l'amplitude de l'angle au centre GIP (180°) vaut le double de celle des angles GEP et GMP interceptant le même arc GP.**
  Donc 180° : 2 = 90°

c) Démontrer que la mesure de l'angle GMF est égale à celle de l'angle GNF.
Calculer la mesure de GMF. Justifier.

- **L'angle GMF et GNF interceptent le même arc GF (passant par D) donc ils ont la même amplitude.**

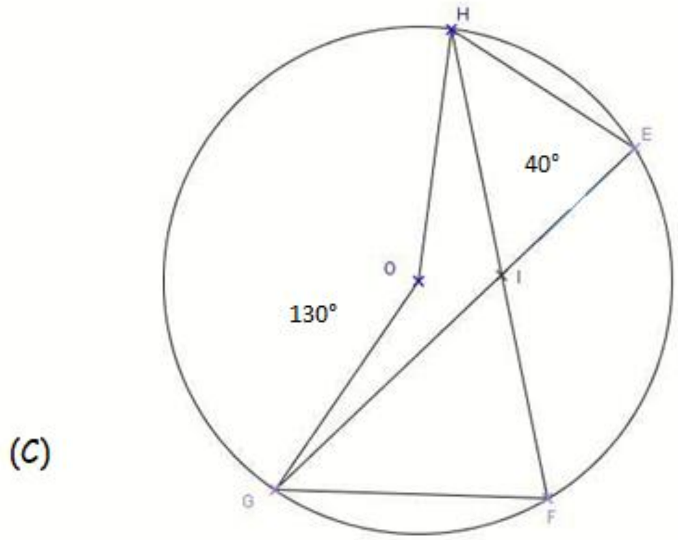
- **L'amplitude de l'angle inscrit GMF interceptant le même arc que l'angle au centre GIF en vaut la moitié.**
  L'amplitude de l'angle GIF = 360° - 120° = 240°
  L'amplitude de l'angle GMF = $\frac{1}{2}$ 240° = 120°

3° Sur la figure ci-dessous :

Les points E, F, G et H sont sur le cercle (C) de centre O.

Les droites (FH) et (EG) sont sécantes au point I.

L'amplitude de l'angle HOG = 130° et celle de EHF = 40°



Calculer en justifiant la mesure de chaque angle du triangle FGI.

- **L'angle GOH est un angle au centre qui intercepte l'arc GH**
- **Les angles inscrits GFH et GEH interceptent le même arc GH.**

  Donc leur amplitude vaut la moitié de celle de l'angle au centre GOH.

  Amplitude des angles GFH et GEH vaut 130° : 2 = 75° chacun.
- **Dans le triangle EIH, on connait l'amplitude 2 angles qui font 40° et 75° donc le 3ème vaut : 180° - 40°- 75° = 65°**
- **L'angle I à la même amplitude que l'angle GIH car ils sont opposés par le sommet.**

  Dans le triangle FGI, on connait l'amplitude de 2 angles qui font 40° et 75° et le 3ème vaut 65°.
- **Les 2 triangles sont semblables car ils ont 3 angles de même amplitude.**

C) Les polynômes

1° Complète le vocabulaire

a) $3x^2$, $\frac{1}{4}y^3$, $\frac{-3x^3}{8}$, 9 a sont des **monômes.**

b) $2x^2$ est un monôme de variable **x** de coefficient **2** et de partie littérale **x^2**

c) $\frac{y^3}{4}$ est un monôme de variable **y** de coefficient **$\frac{1}{4}$** et de partie littérale y^3

d) $-x^4$ est un monôme de variable **x** de coefficient **-1** et de partie littérale x^4

e) $4x^3 - x^2 - 5x + 7$ est un **polynôme**

7 est le **terme indépendant** 3 est le **degré du polynôme**

f) Quelle est la différence entre ces deux polynômes ?

$2x^3 - 3x^2 - 5x + 4$ est **ordonné et complet**

$5x^3 - 2x^2 + 4x - 2x^3 + 3x - 5$ est **un polynôme qui n'est pas ordonné**

g) Quel est l'intrus ? Pourquoi ?

