Bonjour à tous.

J'espère que vous allez bien.

Je propose de rentabiliser au mieux cette semaine particulière en continuant les exercices sur les fonctions réciproques, en vous demandant une étude complète de fonction et en introduisant la 1ere fonction cyclométrique : la fonction arcsinx.

Voici le planning imposé :

1°) Pour ce lundi 28/9 12h :

envoyer la préparation demandée : exercices 2 a,b,c p12 sur les fonctions réciproques avec la méthode de décomposition illustrée p9. (un correctif général vous sera envoyé par mail).

2°) Pour ce mardi 29/9 12h :

Envoyer la préparation des exercices 5a,b,c,d page13 sur les fonctions réciproques. Vous trouverez en page 2 de ce travail un exercice complet résolu.

3°) Pour ce mercredi 30/9 12h :

Envoyer la préparation des exercices 5 e, 5g page 13 sur les fonctions réciproques. Vous trouverez en annexe page 3 de ce travail un exercice complet résolu.

4°) Pour ce jeudi 1/10 12h :

Envoyer l'étude complète (domaine, asymptotes verticale et oblique, dérivée 1^{er}e et tableau de variations, dérivée seconde et tableau avec concavités, graphique complet) pour f(x) = $\frac{x^3}{(x+1)^2}$ (ex 4 p34 du chapitre sur les dérivées)

5°) Pour ce vendredi 2/10 12h :

Lire et essayer de comprendre la théorie sur la fonction arcsinx p14 (voir page 4 de ce dossier).

Calcule ensuite à l'aide du tableau des valeurs particulières de $4^{ème}$ et en justifiant tes réponses à l'aide de la définition de la fonction arcsin.

Exemple : $arsin\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{-\pi}{6}\ car\ sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}\ et\ \frac{-\pi}{6} \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

$\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \ldots\ldots.$ arcsin$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \ldots..$ arcsin(sin$\left(\frac{5\pi}{3}\right)$)= ……..

!!Vous devez m'envoyer vos réponses complètes (en laissant tous vos calculs) à mon **adresse professionnelle** :
sciorre.valerie@agrisaintgeorges.be

Courage à tous.

Mme Sciorre

$f(x) = \sqrt{3x+1}$

. $\text{dom} f = ?$ CE : $3x+1 \geq 0 \rightarrow x \geq -1/3$

$\text{dom} f = [-1/3 ; +\infty[$

. $\text{im} f = \mathbb{R}^+$ (car $\sqrt{\ }$)

. f est injective car $f'(x) = \left[(3x+1)^{1/2}\right]' = \frac{1}{2}(3x+1)^{-1/2} . 3 = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}} > 0$

donc $f \nearrow$

. recherche de la réciproque :

$y = \sqrt{3x+1}$

$x = \sqrt{3y+1} \rightarrow x^2 = 3y+1 \rightarrow \frac{x^2-1}{3} = y$

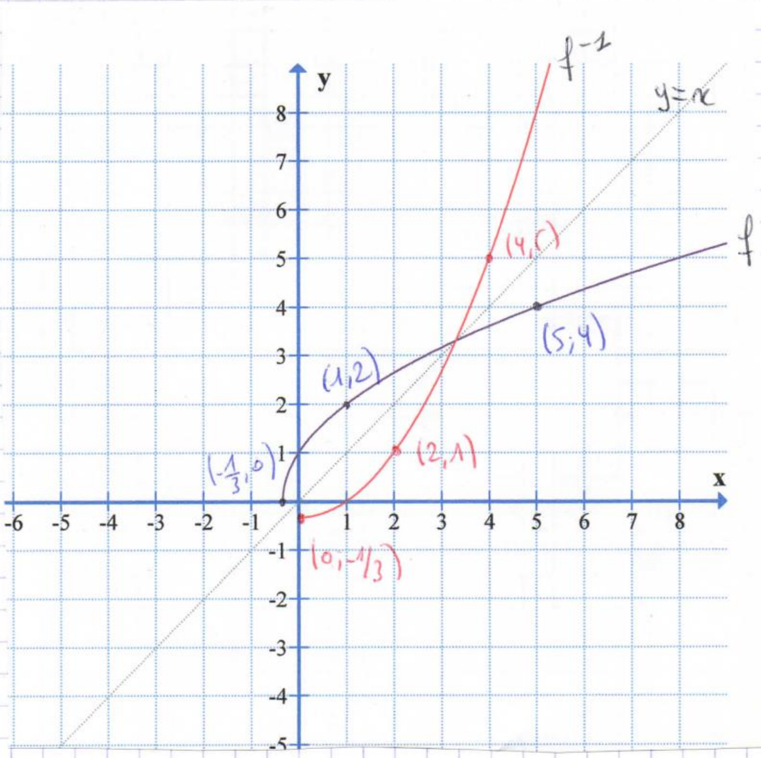
Donc $f^{-1}(x) = \frac{x^2-1}{3}$

$\text{dom} f = \text{im} f^{-1} = [-1/3 ; +\infty[$

$\text{im} f = \text{dom} f^{-1} = \mathbb{R}^+$

Graphiques :

x	$f(x) = \sqrt{3x+1}$
$-1/3$	0
1	2
5	4
⋮	⋮



$f(x) = -2x^2 + 8$

$\mathrm{dom} f = \mathbb{R}$

$f'(x) = -4x$

x		0	
$f'(x)$	+	0	-
f	↗	max	↘

$\mathrm{im} f =]-\infty, 8]$

f n'est donc pas injective sur $\mathbb{R}$

on sépare alors le dom en 2 morceaux où la fct sera injective. ($\mathbb{R}^-$ et $\mathbb{R}^+$)