$A(x) = \frac{-4}{3}x^3 + 2x^2 + 4x - 5$ **ce sont les 3 mêmes polynômes,**

$B(x) = -5 + 4x + 2x^2 - \frac{4}{3}x^3$ **seul le 1er est ordonné.**

$C(x) = 2x^2 - 5 + 4x - \frac{4}{3}x^3$

h) Que peux-tu dire de ces polynômes ?

A(x) = $y^6 + 3y^5 - 2y^4 + 3y^3 + \frac{y^2}{2} - y + 7$ **il est complet et ordonné**

B(x) = $y^6 + 3y^5 - 2y^4 + \frac{y^2}{2} - y + 7$ **il est incomplet et ordonné**

2° Réduis et ordonne les expressions suivantes.

a) $(2a + 3) + (3a - 4) = \mathbf{2a + 3 + 3a - 4 = 5a - 1}$

b) $(3a - 1) + (-a + 3) - (a + 4) = \mathbf{3a - 1 - a + 3 - a - 4 = a - 2}$

c) $-3a + (2a - 4) - (-a + 1) = \mathbf{-3a + 2a - 4 + a - 1 = -5}$

d) $(3a^4 - 4a + 5) - (-a^4 + a^2 - 4a - 8) = \mathbf{3a^4 - 4a + 5 + a^4 - a^2 + 4a + 8 = 4a^4 - a^2 + 13}$

e) $5a - (a - 5a^2 + 4) + (-5a^2 + 2) = \mathbf{5a - a + 5a^2 - 5a^2 + 2 = 4a + 2}$

f) $P(a) = 4a^3 + 6a - \frac{1}{2} a^7 + 100 a^4 - 10 a = \mathbf{- \frac{1}{2} a^7 + 100 a^4 + 4a^3 - 4a}$

g) $Q(x) = 4 - x^3 + 5 + 2x^2 = \mathbf{- x^3 + 2x^2 + 9}$

h) $R(Y) = -5 + 0{,}2 y + y^3 + \frac{y^9}{10} - \frac{5}{3} y^7 - y = \mathbf{\frac{y^9}{10} - \frac{5}{3} y^7 + y^3 - 0{,}8y - 5}$

3° Ecris

a) Un polynôme en x, de degré 5, réduit, complet et ordonné suivant les puissances croissantes de x.

$- 1 - x - 3x^2 + 5x^3 + x^4 - 2x^5$

b) Un polynôme A(y), du second degré, réduit, non complet et ordonné suivant les puissances décroissantes de y.

$A(y) = Y^2 + 1$

c) Un polynôme en a, de degré 3, réduit, complet, ordonné suivant les puissances croissantes de a et dont les coefficients sont tous -2.

$-2 - 2a - 2a^2 - 2a^3$

4° Calcule la valeur numérique de ces polynômes

$P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 5x + 4$

$Q(a) = \frac{1}{2} a^7 + 100 a^4 + 4a^3 - 4a$

$R(Y) = \frac{y^9}{10} - \frac{5}{3}y^7 + y^3 - 0{,}8y - 5$

$P(3) = 2.\ 3^3 - 3.\ 3^2 - 5.\ 3 + 4 = 2.\ 8 - 3.\ 9 - 15 + 4 = 16 - 27 - 11 = -22$

$P\left(\frac{-3}{2}\right) = 2.\ \left(\frac{-3}{2}\right)^3 - 3.\ \left(\frac{-3}{2}\right)^2 - 5.\ \frac{-3}{2} + 4 = 2.\ \frac{-27}{8} - 3.\ \frac{9}{4} - \frac{15}{2} = \frac{-27}{4} - \frac{-27}{4} - \frac{15}{2}$

$= \frac{-54}{4} - \frac{15}{2} = \frac{-27}{2} - \frac{15}{2} = \frac{-42}{2} = -21$

$Q(-2) = \frac{1}{2}.\ (-2)^7 + 100.\ (-2)^4 + 4.\ (-2)^3 - 4.\ (-2) = \frac{1}{2}.\ (-128) + 100.\ 16 + 8$

$= -64 + 1600 + 8 = 1544$

$Q(1) = \frac{1}{2}.\ 1^7 + 100.\ 1^4 + 4.\ 1^3 - 4.\ 1 = \frac{1}{2} + 100 + 4 - 4 = \frac{1}{2} + 100 = \frac{1}{2} + \frac{200}{2} = \frac{201}{2}$

$R(-1) = \frac{(-1)^9}{10} - \frac{5}{3}.(-1)^7 + (-1)^3 - 0{,}8.\ (-1) - 5 = \frac{-1}{10} - \frac{5}{3}.\ (-1) + 0{,}8 - 5$

$= \frac{-1}{10} + \frac{5}{3} - 4{,}2 = \frac{-3}{30} + \frac{50}{30} - \frac{126}{30} = \frac{-79}{30}$

$R(0) = \frac{0^9}{10} - \frac{5}{3}.0^7 + 0^3 - 0{,}8.\ 0 - 5 = \frac{0}{10} - \frac{5}{3}.0 + 0 - 0 - 5 = 0 - 0 - 5 = -5$

<u>5° Voici 6 polynômes en x, effectue les opérations demandées.</u>

$A(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 - 3x - 2$ $\quad$ $B(x) = 2x^3 - x^2 + 3$ $\quad$ $C(x) = -3x^4 + 6x + 6$

$D(x) = x^4 + \frac{1}{4}x^3 - 2x + \frac{1}{5}$ $\quad$ $E(x) = x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}$ $\quad$ $F(x) = 3x^2$

a) $A(x) + B(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 - 3x - 2 + 2x^3 - x^2 + 3 = x^4 - 2x^3 - 3x + 1$

b) $3A(x) - 2C(x) = 3.\ (x^4 - 4x^3 + x^2 - 3x - 2) - 2.\ (-3x^4 + 6x + 6)$

$= 3.\ (x^4 - 4x^3 + x^2 - 3x - 2) - 2.\ (-3x^4 + 6x + 6)$

$= 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 - 9x - 6 + 2x^4 - 12x - 12$

$= 5x^4 - 12x^3 + 3x^2 - 21x - 18$

c) $-6E(x) + F(x) = -6.(x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}) + 3x^2 = -6x^2 - \frac{6}{2}x - \frac{18}{3} + 3x^2 = -3x^2 - 3x - 6$

d) $3B(x).\ 2D(x) = 6.\ B(x).\ D(x) = 6.\ (2x^3 - x^2 + 3).\ (x^4 + \frac{1}{4}x^3 - 2x + \frac{1}{5})$

$= (12x^3 - 6x^2 + 18).\ (x^4 + \frac{1}{4}x^3 - 2x + \frac{1}{5})$

Distributivité :

$12x^3.\ (x^4 + \frac{1}{4}x^3 - 2x + \frac{1}{5}) = 12x^3.\ x^4 + 12x^3.\ \frac{1}{4}x^3 + 12x^3.\ (-2x) + 12x^3.\ \frac{1}{5}$

$= 12x^7 + \frac{12}{4}x^6 - 24x^4 + \frac{12}{5}x^3$

$-6x^2.\ (x^4 + \frac{1}{4}x^3 - 2x + \frac{1}{5}) = -6x^2.\ x^4 - 6x^2.\ \frac{1}{4}x^3 - 6x^2.\ (-2x) - 6x^2.\ \frac{1}{5}$

$= -6x^6 - \frac{6}{4}x^5 + 12x^3 - \frac{6}{5}x^2$

$18.\ (x^4 + \frac{1}{4}x^3 - 2x + \frac{1}{5}) = 18.\ x^4 + 18.\ \frac{1}{4}x^3 + 18.\ (-2x) + 18.\ \frac{1}{5}$

$= 18x^4 + \frac{18}{4}x^3 - 36x + \frac{18}{5}$

$= 12x^7 + \frac{12}{4}x^6 - 24x^4 + \frac{12}{5}x^3 - 6x^6 - \frac{6}{4}x^5 + 12x^3 - \frac{6}{5}x^2 + 18x^4 + \frac{18}{4}x^3 - 36x + \frac{18}{5}$