.Recherche des réciproques :

$y = -2x^2 + 8$

$x = -2y^2 + 8 \rightarrow x - 8 = -2y^2 \rightarrow \frac{x-8}{-2} = y^2 \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{x-8}{-2}}$

CE : $\frac{x-8}{-2} \geq 0$

Donc $x \leq 8$

Donc $\mathrm{dom} f^{-1} =]-\infty, 8]$

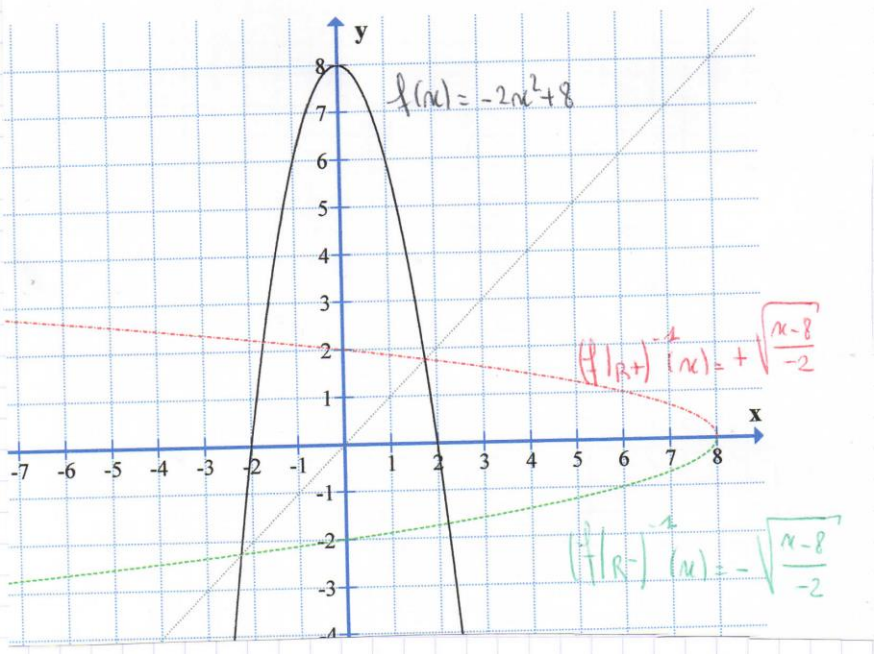
expressions des réciproques :

$(f|_{\mathbb{R}^+})^{-1} :]-\infty, 8] \rightarrow \mathbb{R}^+ : x \rightarrow +\sqrt{\frac{x-8}{-2}}$

$(f|_{\mathbb{R}^-})^{-1} :]-\infty, 8] \rightarrow \mathbb{R}^- : x \rightarrow -\sqrt{\frac{x-8}{-2}}$

$\mathrm{dom} f^{-1} = \mathrm{im} f$

Graphiques :

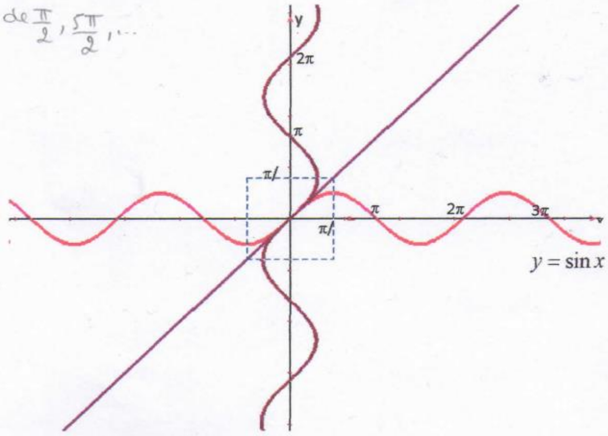


4) <u>Fonction arcsinus</u>

La fonction sinus n'est pas une bijection car pour une valeur de y (dans [-1,1]), il correspond plusieurs valeurs de x. (ex : $\frac{1}{2}$ est l'image de $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}, \dots$

1 est l'image de $\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$

La réciproque de la fonction sin n'est pas une fonction.



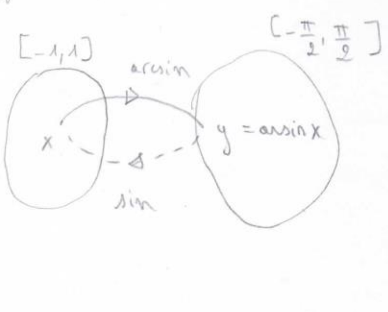
Si nous restreignons son domaine à l'intervalle $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, la fonction sinus devient injective

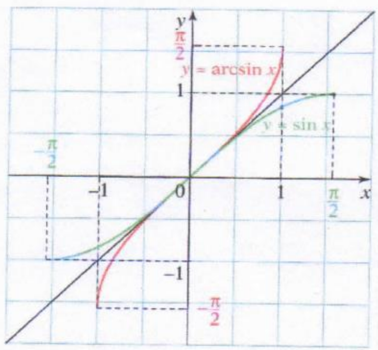
car la fonction **sin** est continue et croissante dans l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. Elle admet donc une fonction réciproque **Arcsin**, continue et croissante dans l'intervalle $[-1, 1]$.

Arcsin : $[-1,1] \to \left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$: $x \to y = \arcsin x \Leftrightarrow \sin y = x$

Domaine arcsinx = $[-1, 1]$; image arcsinx = $\left[\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

Graphique de la fonction y = arcsinx :





$\arcsin 0 = 0$

$\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$

$\arcsin -1 = -\frac{\pi}{2}$