$= 12x^7 + 3x^6 - x^6 - \frac{6}{4}x^5 - 6x^4 + 12x^3 + \frac{9}{2}x^3 - \frac{6}{5}x^2 - 36x + \frac{18}{5}$

$= 12x^7 + 2x^6 - \frac{6}{4}x^5 - 6x^4 + \frac{24}{2}x^3 + \frac{9}{2}x^3 - \frac{6}{5}x^2 - 36x + \frac{18}{5}$

$= 12x^7 + 2x^6 - \frac{6}{4}x^5 - 6x^4 + \frac{33}{2}x^3 - \frac{6}{5}x^2 - 36x + \frac{18}{5}$

e) $B(x).\ C(x) = (2x^3 - x^2 + 3).\ (-3x^4 + 6x + 6) = -6x^7 + 3x^4 + 6x^3 - 6x^2 + 18x + 18$

Distributivité :

$2x^3.\ (-3x^4 + 6x + 6) = -6x^7 + 12x^4 + 12x^3$

$-x^2.\ (-3x^4 + 6x + 6) = -3x^6 - 6x^3 - 6x^2$

$3.\ (-3x^4 + 6x + 6) = -9x^4 + 18x + 18$

6° Vrai ou faux? Justifie.

a) $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ Faux

Développons : $(a + b)^2 = (a + b).(a + b) = a.(a + b) + b.(a + b)$

$= a.a + a.b + b.a + b.b = a^2 + ab + ab + b^2$

$= a^2 + 2ab + b^2$

b) $(a - b).(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$ Vrai

Développons : $(a - b).(a - b) = a.(a - b) + b.(a - b)$

$= a.a + a.(-b) + b.a - b.(-b)$

$= a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

c) $(a - b)^2 = a(a - 2b) + b^2 = a.a + a.(-b) + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$ Vrai

7° Développe en utilisant les produits remarquables.

$(A + B)^2 = A^2 + 2.A.B + B^2$	$(A - B)^2 = A^2 - 2.A.B + B^2$	$(A - B).(A + B) = A^2 - B^2$

a) $(3x + 2)^2 = (3x)^2 + 2.3x.2 + 2^2 = 9x^2 + 12x + 4$

b) $(2ab + c)^2 = (2ab)^2 + 2.2ab.c + c^2 = 4a^2b^2 + 4abc + c^2$

c) $(20a^2 + 15b^3)^2 = (20a^2)^2 + 2.20a^2.15b^3 + (15b^3)^2 = 400a^4 + 600a^2b^3 + 225$

d) $(100 - x)^2 = 100^2 - 2.100.x + x^2 = 10\ 000 - 200x + x^2$

e) $(7abc - 9bcd)^2 = (7abc)^2 - 2.7abc.9bcd + (9bcd)^2$

$= 49a^2b^2c^2 - 126ab^2c^2d + 81b^2c^2d^2$

f) $(4a^3x^6 - 2a^5x^2)^2 = (4a^3x^6)^2 - 2.4a^3x^6.2a^5x^2 + (2a^5x^2)^2 = 16a^6x^{12} - 16a^8x^8 + 4a^{10}x^4$

g) $(3x + 4)(3x - 4) = (3x)^2 - 4^2 = 9x^2 - 16$

h) $(a^9 - b^7)(a^9 + b^7) = (a^9)^2 - (b^7)^2 = a^{18} - b^{14}$

i) $(7x^2 + 11y^4)(7x^2 - 11y^4) = (7x^2)^2 - (11y^4)^2 = 49x^4 - 121y^8$

j) $(-4z + 3)^2 = (-4z)^2 + 2.(-4z).3 + 3^2 = 16z^2 - 24z + 9$

k) $(-a^3b^5 - 7)^2 = (-a^3b^5)^2 - 2.(-a^3b^5).7 + 7^2 = a^6b^{10} + 14a^3b^5 + 49$

l) $(a + c)(-a - c) = -(a + c)(a + c) = -(a + c)^2 = -(a^2 + 2ac + c^2) = -a^2 - 2ac - c^2$

8° Effectue en utilisant les produits remarquables

a) $(a - b)^2 - (a + b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 - (a^2 + 2ab + b^2) = a^2 - 2ab + b^2 - a^2 - 2ab - b^2$

$= -4ab$

b) $(x - 2).(x + 2) - 3x.(3x - 1) = x^2 - 2^2 - 3x.3x - 3x.(-1) = x^2 - 4 - 9x^2 + 3x$

$= -8x^2 + 3x - 4$

c) $-5x.(-2x + 3) + (x - 4)^2 = (-5x).(-2x) - 5x.3 + x^2 - 2.x.4 + 4^2$

$= 10x^2 - 15x + x^2 - 8x = 11x^2 - 23x + 16$

d) $(5x - 2).(2 + 5x) - (2x + 3)^2 = (5x - 2).(5x + 2) - ((2x)^2 + 2.2x.3 + 3^2)$

$= (5x)^2 - 2^2 - (4x^2 + 12x + 9) = 25x^2 - 4 - 4x^2 - 12x - 9$

$= 21x^2 - 12x - 13$

e) $-(a - b).(b - a) = -(-b + a).(b - a) = (b - a).(b - a) = (b - a)^2 = b^2 - 2ab + a^2$

f) $(x + 3).(-x + 3) - (2 - x).(x + 2) = -x^2 + 3^2 + (x + 2).(x + 2) = -x^2 + 9 + (x + 2)^2$

$= -x^2 + 9 + x^2 + 2.x.2 + 2^2 = 9 + 4x + 4 = 4x + 13$

g) $-2x.(-5 + 4x) - (2x - 1).(1 - 2x) = -2x.(-5) - 2x.4x - (-1 + 2x).(1 - 2x)$

$= 10x - 8x^2 + (1 - 2x).(1 - 2x) = 10x - 8x^2 + (1 - 2x)^2$

$= 10x - 8x^2 + 1 - 2.1.2x + (2x)^2$

$= 10x - 8x^2 + 1 - 4x = -4x^2 + 6x + 1$

9° Effectue les quotients et écris tes réponses sous la forme

$D(x) = d(x).\ Q(x) + R(x)$.

a) $(2x^5 + 7x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 5x + 1) : (x^3 + 2x^2 - x + 3)$

$2x^5 + 7x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 5x + 1$	$x^3 + 2x^2 - x + 3$
$-2x^5 - 4x^4 + 2x^3 - 6x^2$	
$0x^5 + 3x^4 + 0x^3 - 2x^2 - 5x$	
$- 3x^4 - 6x^3 + 3x^2 - 9x$	$2x^2 + 3x - 6$
$0x^4 - 6x^3 + x^2 - 14x + 1$	
$6x^3 - 12x^2 - 6x + 18$	
$0x^3 - 11x^2 - 20x + 19$	

$2x^5 + 7x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 5x + 1 = (x^3 + 2x^2 - x + 3).\ (2x^2 + 3x - 6) + (- 11x^2 - 20x + 19)$

b) $(3x^3 - x^2 + 7x + 8) : (3x + 2)$

$3x^3 - x^2 + 7x + 8$	$3x + 2$
$-3x^3 - 2x^2$	
$0x^3 - 3x^2 + 7x + 8$	
$3x^2 + 2x$	$x^2 - x$
$0x^2 + 9x + 8$	

$3x^3 - x^2 + 7x + 8 = (3x + 2).\ (x^2 - x) + (9x + 8)$

c) $(-12x^5 + 0x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x - 1) : (-2x^2 + 1)$

$$
\begin{array}{l|l}
-12x^5 + 0x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x - 1 & -2x^2 + 1 \\
\underline{12x^5 + 0x^4 + 6x^3} & \\
\hline
0x^5 + 0x^4 + 8x^3 + 2x^2 + 2x & \\
\qquad \underline{-8x^3 + 0x^2 + 4x} & 6x^3 - 4x - 1 \\
\qquad\quad 0x^3 + 2x^2 + 6x - 1 & \\
\qquad\qquad \underline{-2x^2 + 0x + 1} & \\
\qquad\qquad\quad 0x^2 + 6x &
\end{array}
$$

$-12x^5 + 2x^3 + 2x^2 + 2x - 1 = (-2x^2 + 1).\ (6x^3 - 4x - 1) + 6x$

10° Calcule ces divisions par la méthode d'Horner et écris tes réponses sous la forme **$D(x) = d(x).\ Q(x) + R(x)$.**

a) $(x^3 - 2x^2 + x - 3) : (x - 3)$

	1	-2	1	-3
3		3	3	12
	1	1	4	9

$Q(x) = 1x^2 + 1x + 4$

$D(x) = x^3 - 2x^2 + x - 3$

$R(x) = 9$

Solution : $x^3 - 2x^2 + x - 3 = (x - 3).\ (x^2 + x + 4) + 9$

b) $(-2x^4 + x^3 + 3x^2 - 8x + 12) : (x + 2)$

	-2	1	3	-8	12
-2		4	-10	14	-12
	-2	5	-7	6	0

$Q(x) = -2x^3 + 5x^2 - 7x + 6$

Solution : $-2x^4 + x^3 + 3x^2 - 8x + 12 = (x + 2).(-2x^3 + 5x^2 - 7x + 6)$

c) $(x^5 - 3x^2 + 1) : (x - 1)$

	1	0	0	-3	0	1
-1		-1	1	-1	4	-4
	1	-1	1	-4	4	-3

$Q(x) = 1x^4 - 1x^3 + 1x^2 - 4x + 4$

Solution : $x^5 - 3x^2 + 1 = (x - 1).(x^4 - x^3 + x^2 - 4x + 4) - 3$

<u>10° Sans effectuer la division, détermine le reste de la division de</u>

$2x^3 + 3x^2 - 11x - 6$ par :

a) $x - 2$

$P(2) = 2.2^3 + 3.2^2 - 11.2 - 6 = 2.8 + 3.4 - 22 - 6 = 16 + 12 - 28 = 0$ Reste = 0

b) $x - 1$

$P(1) = 2.1^3 + 3.1^2 - 11.1 - 6 = 2.1 + 3.1 - 11 - 6 = 2 + 3 - 17 = -12$ Reste = -12

c) $x + 3$

$P(-3) = 2.(-3)^3 + 3.(-3)^2 - 11.(-3) - 6 = 2.(-27) + 3.9 + 33 - 6$

$= -56 + 27 + 27 = 0$

d) $x + 1$

$P(-1) = 2.(-1)^3 + 3.(-1)^2 - 11.(-1) - 6 = 2.(-1) + 3.1 + 11 - 6 = -2 + 3 + 5 = 0$

<u>11° Factorise les polynômes avec la division par $(x \pm a)$</u>

a) $2x^3 + 5x^2 - 4x - 3 = (x - 1)(x + 3)(2x + 1)$

Diviseurs de 3 = ± 1, ± 3

P(1) = $2.1^3 + 5.1^2 - 4.1 - 3 = 2.1 + 5.1 - 4 - 3 = 2 + 5 - 7 = 0$

P est divisible par $(x - 1)$

	2	5	-4	-3
1		2	7	3
	2	7	3	0

$Q_1(x) = 2x^2 + 7x + 3$

$Q_1(-3) = 2.(-3)^2 + 7.(-3) + 3 = 2.9 - 21 + 3 = 18 - 18 = 0$

Q_1 est divisible par $(x + 3)$

	2	7	3
-3		-6	-3
	2	1	0

$Q_2 = 2x + 1$

b) $2x^3 + 3x^2 - 23x - 12 = (x - 3)(x + 4)(2x + 1)$

Diviseurs de 12 = ± 1, ± 2, ± 3, ± 4, ± 6, ± 12

$P(1) = 2.1^3 + 3.1^2 - 23.1 - 12 = 2.1 + 3.1 - 23 - 12 = 2 + 3 - 35 = -30 \neq 0$

$P(-1) = 2.(-1)^3 + 3.(-1)^2 - 23.(-1) - 12 = 2.(-1) + 3.1 + 23 - 12$
$= -2 + 3 + 11 = 12 \neq 0$

$P(-2) = 2.(-2)^3 + 3.(-2)^2 - 23.(-2) - 12 = 2.(-8) + 3.4 + 46 - 12$
$= -16 + 46 = 30 \neq 0$

$P(2) = 2.2^3 + 3.2^2 - 23.2 - 12 = 2.8 + 3.4 - 46 - 12 = 16 - 46 = -30 \neq 0$

$P(3) = 2.3^3 + 3.3^2 - 23.3 - 12 = 2.27 + 3.9 - 69 - 12 = 54 + 27 - 81 = 0$

Divisible par $(x - 3)$

	2	3	-23	-12
3		6	27	12
	2	9	4	0

$Q_1 = 2x^2 + 9x + 4$

Diviseurs de 4 = ± 4 car ± 1, ± 2, ont déjà été calculés dans P

$Q_1(-4) = 2.(-4)^2 + 9.(-4) + 4 = 2.16 - 36 + 4 = 32 - 32 = 0$

Q_1 est divisible par $(x + 4)$

	2	9	4
-4		-8	-4
	2	1	0

$Q_2 = 2x + 1$

c) $x^4 + 5x^3 - 15x^2 - 45x + 54 = (x - 1).\ (x - 3).\ (x + 6).\ (x + 3)$

Diviseurs de 54 = ± 1, ± 2, ± 3, ± 6, ± 9, ± 18, ± 27, ± 54

$P(1) = 1^4 + 5.1^3 - 15.1^2 - 45.1 + 54 = 1 + 5.1 - 15.1 - 45 + 54 = 10 + 5 - 15 = 0$

P est divisible par $(x - 1)$

	1	5	-15	-45	54
1		1	6	-9	-54
	1	6	-9	-54	0

$Q_1 = 1x^3 + 6x^2 - 9x - 54$

$Q_1(-2) = 1.\ (-2)^3 + 6.\ (-2)^2 - 9.\ (-2) - 54 = -8 + 6.4 + 18 - 54 = -44 + 24 = 20$

$Q_1(3) = 1.3^3 + 6.3^2 - 9.3 - 54 = 27 + 6.9 - 27 - 54 = 54 - 54 = 0$

Q_1 est divisible par $(x - 3)$

	1	6	-9	-54
3		3	27	54
	1	9	18	0

$Q_2 = 1x^2 + 9x + 18$

Diviseurs de 18 = ± 1, ± 2, ± 3, ± 6, ± 9, ± 18

$Q_2(-18) = (-18)^2 + 9.\ (-18) + 18 = 324 - 162 + 18 = 180$

$Q_2(-6) = (-6)^2 + 9.\ (-6) + 18 = 36 - 54 + 18 = 0$

Q_2 est divisible par $(x + 6)$

	1	9	18
-6		-6	-18
	1	3	0

$Q_3 = (x + 3)$

d) $24x - 4 + 5x^4 - 6x^3 - 19x^2 = (x - 1).(x - 2).(x + 2).(5x - 1)$

$5x^4 - 6x^3 - 19x^2 + 24x - 4$

Diviseurs de 4 = ± 1, ± 2, ± 3, ± 4

$P(1) = 5.1^4 - 6.1^3 - 19.1^2 + 24.1 - 4 = 5 - 6 - 19 + 24 - 4 = 0$

P est divisible par $(x - 1)$

	5	-6	-19	24	-4
1		5	-1	-20	4
	5	-1	-20	4	0

$Q_1 = 5x^3 - 1x^2 - 20x + 4$

$Q_1(2) = 5.2^3 - 2^2 - 20.2 + 4 = 5.8 - 4 - 40 + 4 = 40 - 40 = 0$

Q_1 est divisible par $(x - 2)$

	5	-1	-20	4
2		10	18	-4
	5	9	-2	0

$Q_2 = 5x^2 + 9x - 2$

Diviseurs de 2 = ± 1, ± 2

$Q_2(-2) = 5.(-2)^2 + 9.(-2) - 2 = 5.4 - 18 - 2 = 20 - 20 = 0$

Q_2 divisible par $(x + 2)$

	5	9	-2
-2		-10	2
	5	-1	0

$Q_3 = (5x - 1)$